શાળાઓ તથા કાલેજોમાં ચલાવવાને ટેક્સ્ટબુક તરીકે
આ પુસ્તક મંજુર છે

નવી ભૂમિતિ

ભાગ ૧ લો.

કર્તા. ગુલાબભાઈ રઘુનાથજી દેસાઈ

કીંમત બાર આના.

Sanctioned as a Text-book for Schools and Colleges

A NEW GEOMETRY

FOR GUJARATI SCHOOLS

PART 1

BY

GULABBHAI RAGHUNATHJI DESAI,
B. A., S. T. C. D.

(Bombay Educational Department)

Author of "Geometry for Guj. Schools, Part 1 Book 1" "Key to New Geometry, Part 1, Senior Arithmetic," "Gujarati Arithmetic", and Joint Author of "Junior Arithmetic," 'Primary Arithmetic, Part 1" &c

FIFTH EDITION 1925

Price Twelve Annas

Published by the Author

Gulabbhai Raghunathji Desai, B. A.,

c/o Karsandas N. & Sons, Nanavat, SURAT.

Printed by

GOVINDJI DAHYABHAI NAIK at Shree "ANAVIL BANDHU" Printing Press, Baranpuri Bhagol, Bajiwali Pole, SURAT.

[શાળાઓ તથા કોલેજો માટે ટેક્સ્ટબુક તરીકે મંજુર છે]

ગુજરાતી નિશાળો માટે

નવી ભૂમિતિ

ભાગ ૧લો

કર્તા

ગુલાબભાઈ રઘુનાથજી દેસાઇ, બી. એ., એસ. ટી. સી. ડી.

[મુંબઇ સરકારના કેળવણી ખાતામાં શિક્ષક]

"ભૂમિતિ ભાગ ૧લો, પુસ્તક ૧લું," "નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧લાનો ખુલાસો," "ગુજરાતી અંકગણિત" તથા "સીનીઅર અંકગણિત"ના કર્તા અને "જ્યુનીઅર અંકગણિત" તથા "પ્રાથમિક અંકગણિત, ભાગ ૧લા"ના સંયુક્ત કર્તા

પાંચમી આવૃત્તિ, ૧૯૨૫

કીંમત બાર આના

શિક્ષકો તેમજ વિદ્યાર્થીઓને અતિ ઉપયોગી

ગુજરાતી શાળાઓના પાંચમા, છઠ્ઠા, તથા સાતમા ધોરણો માટે, વર્નાકયૂલર ફાઇનલ પરીક્ષાના ઉમેદવારો માટે તથા ટ્રેનિંગ કોલેજોના બધા વર્ષોના વિદ્યાર્થીઓ માટે

ગુજરાતી અંકગણિત.

પાના ૪૦૦, કિમત રૂા ૧-૪-૦

કર્તા
ગુ. ર દેસાઈ, બી. એ.,
આ. ડે. એ. ઈન્સ્પેકટર, ભરૂચ.

સંપૂર્ણ રીતો તથા કારણો, સાદી સરળ ભાષા, સહેલા ઉપયોગી પ્રશ્નો, વગેરે આપ્યા છે વાપરવાથી ખાત્રી થશે.

ટીપ. આ ગણિત નામદાર મુંબઈ સરકાર તરફથી ટેક્સટબુક તરીકે મંજુર કરવામા આવેલુ છે

મળવાનુ ઠેકાણુ —
સોલ એજન્ટ, મી. કરસનદાસ નારણદાસ,
બુકસેલર, નાણાવટ, સુરત.

પ્રસ્તાવના.

સરકારી મરાઠી નવીન ભૂમિતિ પ્રમાણે ફેરફાર કરી ગુજરાતી શાળાઓના વિદ્યાર્થીઓને અને શિક્ષકોને માટે આ ભૂમિતિ છપાવી બહાર પાડવામા આવી છે પુસ્તકનો પ્રાયોગિક ભાગ મરાઠી પુસ્તકનો તરજુમો નથી, પરતુ તે પુસ્તકમાં જે પ્રમાણેની ગોઠવણ કરવામા આવી છે તેનેજ અનુસરી પદ્ધતિ તેની તેજ રાખી કોઇ કોઈ જગ્યાએ યોગ્ય સુધારા વધારા કરી અને સ્થળે સ્થળે નવી આકૃતિઓ દાખલ કરી આ પુસ્તક નવાજ રૂપમા છપાવ્યુ છે મહેરબાન ડિરેકટર ઓફ પબ્લિક ઇન્સ્ટ્રકશન સાહેબની ભલામણથી નામદાર સરકારે પોતાના તા ૨૩મી ડીસેમ્બર સને ૧૯૦૪ના ઠરાવ નબર ૪૧૨૯થી આ પુસ્તક સઘળી શાળાઓ તથા કોલેજો માટે ટેક્સ્ટબુક તરીકે કાયમનું મજુર કર્યું છે નામદાર ગાયકવાડ સરકાર તરફથી પણ આ પુસ્તક ઈનામ લાયબ્રેરી માટે મજુર કરવામાં આવ્યુ છે. કેળવણી ખાતાના અધિકારીઓ, શિક્ષકો, તથા અન્ય વિદ્વાન્ ગૃહસ્થો તરફથી આ પુસ્તકને સારૂં ઉત્તેજન મળતું આવ્યુ છે તે માટે એ સર્વે સાહેબોનો ઉપકાર માનું છું.

ભૂમિતિનો અભ્યાસક્રમ બદલવાનો હેતુ અને નવી ભૂમિતિ શીખવવાની સૂચના પુસ્તકમા સવિસ્તર આપી છે. પુસ્તકમાં આપેલા પ્રશ્નો અને ઉત્તરોનો ઉપયોગ કેવી રીતે કરવો તે સામાન્ય શિક્ષકને પણ તરતજ માલમ પડી આવે એવું છે.

સરકારી ઠરાવો પ્રમાણે જુદાં જુદાં ધોરણોમા કયા કયા અભ્યાસક્રમ કરવાના છે તે પણ બતાવ્યું છે.

મરાઠી નવીન ભૂમિતિના કર્તાઓ તથા અંગ્રેજી ભૂમિતિના કર્તાઓ કે જેઓના પુસ્તકોમાથી મને અમૂલ્ય મદદ મળી છે તેઓનો ઉપકાર માનવાની હુ રજા લઉ છુ

જે જે સૂચનાઓ કરવામાં આવશે તે ઘણાજ ઉપકાર સહિત સ્વીકારી યોગ્ય સુધારા આવતી આવૃતિમાં કરવામાં આવશે.

ડે. એ બ ઓરીસ, ભરૂચ. } ગુલાબભાઇ રઘુનાથજી દેસાઇ.

સરકારી ઠરાવો પ્રમાણેના પરીક્ષાના અભ્યાસક્રમ.

૧. છઠ્ઠા ધોરણ માટે,

કર્તવ્ય ભાગ. પહેલા (વિભાગ) ખડમાથી પાના ૧૬થી ૯૬ એટલે § ૧થી § ૯ના ક્ષ સુધી
પ્રમેય ભાગ. બીજા (વિભાગ) ખડમાથી સિદ્ધાંત ૧થી ૧૩.

૨. સાતમા ધોરણ તથા વર્નાકયુલર ફાઇનલ પરીક્ષા માટે,
કર્તવ્ય ભાગ પહેલો (વિભાગ) ખંડ આખો
સિદ્ધ ભાગ. બીજો (વિભાગ) ખડ તથા ત્રીજો (વિભાગ) ખંડ આખા, અને તેમાના પ્રમેય અને કૃત્ય પરના સહેલા પ્રશ્નો.

૩. ટ્રેનિંગ કોલેજના પહેલા વર્ષ માટે.
આખું પુસ્તક, સઘળા પ્રશ્નો સાથે.

અનુક્રમણિકા.

નવી ભૂમિતિ, ભાગ ૧લો.

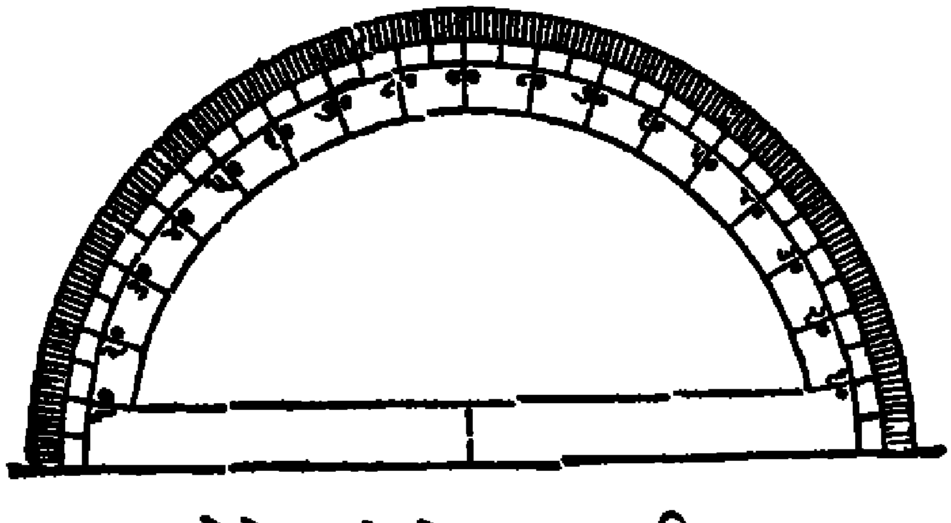
પ્રાસ્તાવિક પ્રકરણ.

અ ભૂમિતિ શિક્ષણ સબંધી સામાન્ય સૂચના.

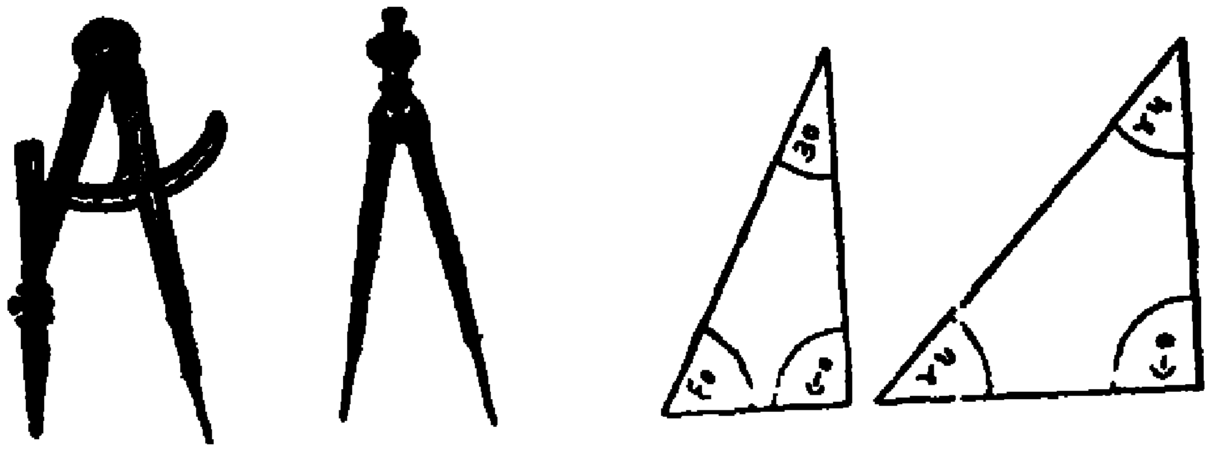
ભૂમિતિના અભ્યાસથી જે ફાયદા થવા જોઇએ તેનો પુરેપુરો લાભ વિદ્યાર્થીને થાય એવી જો શિક્ષકની ઇચ્છા હોય તો તેના કર્તવ્ય ભાગમા તેમજ સિદ્ધ ભાગમા તેને એકી વખતે સાથેજ તાલીમ મળવી જોઇએ ભૂમિતિ શાસ્ત્રના એ બને ભગો એકમેકથી બિલકુલ વિરૂદ્ધ નથી, પણ એક ભાગ બીજાનો દૃષ્ટાંતરૂપ છે

આ હેતુથી કર્તવ્ય ભાગમા જે પ્રાયોગિક ભાગ આપવામા આવ્યો છે તેનો ઉપયોગ સપૂર્ણ કાળજીથી કરવાનો છે સિદ્ધ ભાગમાં તર્કશાસ્ત્રના નિયમો બહુ સભાળથી સાચવવાની જરૂર છે, તેથી તે ભાગ પાછળથી રાખવામા આવ્યો છે, તો પણ તેના સઘળા પ્રમેયોના ગુણ અને ધર્મ, પ્રયોગ ને અનુમાન દ્વારા પહેલેથીજ સમજાવવા.

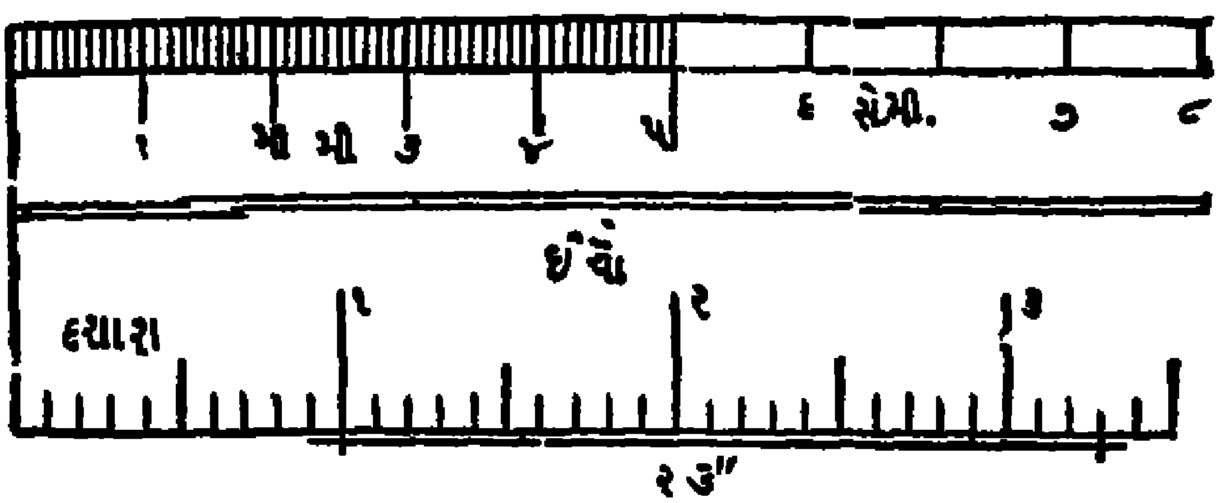
(૧) આકૃતિઓ બહુજ સફાઇથી અને સભાળથી નીચેનાં સાહિત્યોની મદદથી દોરાવવી જોઇએ, અને જરૂર પડે ત્યા શિક્ષકે પોતે તે આકૃતિ પાટીઆ ઉપર નમુના રૂપે દોરી બતાવવી



પ્રોટ્રેક્ટર કે કોણમાપક સાહિત્ય



કુંપાસ, કે કર્કટી   ડીવાઇડર્ઝ, કે અતરમાપક   સેટ સ્કવેરની જોડ, કે કાટખૂણા



સીધી લીટીના ઉપર રુલર (આકણી)

(અ) 'ત્રણ એચ' અને 'છ એચ' ની બે પેન્સીલો,

(બ) કર્કટી અને અતરમાપક સાહિત્ય,

(ક) પ્રોટ્રેક્ટર કે કોણમાપક સાહિત્ય,

(ડ) ઇંચ અને દશાંશ ઇંચ, સેન્ટીમીટર અને મીલીમીટરવાળું એક લાકડાનું આશરે છ ઇંચ લાંબુ રુલર, આકણી

(ઇ) બે સેટસ્કવેર યા કાટખૂણાની જોડ

(૨) જે જે આકૃતિ સબંધી વિવેચન (કર્તવ્ય ભાગમાં કે સિદ્ધ ભાગમાં) કર્યું છે તે તે આકૃતિઓ શિક્ષકે વિદ્યાર્થી પાસે પણ કઢાવવી.

(૩) ખરા માપ મેળવવાને માટે દરેક લીટી ઝીણી સફાઈદાર

હોવી જોઇએ, પેન્સીલોના છેડા ગ્લાસ પેપરથી તીણા કરવાની ખાસ જરૂર છે સઘળી લીટીઓ એકજ સરખી જાડાઇની આવવી જોઇએ

(૪) લીટીઓ ડાબા હાથ તરફથી જમણા હાથ તરફજ દોરવી, અને કદી પણ તેની તેજ લીટી ફરીથી બેવડી કરવી નહિ. લીટી દોરવામાં આગળા અને કાડુ ફકત ખસેડવા નહિ, પણ આખો હાથ ખસેડવો જોઇએ

(૫) કર્કટી (કંપાસીઝ) ને ઉપરના માથા આગળથી પકડવી, અને વર્તુળ દોરતી વખતે લક્ષમા રાખવુ કે કાગળમા છિદ્ર પડે નહિ

(૬) રૂલર ઉપર અતર માપવાને તથા બે બિંદુઓની વચ્ચેનું અતર માપવાને ડીવાઇડર્ઝનો ઉપયોગ કરવો, રૂલરના સ્કેલ ઉપર છિદ્ર ન પડે તેવી રીતે ડીવાઇડર્ઝને લગભગ ક્ષિતિજ બરાબર રાખવુ, અને જોઇએ તેના કરતા સહેજ વધારે પહોળુ રાખી ડીવાઇડર્ઝને સાકડુ કરવુ

(૭) પ્રોટ્રેકટર અને સેટસ્કવેરનો ઉપયોગ આગળ બતાવ્યો છે.

આ બધા સાહિત્યોનો ઉપયોગ વિદ્યાર્થીને બરાબર કરતા આવડે તે પહેલા શિક્ષકે પાચ દશ આકૃતિ તેની મદદથી બરાબર વર્ગને દેખાય તે પ્રમાણે દોરવી અને તેને માટે મોટા સાહિત્યો (પાટીઆ ઉપર વપરાય તેવા) ખાસ રાખી મૂકવા, યૂક્લિડના સિદ્ધાતો શીખવતી વખતે આકૃતિ સાહિત્યો વગર દોરી ચલાવી લેવામા આવતુ તેમ કદી પણ નાની કે મોટી, પ્રમેયની કે કૃત્યની, વ્યાખ્યાની કે પ્રશ્નની, આકૃતિઓ સાહિત્ય વગર દોરવી નહિ

કર્તવ્ય ભાગમા દરેક પ્રકરણમા સમજુતિ પ્રમાણે યોગ્ય લાગે તેવાં જુદા જુદા દૃષ્ટાત આપી વિદ્યાર્થી પાસેજ તેના પોતાનાજ શબ્દોમા વ્યાખ્યા બને ત્યા સુધી કઢાવવી, અને બરાબર સમજાયા પછીજ અક્ષરની વ્યાખ્યાઓ મોઢે કરાવવી તર્ક શાસ્ત્રની આ વિગમન પદ્ધતિનો ઉપયોગ દરેક પ્રયોગના ગુણ ઠસાવવામા ખાસ કરવાનો છે કર્તવ્ય ભાગમા જે જે પ્રયોગો આપ્યા છે તેમાનો કોઇ પણ પ્રયોગ વિદ્યાર્થી પાસે મોઢે કરાવવાનો નથી, પણ તે પ્રયોગ પ્રમાણે અથવા તેવી કોઇ અન્ય રીતિએ

પૃથક્ પૃથક્ આકૃતિઓ પાડી (પાટીઆ ઉપર અથવા જાડા ટેપીસ્તાની પાતળી પટીઓ કાપી તેમા ટાકણી મારી) વિદ્યાર્થી સમક્ષ ભૂમિતિના મુખ્ય મુખ્ય સત્યો સમજાવવા પ્રયોગોથી સિદ્ધ કરેલી સત્યતાઓ પાછળથી તર્કશાસ્ત્રના નિયમોને અનુસરી સિદ્ધાતરૂપે આપવામા આવી છે

જેમ સાહિત્યનો શોખ વધારવાને માટે કવિતાની કડીઓ મોઢે કરાવવાની આવશ્યકતા છે તેમ વિદ્યાર્થીની તાર્કિક શકિત કેળવવાને માટે સિદ્ધાતોમા આપેલી દોષ રહિત તાર્કિક સિદ્ધતા અવશ્ય મોઢે કરાવવીજ જોઇએ એ તાર્કિક શકિત કેળવવાને માટે લગભગ એકજ જાતના શબ્દોમા, પણ જુદા જુદા ક્રમમા કે ઉલટા શબ્દોમા વ્યાખ્યાઓ બનાવી વિદ્યાર્થીના જ્ઞાનની પરીક્ષા કરવી જેમકે

(૧) વાકી લીટીઓથી હદ થઇ હોય એવી સપાટ આકૃતિ તે વર્તુળ,

(૨) ચાર સરખી બાજુઓથી હદ થઇ હોય તેવી આકૃતિ તે રૉમ્બસ,

(૩) સીધી ન હોય એવી લીટી તે વાકી લીટી, વગેરે

ઉપલી વ્યાખ્યા કયા કયા કારણથી ખોટી કે ખરી છે તે વિદ્યાર્થી પાસેથીજ કઢાવવાની ખાસ અગત્ય છે

કર્તવ્ય ભાગમા સત્યતાઓ બતાવવામા કારણો દર્શાવવાની જરૂર નથી, એ ભાગ ભૂમિતિના શાસ્ત્રીય ભાગનો હોવાથી પાછળથીજ સિધ્ધાતરૂપે આપ્યો છે, અને કર્તવ્ય ભાગમા જેમ પ્રાયોગિક ભાગ શીખતા જાય તેમ તેમ આ કારણોવાળો સિદ્ધાત ભાગ પણ વિદ્યાર્થી સમક્ષ રજુ કરવો ભૂમિતિ શીખવવાનો મુખ્ય ઉદ્દેશ આ તાર્કિક ભાગ શીખવવાનોજ છે અને એ વિષય બહુજ મહત્ત્વનો છે

સિદ્ધાતના તાર્કિક વિવેચનમા વિદ્યાર્થીને દરેક સત્યતાનુ કારણ સમજાવુજ જોઇએ અને તે તે સમજે છે કે નહિ તેની ખાત્રી કરવાને શિક્ષકે ડગલે ડગલે પ્રશ્ન અને પ્રતિ પ્રશ્નથી પ્રયત્ન કરવો અવશ્યનો છે. એ વિવેચનનુ કોઇ પણ વાકય પાછળના કોઇ પણ સિદ્ધાત પર આધારભૂત હોય તો તેનો યોગ્ય સબધ વર્ગના પાઠમા વિદ્યાર્થીને આવડવોજ જોઇએ પુસ્તકમા મુખ્ય મુખ્ય આધારના સબધો દર્શાવ્યા છે, પણ પરીક્ષાઓમા તે સબધ દર્શાવવાની જરૂર નથી,

જો કે વિવેચન અને સિદ્ધાંતનું દરેક વાક્ય વિદ્યાર્થી સમજીને મૂકે છે કે નહિ તે તેણે પોતાની લખવાની પદ્ધતિ પરથી બતાવવું જોઇએ જે જે સિદ્ધાંતોની મદદ આગળના સિદ્ધાંતમા લેવામા આવતી હોય તેના પ્રતિજ્ઞા અને નિર્દેશ વિદ્યાર્થિને આવડવાજ જોઇએ દરેક સિદ્ધાંત બરાબર મોઢે કરવો જોઇએ પણ પોપટની માફક સમજ્યા વગર નહિ મોઢે કરાવવાનું કામ સહેલું કરવાને માટે શિક્ષકે (૧) જુદા જુદા અક્ષરો વાપરવા; (૨) આકૃતિ આડી ઉભી, મોટી નાની દોરવી, (૩) અક્ષરોના સ્થળ બદલવા, (૪) ઘણી વખત કોઇ પણ અક્ષર વાપરવોજ નહિ, (આ રીત ખાસ લક્ષમા લેવા ગ્રેગ્ય છે) ઉપર પ્રમાણેજ વિદ્યાર્થીએ ઘેરે વાચવાની ટેવ પાડવી જોઇએ અને જો તે પોતાના **મનમાં** આકૃતિમા જોયા વિના સિદ્ધાંત બરાબર સિદ્ધ કરે તો ભૂમિતિ અધ્યયનનુ ગ્રેગ્ય સાફલ્ય થાય છે

વર્ગમા સિદ્ધાંતનુ પુનરાવર્તન થાય ત્યારે વિદ્યાર્થીએ અદરનાજ શબ્દો બોલવાનો, તેમ તે યાદ આવી જતા હોય તો તે છોડી દેવાનો પ્રયત્ન કરવો નહિ, સિદ્ધાંતનુ વિવેચન એવી રીતે તેને કહેતા આવડવુ જોઇએ કે પાછલા સિદ્ધાંતોના આધારો બોલવાની જરૂર પડે નહિ ચોપડીનીજ આકૃતિ કે અદરના અક્ષરોની આવશ્યકતા નથી જ્યાસુધી તેનુ વિવેચન કારણદર્શક હોય ત્યાસુધી અંદરના ક્રમમાજ તે કહેવાની જરૂર નથી જે વિવેચન તે કરે તે ગ્રેગ્ય રીત સહિત, અને કારણદર્શક છે એવી ખાત્રી થવી જોઇએ

કોઇ કોઇ સિંધ્ધાંતોની રચનામા પાછળ સિધ્ધતા ન આવી હોય એવા સ્વીકૃત કૃત્યો લેવામા આવ્યા છે, જ્યારે એવા કૃત્યો કરવામા આવે ત્યારે તે એવા હોવા જોઇએ કે તેનો ઉપયોગ કરવાનુ સબળ કારણ હોવું જોઇએ, અને તે કરવામા ભૂમિતિના તાર્કિક ભાગને કોઈ પણ જાતનો દોષ લાગતો નથી એ જોવુ જોઇએ અમુક શરતો પૂર્ણ કરે એવી લીટી કે એવુ બિંદુ આવી શકતુ હોય ત્યારેજ તે સ્વીકૃત કૃત્ય તરીકે લેવુ જોઇએ.

અમુક સિધ્ધાંતો મોઢે થઇ ગયા પછી વિદ્યાર્થીના લક્ષમા આવવુ

જોઇએ કે ભૂમિતિશાસ્ત્રનો મુખ્ય હેતુ તાર્કિક વિવેચન શક્તિ કેળવવાનો છે અને સૂક્ષ્મ દૃષ્ટિથી જોતા માલમ પડશે કે દરેક વિવેચન (૧) ભૂમિતિના મુખ્ય વિચારો (જેવા કે બિંદુ, લીટી), (૨) વ્યાખ્યાઓ, (૩) પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો, (૪) પ્રત્યક્ષ પ્રમાણોથી ઉપજતા પ્રમેયો, અને (૫) આગળ શીખી ગએલા સિદ્ધાંતોનુ બનેલુ છે આ ઉપરાત જે કાંઈ વધારાનુ હોય તે વિવેચનના તાર્કિક ક્રમની સમજુતિ અર્થે અથવા દૃષ્ટાંતરૂપેજ છે. તે વિવેચન જોઇએ તેમ વિદ્યાર્થીને આવડે છે કે નહિ તેની ખાત્રી પ્રશ્ન છોડવાની તેની શક્તિ ઉપરથી થાય છે પ્રશ્ન છોડવા એ કામ એકદમ સહેલુ નથી, તેમજ શક્તિ બરાબર કેળવાયા પછી એ કામ ધારવામા આવે તેટલુ અઘરૂં નથી એ કામને માટે પુસ્તકને અંતે આપેલી પૃથક્કરણ રીતિનો ઉપયોગ કરવો, અને તેમા બતાવેલી વિગમનપદ્ધતિ એક વખત સમજાયા પછી મ્હાવરાથી ઠસી જશે અને ઉપયોગી થઈ પડશે

પ્રશ્ન સામાન્ય રીતે ત્રણ જાતના છે—પ્રમેય પ્રશ્નો, કૃત્ય પ્રશ્નો અને ગણત્રીના પ્રશ્નો પહેલી બે જાતના પ્રશ્નોમા સિદ્ધતા જરૂરની છે અને ત્રીજી જાતના પ્રશ્નો સિદ્ધતાની જગ્યાએ તેજ પ્રમાણે આપેલી કીંમતો મૂકી કરવાના છે શરૂઆતમા બધાજ પ્રશ્નોમા વિદ્યાર્થીને મદદની જરૂર પડશે અને તેથી શિક્ષકે યોગ્ય લાગે તેમ મદદ કરવી, પણ જોવુ કે વિદ્યાર્થીનો આત્મપ્રયત્ન ઓછો થવાથી તે નિરાશ થાય નહિ સહેલા પ્રશ્નો બનતા સુધી મોઢેજ કરાવવા નવો સિદ્ધાત સમજાવતા પહેલા કર્તવ્ય ભાગમા તેને લગતા આપેલા પ્રયોગો કરવાથી, અને રચનાનો ભાગ બતાવવાથી વિદ્યાર્થી કદાચ સિધ્ધતા પણ થોડી થોડી પોતાની મેળે કહી શકશે

પાટીઆ ઉપર આકૃતિઓ દોરવા માટે નીકલના અથવા લાકડાના મોટા સાહિત્યો આશરે ત્રણેક રૂપીઆની કીંમતથી મળે છે આવા મોટા સેટસ્કવેરો, કંપાસીઝ, ડીવાઇડર્ઝ, રૂલર અને પ્રોટ્રેક્ટર, મુંબઇના મોટા બુકસેલરોને ત્યાથી જોઇએ તો નાના બુકસેલરો યોગ્ય સૂચનાને આધારે મંગાવી આપશે (નમુનાઓ બને તો જોઇને લેવા)

૪. શિક્ષણ સંબંધી થોડીક મુખ્ય સૂચના.

નવી ભૂમિતિનો વિષય જુની ભૂમિતિના વિષયથી જુદો છે તેથી જે શિક્ષકને એની શિક્ષણપદ્ધતિ નવી હોય તેણે આગળ બતાવેલી સૂચના પ્રમાણે પોતે બરાબર અધ્યયન કરી તેજ પ્રમાણે શીખવવાનો પ્રયત્ન કરવો. નીચેની બાબતો ખાસ ધ્યાનમા લેવા યોગ્ય છે —

(ક) જે આકૃતિના ગુણ, ધર્મ વગેરે અનુમાનથી શીખવવાના છે તે આકૃતિ પ્રત્યક્ષ દોરી તેના બાજુ, ખૂણા, વગેરે ચોકકસ માપી સમજાવીને પ્રાયોગિક ભાગ શીખવવો

(ખ) આકૃતિ સબધી કે પ્રમેય સબધી પ્રયોગો કરી જે ગુણધર્મો કઢાવવાના છે તે બને ત્યા સુધી વિદ્યાર્થી પાસેજ કઢાવવાનો પ્રયત્ન કરવો શિક્ષણ જેમ ઉચા પ્રકારનુ હશે તેમ વધારે જવાબો વિદ્યાર્થી આપશે.

(ગ) આકૃતિના ધર્મો અને પ્રમેયો સ્પષ્ટ સમજાય તેને માટે આકૃતિઓ બરાબર કાઢવી જોઇએ આકૃતિઓ પાટીઆ ઉપર બહુ કાળજી પૂર્વક દોરી તેની સ્પષ્ટ સમજુતિ આપવી, તેમજ વિદ્યાર્થીએ જે આકૃતિ કાઢવાની છે તે સાહિત્યોની મદદથી બહુજ ચોક્કસ કઢાવવા કદી પણ ચૂકવુ નહિ. જેમ તે વધારે સફાઇદાર, સ્પષ્ટ અને ખરી હશે તેમ શિક્ષણ સહેલુ થશે અને સમજુતિ બરાબર ગ્રહણ થશે

(ઘ) બધી વ્યાખ્યાઓ એકદમ સાથે શીખવી દેવાની નથી, પરતુ જેમ જેમ તેની જરૂર પડે તેમ તેમ તે શીખવવી વ્યાખ્યાઓ એકદમ શીખવવામા આવશે તો તે તરતજ ભૂલી જવાશે અને કદાચ શિક્ષણ થોડે ઘણે અશે નિરર્થક થઇ પડશે

(ઙ) શિક્ષકે જાતે વ્યાખ્યાઓ કહી ન દેતા યોગ્ય શિક્ષણથી પુસ્તકમા બતાવેલી રીતે વિદ્યાર્થી પાસેજ કઢાવવી. જો વિદ્યાર્થી તે ન કહી શકે તો જુદી જુદી આકૃતિઓ દોરી તેની સાથે પૂર્ણ સમજુતિ આપી વિદ્યાર્થીને સમજાવવી. બરાબર સમજુતિ અપાયા પછીજ વિદ્યાર્થી પાસે એવી આકૃતિઓ કઢાવવી, તેમજ ઓળખાવવી.

(ચ). પ્રમેય ભાગના જે સિધ્ધાતો શીખવવાના છે તે શીખવવા પહેલા પ્રાયોગિક ભાગમા આપેલા તેને લગતા પ્રયોગો શીખવવા તે બરાબર ધ્યાનમા ઠસ્યા બાદ તેના ગુણધર્મોનુ ગ્રહણ બરાબર સમજાય કે પછી વિદ્યાર્થીને કહેવુ કે હવે એ ગુણધર્મો આપણે અનુમાનથી સિદ્ધ કરીએ છીએ, અને ત્યાર પછી પ્રમેય લેવુ એમ ન કરવામા આવે તો પ્રાયોગિક ભાગ જે પહેલા શીખ્યા હશે તે ભૂલી ગયા હશે, અને તેથી પ્રમેય ભાગની વિદ્યાર્થીને જોઇએ તેવી રીતે સમજ પડશે નહિ આ બીના ખાસ અવશ્યમા રાખવા જેવી છે

क નવી ભૂમિતિ સંબંધી વિશેષ માહિતી.

(૧) શિક્ષણદ્વારા જ્ઞાન આપવાને માટે સામાન્ય રીતે ત્રણ રીત છે; જેમકે કાચના ઉપર છબી કેમ લેવાય છે તે વિષે કોઇ માણસ આપણને **ભાષણ આપી** જ્ઞાન આપે, પણ એથી આપણને જોઇએ તેવી સમજ પડતી નથી અને તેથી તરતજ આપણે તે ભૂલી જઇશુ પરતુ તેજ જ્ઞાન જો આપણને આપણી રૂબરૂ પ્રત્યક્ષ **પ્રયોગ કરીને** આપે તો આપણને વધારે સમજ પડશે અને થોડાએક દિવસ આપણે તે યાદ રાખી શકીશુ પણ એ જ્ઞાન લેવાને માટે **આપણે પોતેજ** તે પ્રયોગ કરીએ તો તેથી ઉત્તમ જ્ઞાન મળશે, અને જે રીત આપણે શીખીશુ તે ઘણા લાબા વખત સુધી આપણે યાદ રાખી શકીશુ આ પ્રમાણે કોઇ એક ચીજનુ જ્ઞાન (૧) વર્ણનથી, (૨) પ્રત્યક્ષ જોવાથી, અને (૩) જાતે પ્રયોગ કરવાથી આપણે મેળવીએ છીએ, અને તે જે જે રીતે આપણે મેળવીએ તેમા બહુ ફેર પડી જાય છે આ પ્રમાણે બધીજ બાબતમા સામાન્ય રીતે બને છે. તેથી એવો સામાન્ય નિયમ નીકળે છે કે જે જ્ઞાન વર્ણનથીજ મળે તેના કરતા જે જ્ઞાન પ્રત્યક્ષ જોવાથી મળે તે સારૂ, અને પ્રત્યક્ષ જોવાના કરતા જે જ્ઞાન જાતિ અનુભવથી મળે તે ઉત્તમ હોય છે. એટલે કે **કોઇ જ્ઞાન ઉત્તમ રીતે પ્રાપ્ત કરવાને અને મનમાં ચોક્કસ ઠસાવવાને વિદ્યાર્થીએ જાતે પ્રયોગ કરી અનુભવ લેવો જોઇએ** એજ નિયમે ભૂમિતિ

સબધી જ્ઞાન વ્યાવહારિક દૃષ્ટિથી જોતા બહુજ અગત્યનું થઇ પડે માટે વિદ્યાર્થીએ જાતેજ પ્રયોગો કરી પોતે સમજી તે જ્ઞાન મેળવવુ જોઇએ. આ પ્રમાણે સ્થિતિ હોવાથી જે જ્ઞાન પહેલા ફક્ત મુખપાઠદ્વારાજ આપવામા આવતુ હતુ તેનુ કેવુ પરિણામ આવ્યુ તે બીના બધાને જાણીતી છે ભૂમિતિનો વિષય બહુજ કઠણુ મનાતો હતો એનુ મુખ્ય કારણુ એ હતુ કે એ શીખવવાની જુની પદ્ધતિ જોઇએ તેવી સારી અને સરળ ન હતી. યુક્લિડનો ૩૨મો સિદ્ધાત "ત્રિકોણુના ત્રણુ ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે" જે વિદ્યાર્થીઓ શીખ્યા હતા તેઓને જો પૂછ્યુ હોય કે "પ્રત્યક્ષ આકૃતિ દ્વારી અથવા પ્રયોગ કરી" એ સિદ્ધાત સાબિત કરો, તો ભાગ્યેજ કોઇ વિદ્યાર્થી તે પ્રમાણે કરી શકતો આ ઉપરથી માલૂમ પડી આવશે કે પેહેલેની શીખવવાની પદ્ધતિ કેવી અશાસ્ત્રીય હતી એ રીત પ્રમાણે વિદ્યાર્થીને આકૃતિ સબધી જ્ઞાન જોઇએ તેવુ થતુ ન હતુ એટલુજ નહિ પણુ ઘણીએક વખત પાઠો તેઓ મોઢે કરી લેતા હતા આ સ્થિતિ બદલવાનો એકજ ઉપાય છે કે વિદ્યાર્થીઓએ પોતેજ આકૃતિ સબધી પ્રયોગ કરવા આ વાત તો નક્કીજ છે કે (ધારો કે) યુક્લિડનો ૨૯મો સિદ્ધાત અનુમાનદ્વારા–શબ્દદ્વારા શીખવ્યા બાદ પ્રયોગથી બનાવવામા આવે કે વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ બરાબર છે તે વધારે સારૂ થઈ પડે, અને વિદ્યાર્થી જો તે પોતાની મેળેજ પ્રયોગ કરી શીખી લે તો તે સૈાથી ઉત્તમ છે

આ ઉપરથી એટલુ તો સિદ્ધ છે કે ભૂમિતિના નિયમો ઠસાવવાને માટે વિદ્યાર્થીઓએ પોતાની મેળેજ પ્રયોગો વગેરે કરવા, તેથી નવી ભૂમિ-તિમા લક્ષમા રાખવાનુ કે આકૃતિઓ ચોક્કસ કાઢી તેના ગુણધર્મ નજરે તપાસી પ્રયોગો કરી ભૂમિતિ સબધી સત્યતાઓ શીખવવા તેથી **પ્રમેય સિધ્ધાંતની સત્યતાઓ અનુમાન-શબ્દદ્વારા શીખવવા અગાઉ પ્રત્યક્ષ પ્રયોગો કરાવીને તેજ સત્યતાઓ બતાવવાનો પ્રયત્ન કરવામાં આવ્યો છે.**

(૨.) વિગમનપદ્ધતિથી વ્યાખ્યા અને સિદ્ધાતનુ જ્ઞાન આપવું જોઇએ પારિભાષિક શબ્દો અને સિદ્ધાત સબધી માહિતી મેળવવાને માટે

તે સબધી પ્રત્યક્ષ વિવેચનની જરૂર છે એટલુજ નહિ, પરતુ તેનું યથાર્થ જ્ઞાન થઈ લાબા વખત સુધી ટકે તેને માટે તેના દૃષ્ટાતરૂપી વસ્તુઓ પ્રત્યક્ષ બતાવી તે ઉપરથી વિદ્યાર્થીઓ પોતેજ વિચાર, જ્ઞાન મેળવે એ વધારે સારૂ. જે જ્ઞાન મેળવવામા આપણે પોતેજ શ્રમ કરીએ તે જ્ઞાન બહુ સારી રીતે આપણે પ્રાપ્ત કરી શકીએ છીએ, અને ઘણો વખત સુધી આપણા મનમા તે ઠસી રહે છે પરતુ જે બાબત લોકો આપણને કહે તેનુ જ્ઞાન જોઇએ તેવુ આપણને થઇ શકતુ નથી એટલુજ નહિ, પણ તે લાબા વખત સુધી આપણે યાદ રાખી શકતા નથી વિદ્યાર્થીના મનની સ્થિતિ પણ એવીજ છે તેથી જે જ્ઞાન તે પોતે શ્રમ કરીને મેળવે તે બહુજ સારી રીતે તેના મનમા ઠસે છે તેથી વ્યાખ્યા અને સિદ્ધાતનુ જ્ઞાન તેઓને પોતાનેજ શ્રમ કરીને મેળવવા દેવુ જોઇએ તેથી જે જે ચીજોના ધર્મ ગુણ વગેરેનુ જ્ઞાન વિદ્યાર્થીઓએ મેળવવાનુ છે તે તે વસ્તુઓ અનેક રીતે તેની આગળ મૂકી, તુલના કરાવી, તેમની પાસેજ તેમના શબ્દોમા અનુમાન કરાવી તે જ્ઞાન આપવુ એટલે વ્યાખ્યા શીખવવાની રીત આ ભૂમિતિમા એવી છે કે જે આકૃતિની વ્યાખ્યા શીખવવાની હોય તે આકૃતિ પ્રત્યક્ષ દોરાવી તેના ખુણા, બાજુ, વગેરે વિદ્યાર્થી પાસેજ મપાવવા અને તેની પરીક્ષા કરાવવી, પછી એવીજ જાતની બીજી આકૃતિઓ કઢાવી સરખામણી કરાવવી, આ તુલના ઉપરથી જે નિયમો નીકળે તે કઢાવવા અને પછી વ્યાખ્યા બનાવવી પ્રમેય સિદ્ધાત શીખવવાને માટે પણ એજ રીત ગ્રહણ કરવી, એટલે અનેક ઉદાહરણો લઈ તે ઉપરથી પ્રમેયના સામાન્ય નિયમો ઠસાવવા

કોઇ પણ નિયમ અથવા સિદ્ધાત શીખવવાને બે પદ્ધતિ હોય છે—કોઇ બીજા સામાન્ય નિયમ ઉપરથી તે નિયમ ઠરાવવો તે એક રીત, અને પ્રત્યક્ષ ઉદાહરણો ઉપરથી નિયમ ઠરાવવો તે બીજી રીત. આમાની બીજી રીતે શીખવવુ એ ઉપર કહ્યુ છે પહેલી રીતે શીખવવામા એવો દોષ આવે છે કે ઘણીએક વખતે શબ્દોના અર્થ અનિશ્ચિત હોય છે, અથવા જે સામાન્ય નિયમને આધારે નિયમ ઠરાવીએ તે નિયમના

१२१७८

કયા અપવાદ હોય છે તેની આપણને ખબર પડતી નથી અને તેથી જુદા જુદા વિધાન કરી ખરૂ અનુમાન કવી રીતે કઢાવવુ એ આપણને માલમ પડતુ નથી તેથી એ પદ્ધતિએ (Deductive–Synthetic–Method–નિગમનપદ્ધતિ) શીખવવામા–શીખવામા ભૂલચૂક થવાનો વધારે સભવ રહે છે પરતુ ઉદાહરણો ઉપરથી નિયમો ઠરાવવાની બીજી પદ્ધતિમા (Inductive–Analytical–Method–વિગમનપદ્ધતિ) જુદા જુદા ઉદાહરણો લઇએ તેથી ભૂલ થવાનો થોડોજ સંભવ છે. તેથી સિદ્ધાત ખરો કરવાને આ પદ્ધતિ બહુ ઉપયોગી છે વળી આ પદ્ધતિમા પ્રત્યક્ષ ઉદાહરણ–દૃષ્ટાતો ઉપરથી સત્યતા ઠરાવવાની હોય છે તેથી સમજુતિ પણ અતિ સરળ થઇ પડે છે. અને તેથીજ આ પદ્ધતિના જ્ઞાન અને અનુભવ થવાજ જોઇએ આ કારણને લીધે નવી ભૂમિતિમા આ પદ્ધતિનો ઉપયોગ કર્યો છે તેથી **વ્યાખ્યા અને પ્રમેય–સિદ્ધાંત કે પ્રમેયના સામાન્ય નિયમો–સત્યતાઓ શીખવવામાં આ વિગમનપધ્ધતિનોજ ઉપયોગ કરવો એ ઉત્તમ રીત છે.**

નિગમનપદ્ધતિ કરતા વિગમનપધ્ધતિ સિધ્ધાત ખરો ઠેરવવામા વધારે ઉપયોગી છે, તેથી નિગમનપંધતિ ખોટી છે કે નકામી છે એમ કાંઇ નથી પહેલી પધ્ધતિ પ્રમાણે સિધ્ધાત–નિયમો ઠરાવવામા જે જે ઉદાહરણો જોઇએ તેનાના કેટલાએક સમૂળકાજ મળી શકે નહિ અને કેટલાએક મળે તો ને તપાસવાને પુરતો વખત મળે નહિ આવા વખતે અનુમાનથી (ઉદાહરણથી નહિ) સિધ્ધાત ઠરાવવાની આવશ્યકતા રહે છે ન્યાયમદિરોમા ન્યાયાધીશો કામનો નિકાલ કરવામા તેમજ ઇતિહાસ સશોધકો, જ્યોતિષીઓ વગેરે વિદ્વાનો ગત કે અદૃશ્ય વસ્તુ સબધી કોઇ પણ નિયમ–સિધ્ધાત ઠરાવવામા આજ પધ્ધતિનો વિશેષ ઉપયોગ કરે છે આપણી પાસે આવેલા માણસો કેવા છે, અમુક માણસો ક્યારે આપણને નક્કીજ મળી શકશે, વગેરે બાબતોમા નિત્ય વ્યવહારમા આપણે અનુમાનનો વિશેષ ઉપયોગ કરીએ છીએ, તેથી આ પધ્ધતિના જ્ઞાન તથા અનુભવ પણ આવશ્યક છે આ કારણને લીધે યૂક્લિડની ભૂમિતિમાં

જે આનુમાનિક પદ્ધતિ જોવામા આવે છે તે આ ભૂમિતિમા પણ રાખવામા આવી છે

ટુકમા, કોઇ પણ નિયમ બરાબર સમજાવવો અને મનમા ઠસાવવો, એટલે પહેલવહેલા વિગમનપધ્ધતિનો ઉપયોગ, અને પાછળ જે સામાન્ય નિયમો થયા હોય ને ઉપરથી બીજો નવો નિયમ કે સિધ્ધાત કે અનુમાન કેમ નીકળે છે તે સમજાવવુ અને પછી નિગમનપધ્ધતિનો ઉપયોગ કરવો —આ રીત આ નવી ભૂમિતિમા લેવામા આવી છે.

(૩) કોઇ વિશેષ અક્કલવાળો માણસ એકાદ અપૂર્વ શાસ્ત્ર રચે તો તે બધી રીતે સપૂર્ણ હોય એવુ કાઇ નથી રચના ગમે તેવી ઉત્તમ હોય તો પણ તેમા દોષ—ભૂલ ચૂક હોય છે કાલિદાસ, ભવભૂતિ, શેકસપીયર, વાલ્મિક આદિ કવિઓએ કાવ્ય રચ્યા, તેમજ પ્લેટો, ડાર્વિન, ભાસ્કરાચાર્ય, પાણિનિ આદિએ શાસ્ત્રો અને તાત્ત્વિક ગ્રથો રચ્યા, અને તે બહુજ ઉત્તમ છે તો પણ તેમા દોષ છે. તેજ પ્રમાણે યૂકિલડના ગ્રથોમા પણ સમજવુ પણ તે ઉપરથી કાઇ એમ ન સમજવુ કે યૂકિલડના ગ્રથો ખોટા છે કોઈ મોટો ઇજનેર બહુજ અક્કલ વાપરી કોઇ મોટે બુગડો કે પુલ બાધે અને પાછળથી તેમા નાના મોટા ફેરફાર કરવાની જરૂર પડે છે કાળ અને દુનીઆની સામાન્ય સ્થિતિ જોઇ ફેરફાર કરવા પડે છે તેજ પ્રમાણે યૂકિલડના સબધમા પણ છે યૂકિલડના સિધ્ધાતોનો ક્રમ જો કે બહુજ સારો છે તો પણ તે ક્રમમા ફેરફાર કરવાની જરૂર છે યૂકિલડના પહેલા સ્કધના બીજા તથા ત્રીજા સિદ્ધાતોને છોડી દઇએ તો ચાલે એમ છે, તેમજ ૧૩મા, ૧૪મા અને ૧૫મા સિં'ધાતો ચોથા અને પાચમા સિધ્ધાતો કરતા સહેલા હોવાને લીધે અને એ સિધ્ધાતો સીધી લીટીના સબધમા હોવાને લીધે તે પહેલા લઇએ તો વધારે સારૂ એજ પ્રમાણે સિધ્ધતામા પણ ફેરફાર કરવાની જરૂર છે. જેમ પહેલા સ્કધના ૮મા સિધ્ધાતમા અને બીજા સ્કધના ૧૩મા સિદ્ધાતમા જે સિદ્ધતા યૂકિલડે આપી છે તેને બદલે સહેલી સિદ્ધતા આપણે આપીએ તો વધારે સારૂ આ પ્રમાણે યૂકિલડની ભૂમિતિમા ફેર-

ફાર કરવાની જરૂર છે તેથી જે ફેરફાર કરવાથી આપણું કામ સહેલું થઇ પડે એવા ફેરફારો આ નવી ભૂમિતિમા કરવામા આવ્યા છે. આ પ્રમાણે યૂકિલડના કરતાં સિધ્ધાંતોનો ક્રમ જુદો છે; કોઇ ઠેકાણે સિધ્ધતા પણ જુદી આપી છે; કોઈ ઠેકાણે નકામા લાગતા સિધ્ધાતો છોડી દીધા છે; અને કોઇ ઠેકાણે બીજા ઉપયોગી નવા સિધ્ધાતો દાખલ કર્યા છે.

(૪) નવી ભૂમિતિનુ મુખ્ય કામ આકૃતિના ધર્મગુણ ઠસાવવાનુ છે જેમકે "સમબાજુ ત્રિકોણના ખુણા સરખા છે." અથવા "એક ખુણો બીજા ખુણા કરતા મોટો છે" વગેરે બાબતો જ્યારે ભૂમિતિમા સિદ્ધ કરવાની હોય છે ત્યારે એ સત્યતા બતાવવાને માટે સરખામણી બરાબર થઇ શકે તેથી આકૃતિઓ ચોક્કસ કાઢવી ખાસ જરૂરની છે સમબાજુ ત્રિકોણ લબચોરસ, ત્રિકોણની મધ્યગા, સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ વગેરેની આકૃતિઓ જો બરાબર કાઢી હોય તો તેના સબધી નિયમો એની મેળેજ વિદ્યાર્થીને એકદમ સહજ દેખાઇ આવે છે, જેમકે, સમબાજુ ત્રિકોણની ખરી આકૃતિમા ખુણા સરખાજ માલમ પડી આવે છે, ખરી આકૃતિના લબચોરસમા કર્ણો બરાબર છે, વગેરે જો આકૃતિઓ ગમે તેમ દોરી ચલાવી લેવામા આવે તો એજ આકૃતિના ગુણો એકદમ માલમ પડી આવતા નથી, એટલુજ નહિ પરતુ અનુમાનદ્વારા કે શબ્દદ્વારા જે સિધ્ધાત સાબિત કરીએ તેની સત્યતા વિષે મનમા શક રહેવાનો સભવ છે ધારો કે કોઈ પણ ત્રિકોણમા સરખા ખુણાની સામેની બાજુ સરખી છે એમ સિધ્ધ કરવાને માટે ત્રિકોણના ખુણા સરખા ન હોય એવી આકૃતિ દોરીએ તો તેમા બાજુઓ સરખી હોતી નથી તેમજ તે સરખી દેખાતી પણ નથી, તે છતા આપણે તેને સરખી કહીએ તો તે બહુ અયોગ્ય કહેવાય. આ કારણને લીધે જે **આકૃતિઓ દોરવાની છે તે કપાસ, સેટસ્કવેર, ફુટપટી વગેરે સાહિત્યોની મદદથી ચોક્કશજ કાઢવી જોઇએ.** આ સાહિત્યનો ઉપયોગ કરવો એ આ નવી ભૂમિતિનુ વિશેષ કામ છે યૂકિલડમા કપાસ અને પટીનો ઉપયોગ

કરવામા આવતો હતો. પરતુ તેના વગર કામ ચલાવી લેવામા પણ આવતુ. આ સવડ આ નવી ભૂમિતિમા નથી અને સાહિત્યોનો ઉપયોગ દરેક વખતે આપણે કરવોજ જોઇએ

(૫). નવી ભૂમિતિમા સિદ્ધતા આપવામા કે અન્ય સ્થળે 'આધાર' આપવાની જરૂર નથી એટલે સિદ્ધાતોનો અમુકજ ક્રમ રાખવો અવશ્યનો નથી. આધારો આપવામા મુખ્ય ખામી એ રહે છે કે અમુક સત્યતા બતાવવામા વિદ્યાર્થીને જો આધાર ટાકવાની ટેવ પડે તો તે સત્યતાના કારણો ભૂલી જવાની બ્હીક રહે છે જેમકે "△ अबक=△ डइफ छे, આધાર સિદ્ધાત ૧૦" એમ કહેવાની ટેવ પડે તો શુ કારણથી એ બે ત્રિકોણો બરાબર છે તે કારણ સમજ્યા વિના ઉપલકીઆ જ્ઞાન થવાનો સભવ રહે છે, અને કારણો લાબા વખત સુધી મનમા રહેતા નથી. આવી જાતની ખામી ન રહે તેને માટે સિધ્ધાતોનો ક્રમ અમુકજ ન રાખતા જે પક્ષ ઉપરથી અમુક સાધ્ય સિધ્ધ કરવાનું છે તેજ પક્ષ ઉપરથી કારણો સહિત સિદ્ધતા આગળ ચલાવવી, અને એમ કરવામા સિધ્ધતાના કારણોજ—એટલેજ આધારો—એક પછી એક લેવા. કારણો બરાબર આવડે તો સિધ્ધતા બરાબર આવડે છે અને તે ભુલી જવાનો સભવ રહેતો નથી આ કારણો બરાબર સમજાયા પછીજ સિંધ્ધાતોના ક્રમનો આધાર વિદ્યાર્થી લે તો પછી કાંઈ હરકત જેવુ નહિ

આ પુસ્તકમા આધારો સિ ધાતોના ક્રમ ઉપરથી આપ્યા છે તેનો હેતુ એવો છે કે એ પુસ્તક બહુ મોટુ ન થઇ જાય. પરતુ વિદ્યાર્થીએ એવી રીતે સિધ્ધાતોના ક્રમના આધારો ન આપતા કારણોનાજ આધારો આપવા.

(૬). નવી ભૂમિતિમા ચિહ્ન—ટુકી સજ્ઞાનો ઉપયોગ બહુ કર્યો છે, પહેલા પરીક્ષકની રજા વિના એવા ચિહ્નો વપરાતા ન હતા હવે એવી રજાની જરૂર નથી, પણ એ ચિન્હોનો ઉપયોગ હવે વિદ્યાર્થી પરીક્ષામાં પણ કરી શકશે

(૭) પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો અને સ્વીકૃત કૃત્યો એલાયદાં આપવામાં આવ્યા છે તો પણ તે મ્હોડે કરવાની જરૂર નથી. દૃષ્ટાંતો આપી તેની

સત્યતાઓ બરાબર બનાવી ઠસાવવી આ સિદ્ધતામા જરૂર પડે ત્યા "પ્રત્યક્ષ છે," "ખુલ્લુ જ છે," વગેરે શબ્દો કહેવામા આવે તો ચાલશે.

નોટ-વિભાગ ૧લામા પ્રાયોગિક ભાગમા પ્રયોગો કેવી રીતે કરાવવા એ સબધી જુદી જુદી જગ્યાએ પુરેપુરી જે સમજુતિ આપી છે, એ સમજુતિ પ્રમાણે શિક્ષકે કામ લેવુ અને તેમા બતાવેલી રીતે વિદ્યાર્થી પાસે કર્તવ્ય ભાગ કરાવવો એ સમજુતિમાનો ઘણોખરો ભાગ શિક્ષકનેજ માટે છે, જો કે એ ભાગમા વર્ગમા શિક્ષણ આપતી વખતે પ્રશ્ન અને ઉત્તર કેવા આવવા જોઇએ તે રીત બહુ સભાળપૂર્વક બતાવી છે.

વિભાગ ૧લો. કર્તવ્ય અને પ્રાયોગિક ભાગ.

વિદ્યાર્થીએ નીચેના સાહિત્યો કર્તવ્ય ભાગમા વાપરવા —

૧. **આંકણી**-લીટીઓ માપવાની આકણી ઉપર ઇચ અને દશાશ ઇચિ, ડેસીમીટર અને સેન્ટીમીટર, ના આકો પાડેલા હોય છે સામાન્ય રીતે ચપટી આશરે ૭ ઇચિ લાબી આકણી ઉપર એકજ બાજુ ઉપર ઇચિ અને દશાશ ઇચિ એક કોર ઉપર, અને સેન્ટીમીટર અને મીલી મીટર બીજી કોર ઉપર હોય છે

૨. **પ્રોટ્રેક્ટર અથવા કોણમાપક**-પ્રોટ્રેક્ટર બે જાતના હોય છે. એક ચોરસ અને બીજુ ગોળ આ પુસ્તકમા અર્ધવર્તુળના આકારનું પ્રોટ્રેક્ટર વાપરવામા આવ્યુ છે

૩. **સેટસ્કવેર અથવા કાટખુણાની જોડ**-બે જાતના સેટસ્કવેરો વાપરવામા આવે છે. એકમા એક ખુણો કાટખુણો, અને બાકીનો દરેક અર્ધો કાટખુણો હોય છે, અને બીજામા એક ખુણો કાટખુણો અને બીજો ખુણો ⅔ કાટખુણો અને ત્રીજો ખુણો ⅓ કાટખુણો હોય છે, પહેલામા ૯૦°, ૪૫°, ૪૫° અને બીજામા ૯૦°, ૩૦°, ૬૦° ના ખુણા હોય છે.

૪. **કંપાસ અથવા કર્કટી**-એમા એક હાથ લોખડનો અને બીજો અર્ધો લોખડનો હોય છે, જેમા ઝીણી બારીક લીટી દોરી શકાય એવી પેન્સીલ મૂકવામા આવે છે.

૫. અંતરમાપક–આ સાહિત્ય કંપાસના જેવુંજ હોય છે, પરંતુ તેના બન્ને હાથો આખા લાખડના હોય છે એકજ સાહિત્યના અર્ધા હાથમા પેન્સીલ અથવા લોખંડનો છૂટો હાથ નાખી ચલાવવાથી કંપાસ અને અંતરમાપક બન્ને એકમા આવી શકે છે

આ સિવાય "એચ એચ" નંબરની પેન્સીલ, તેલીઓ કાગળ, ટાંકણી, ચોરસ આંકેલી ચોપડી વગેરે પણ જોઇશે પેન્સીલની અણી તીણી કરવા માટે કાચવાળો પોલીશ પેપર વપરાય છે અનુમાનો લખવા માટે અને અન્ય પ્રશ્નો છોડવા માટે જુદી જુદી ચોપડીઓ (બને તો) રાખવી એ વધારે સારૂ છે આ સાહિત્યોની જોડે એક નાની કાતર પણ હોય તો સારૂ.

પ્રકરણ ૧લું.

§ સીધી લીટી અને તેનું માપ

લીટીઓ માપવાને માટે ૨જા પાના ઉપર બતાવેલી આકણી જેવી લાકડાની ૭ ઇંચ લાબી આકણી ઉપર ઇંચ અને દશાંશ ઇંચ, તથા સેન્ટીમીટર અને મીલીમીટરના કાપા પાડેલા હોય છે એક **મીટર** આશરે ૩૯·૩૭ ઇંચ હોય છે મીટરના દશમા ભાગને દેસીમીટર અને દેસીમીટરના દશમા ભાગને સેન્ટીમીટર કહે છે સેન્ટીમીટરનો દશમો ભાગ મીલીમીટર કહેવાય છે પટ્ટી ઉપર સૈાથી નાનો કાપો મીલીમીટરનો છે ૧, ૨, ૩, ૪, વગેરે આકડા સેન્ટીમીટરના છે

લંબાઇનાં કોષ્ટકો.

અંગ્રેજી	ફ્રેન્ચ
૧૨ ઇંચ (૧૨")=૧ ફુટ,	૧૦ મીલીમીટર (મી મી)=૧ સેન્ટીમીટર.
૩ ફુટ (૩')=૧ વાર,	૧૦ સેન્ટીમીટર (સે મી)=૧ ડેસીમીટર
૧૭૬૦ વાર = ૧ માઇલ	૧૦ ડેસીમીટર (ડે મી)=૧ મીટર (મી)

ફ્રાન્સ દેશમા લબાઇના માપની એકમ **મીટર** છે અને તેના ઉપર પ્રમાણે નાના ભાગો પાડેલા છે. એ રૂઢિમા દરેક માપ તદ્દન નીચેના ભાગથી દશગણું છે મીટરનુ માપ નક્કી કરવા માટે પારિસ શહેરમા

થઇ અને ધ્રુવમાથી જે યામ્યોત્તર વૃત્ત (longitude) જાય છે તેની બરાબર ગણત્રી કરી તેનો ચાર કરોડાશમો ભાગ લીધો છે ફ્રાન્સમા આ કુદરતી માપ ઉપરથીજ અન્ય માપો લીધા છે, જેમકે, ક્ષેત્રફળ માપવાને ૧૦૦ ચોરસ મીટર = ૧ એર (are), પ્રવાહી પદાર્થ ભરવાને એક ઘન ડેસીમીટર = ૧ લીટર (litre), તોલનું માપ લેવાને એક ઘન સેન્ટીમીટર પાણીનુ વજન = ૧ ગ્રામ (gramme) અને ઘનફળ માટે એક ઘન મીટર = ૧ સ્ટીઅર

ઉપલા કોષ્ટકોમા બતાવેલા માપો લાકડાની ફુટપટી ઉપર છોકરાઓ સમજે છે કે નહિ તેની **બરાબર ખાત્રી કર્યા પછીજ** નીચે પ્રમાણે લીટી માપવાનુ કામ વિદ્યાર્થી પાસે શિક્ષકે શરૂ કરાવવુ

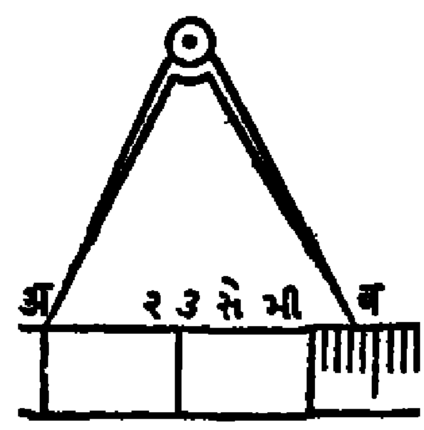
(क). લીટીઓ માપવાની રીત.

૧લી રીત-જો अ ब લીટી માપવાની હોય તો ફુટપટીનો ૦ ઇચનો દોરો બરાબર अ આગળ પડે, અને ફુટપટી બરાબર अ ब લીટી સાથે રહે તેમ પટી ગોઠવો



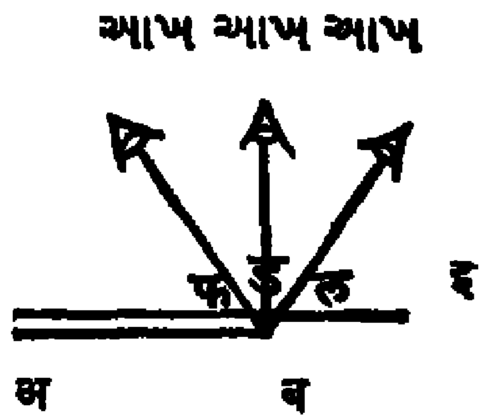
જો ब છેડો ફુટપટીના કોઇ ચોક્કસ દોરા આગળ આવી રહે તો તે પ્રમાણે अ છેડેથી તેની લબાઇ ગણી લેવી, ઉપર अ ब = ૧ ૬ ઇચ (૧·૬") છે

૨જી રીત-કોઇ પણ લીટીની લબાઇ, એટલે બે બિંદુની વચ્ચેનુ અતર વધારે ચોક્કસ લાવવા માટે ડીવાઇડર્ઝનો ઉપયોગ કરવો



જે અતર માપવાનુ હોય, તેના કરતા સહેજ વધારે, અતરમાપકને પહોળુ કરવુ પછી ધીમે રહીને તેને દબાવવુ, અને તેના બન્ને છેડાઓ દબાવતા દબાવતા આપેલા અતરના બન્ને છેડા ઉપર તે બરોબર આવી રહે તેમ મૂકવુ. પછી અતરમાપકને ઉંચકી લઈ સહેજ આડુ રાખી ફુટપટી ઉપર તે અતર માપવુ. અતરમાપકના છેડા ફુટપટી ઉપર દબાવવા નહિ, કારણ કે એ પ્રમાણે કરવાથી ફુટપટીના દોરાઓ ભોકાઇ ભોકાઇ બગડી જાય છે.

સૂચના. ફુટપટીની ઉપલી કોરો બન્ને બાજુથી નીચે ઢળતી હોય તો સારૂ, કારણ કે પટીના દોરાઓ જેમ બને તેમ કાગળની પાસે આવવા જોઇએ કદાચ એ કોરો બેઠી જાડી હોય તો તેમા ભૂલ આવવાનો સભવ છે જો अ ब લીટી માપવી હોય અને क इ જાડી આકણી હોય તો આકણી अ ब સાથે બરાબર ગોઠવ્યા છતા ल લીટીમાથી જોઇએ તો ब આગળનો ચોકસ દોરો ड નહિ દેખાતા ब પાસેના ખોટુ માપ આપનારા ल क દોરામાથી દેખાશે, એટલે अ ब જોઇએ તેના કરતા મોટી દેખાશે તેમજ फ લીટીમાથી જોતા अ ब નાની દેખાશે. પણ જ્યારે ड દોરામાથી બને જોઇશુ તો તેજ ખરૂ અતર આપશે.



પ્રશ્નો

નીચેની લંબાઇ (ઇચ") અને (સે મી. મી. મી)મા માપો —

૧ તમારી ચોપડીની લબાઈ, પહોળાઈ, અને જાડાઇ

૨ તમારા સેટસ્કવેરોની લબાઈ

૩ નીચેની લીટીઓની લબાઇ બન્ને માપમા કાઢો —

૪. ઉપલા પ્રશ્નો ઉપરથી એક ઇચમા કેટલા મીલીમીટર છે તે કહો એક લીટી ૨ ૪" માપી લઈ તેના સે. મી અને મી મી. કરો.

૫ નીચેની લબાઈ ઇચ અને સે મીમા માપી તેના દશાંશ ભાગ કહો.

૬ નીચેની अ ब, ब क માપી સરવાળો કરી अ क સાથે સરખાવો.

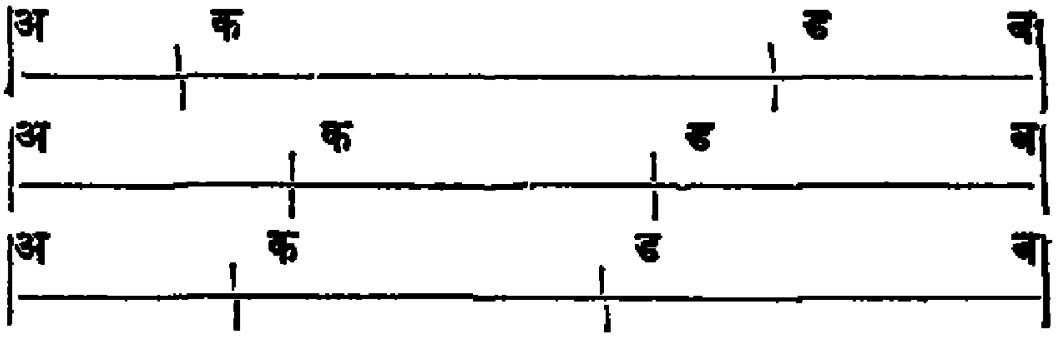
अ ब क अ ब क

अ ब क

૭ अ ब, ब क, क ड, ड इ માપી સરવાળો કરી अ इ સાથે સરખાવો.

अ ब क ड इ

૮. अ ब, क ड બંને માપથી માપી બાદબાકી કરો अ क અને ड ब માપી સરવાળો કરી પરિણામ સરખાવી જુઓ



૯ अ ब=૩·૮" લો अ बमा क બિંદુ ગમે ત્યા લો. क अ, क ब માપો. બન્ને માપનો સરવાળો કરી તે ૩·૮" ન થાય તો ભૂલ કયા આવી છે તે શોધી કાઢો

૧૦ આઠ ઇંચ લાબી એક अ इ સીધી લીટી દોરો अ છેડેથી अ ब= ૩", ब क=૧·૮" અને क ड=૨·૩" માપો ड इ માપો ड इ લબાઇ હોવી જોઇએ તેટલી છે ? ન હોય તો ભૂલ કયા આવી તે શોધો

૧૧ ૭·૭" લીટી લો. તેના ૧ ૬ના પ્રમાણમા બે ભાગ કરો.

૧૨ કોઇ પણ લીટી લો તેનુ માપ આશરે જોઇનેજ કહો, પછી આપીને કહો કેટલો ફેર પડે છે તે જુઓ.

૧૩ ઉપલા પ્રશ્ન ૧૨મા પ્રમાણે ઘણી લીટીઓ લઇ કરો.

૧૪. ૨·૪'ની લીટી લઇ આશરે તેનુ અર્ધું કરી નિશાની કરી બન્ને ભાગો માપી સરખાવી જુઓ.

૧૫ ૪·૮ સે. મી.ની લીટી લઇ તેના આશરે સરખા ત્રણ ભાગ કરી નિશાની કરી ત્રણે ભાગો માપી સરખાવી જુઓ

૧૬. ૪·૨ સે મી.ની લીટી લઇ ૪·૨નુ અર્ધું કરી તેટલો ભાગ એક છેડેથી કાપો. બાકીનો ભાગ એ ભાગ જેટલો છે ?

૧૭. ૩·૩"ની લીટી લઇ ૩·૩નુ એક તૃતીયાશ લઈ એક છેડેથી કાપો. બાકીનામાથી પણ તેટલુજ કાપો ત્રણે ભાગ સરખાવો.

૧૮. अ ब લીટીના આશરે બે સરખા ભાગ કરી તે ભાગો માપો.

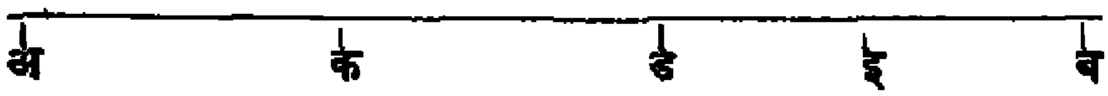
૧૯ अ ब લીટીના ત્રણ સરખા ભાગ આશરે કરો, અને સરખાવો.

૨૦ अ ब લીટીના ચાર સરખા ભાગ આશરે કરો, અને સરખાવો.

ટીપ.—અજમાયશે લીધેલા માપો ઘણાખરા બરાબર આવે ત્યાં સુધી ઉપલી રીતે અનેક પ્રશ્નો કરવા

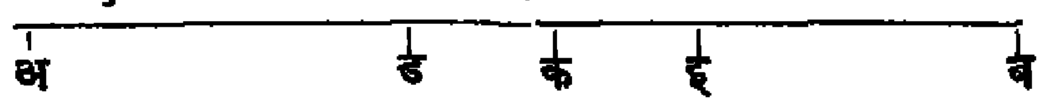
(ख) લીટી દુભાગવાની (બે સરખા ભાગ કરવાની) રીત.

પહેલી રીત. નીચે પ્રમાણે એક अ ब લીટી લો પહેલવહેલાં अबને આશરે મ્હોડેથી દુભાગો જો अ क અર્ધો ભાગ હોય તો



કપાસના છેડાઓ अ क બરાબર પહોળા કરો પછી કપાસના એજ અંતરથી क ड લો હજુ જો ड ब રહી જાય તો ड बનુ અર્ધું કરી કપાસને એ અર્ધા ड इ અંતર જેટલુ વધારે પહોળુ કરો, क इ અંતર अ बनुं અર્ધું છે માટે એક છેડેથી કપાસ મૂકી क इ અંતર માપી લઇ अबને દુભાગો

બીજી રીત अबને આશરે દુભાગો, ધારો કે क, अ बनु મધ્ય બિંદુ છે પછી अ ઉપર કપાસનુ અગ્ર બિંદુ રાખી પેન્સીલના છેડાથી अ ब ઉપર ड બિંદુ લો, અને તેજ અંતરથી ब ઉપર અગ્ર બિંદુ રાખી इ બિંદુ લો વળી ड इ જો રહી જાય તો તેના પણ એજ પ્રમાણે બે સરખા ભાગ કાઢો, આખરે क અથવા कની પાસેનુ



કોઇ બિંદુ अ बने દુભાગશે

પ્રશ્નો.

૨૧ ૩·૬", ૫·૨ સે મી, ૫·૮", ૧૦·૩ સે મી, ૫·૩", અને ૭·૩ સે મીની લીટી દોરો ઉપર પ્રમાણે તેને દુભાગો

૨૨ ૪·૨", ૬·૪"ની લીટી દોરો દરેકના ચાર સરખા ભાગ કરો

કાગળ વાળી લીટી દુભાગવાની રીત—કાગળને બેવડ વાળી સળની કોર ઉપર अ ब માપી લો अ' ब' (अ ટાપ ब ટાપ) લીટી સળ ઉપર આવી હોય તો अ' (अ ટાપ) ઉપર ब' (ब ટાપ)

પડે તેમ સળને તેની ઉપર પાછો ખેવડ વાળો. જ્યા કાપો પડે ત્યાં અ' બ' એટલે અ બ દુભાગાય છે.

પ્રશ્નો.

૨૩ ૩.૫", ૪.૩ સે મી, ૪.૭", ૫.૮ સે. મી.ની લીટીઓ દોરો. ઉપર પ્રમાણે ખેવડ વાળી દરેકને દુભાગો.

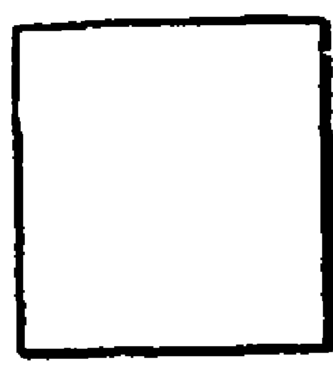
૨૪ ૫ ૭", ૩ ૩ સે મી, ૪.૧", ૩.૫"ની લીટી દોરો દરેકનો એક ભાગ બીજાની ઉપર રાખી અને એ બન્ને ભાગો ત્રીજાની ઉપર રાખી છેડાઓ બરાબર મેળવી ત્રણ ત્રણ સરખા ભાગ કરો

૨૫ ઉપલી લીટીઓના ભાગો કંપાસથી માપી ખાત્રી કરો.

૨૬. ૫.૯", ૧૧.૩ સે. મી, ૭ ૩", ૧૦.૫ સે. મીની લીટી દોરો. ખેવડ વાળવાની રીતથી તેના ૪, ૬, ૮ સરખા ભાગો કરો, બધા ભાગો માપી સરખા છે કે નહિ તેની ખાત્રી કરો

શિક્ષકને સૂચના. પ્રશ્નોની સખ્યા જ્યા થોડી લાગે ત્યા આપેલા પ્રશ્નોની જાતના અથવા અન્ય જાતના વધારે પ્રશ્નો પોતે બનાવી શિક્ષકે વિદ્યાર્થીને આપવા

§ ૨ સ્કેલમાપ અથવા અંતરપ્રમાણ



તમારી સામેના કાળા પાટીઆની લબાઇ માપો કેટલા ફુટ છે? ૪ ફુટ પાસેની આકૃતિની લબાઇ માપો કેટલી છે? એક ઇંચ. આ જગ્યાએ પાટીઆની લબાઈ એક ઇંચ છે એ જુઓ છો? આ આકૃતિમાની એક ઈંચ લબાઇ છે તે ખરેખરી રીતે પાટીઆની કેટલી લબાઇ બરાબર સમજવાની? ચાર ફુટ

આકૃતિની પહોળાઇ માપો. તે કેટલી છે? એક ઇંચ, પાટીઆની પહોળાઇ માપો, તે કેટલી છે? ૪ ફુટ. આ ઉપરથી પહોળાઇના સબધ વિષે શુ સમજો છો? આકૃતિમા એક ઈંચ પહોળાઇ તે પાટીઆની ચાર ફુટ પહોળાઈ બતાવે છે.



પાસે એક ડુંગરનું ચિત્ર છે, એની ઉંચાઇ કેટલી છે ? પોણો ઇંચ ડુંગરની ખરેખરી ઉંચાઇ કેટલી હશે ? ખબર નહિ તે જાણવા માટે શું જાણવું જોઇએ ? ડુંગરની ઉંચાઇ અને ચિત્રની ઉંચાઇનો સંબંધ તે સંબંધને શું કહે છે ? ચિત્ર અને ડુંગરની ઉંચાઇ-ઓનો સંબંધ અથવા **પ્રમાણ.**

પ્રકૃતિના ખરેખરા અંતર અને આકૃતિમાના લંબાઇ, પહોળાઇ વગેરેના અંતરોના સંબંધને **સ્કેલ** અથવા **અંતરપ્રમાણ** કહે છે. આ પ્રમાણ જ્યારે આપવામાં આવ્યું ન હોય ત્યારે જે વસ્તુની આકૃતિ કાઢી હોય તેનું વાસ્તવિક પરિણામ માલમ પડે ખરૂ ? નહિ. ઠીક આ પ્રમાણ ન આપેલું હોય અને તે વસ્તુના જેવડીજ આકૃતિ કાઢી હોય તો શું ?

પ્રકૃતિમાં વસ્તુઓ વાસ્તવિક રીતે જેવડી હોય તેવડીજ આકૃતિઓ દોરવી એ કામ હમેશાં શક્ય નથી વળી વસ્તુઓ અતિશય બારીક હોય છે, અને તેવડીજ આકૃતિ કાગળ ઉપર કાઢવી એ ઘણુંખરૂ અશક્ય છે, જો કે સાહિત્યની મદદથી તેટલી નાની આકૃતિ નીકળી શકે છે, પણ તે જોનારને સ્પષ્ટ દેખાતી નથી, તેથી આવી **નાની આકૃતિઓને મોટી કરવાની** જરૂર છે. તેમજ પ્રકૃતિમાં ઘણી વસ્તુઓ અતિશય મોટી હોય છે અને તેવી મોટી આકૃતિઓ દોરવાને માટે અતિશય મોટો કાગળ જોઇએ તેથી **એવી મોટી વસ્તુઓની આકૃતિઓ નાની કાઢવી પડે છે.** આ કારણોને લીધે વસ્તુની ખરેખરી લંબાઈ અને આકૃતિની લંબાઇની વચ્ચે **પ્રમાણનો** સંબંધ ગોઠવવામાં આવે છે. આ કારણને લીધે નકશામાં જે સ્કેલ આપ્યા હોય છે તે ઉપરથી કુદરતી વસ્તુઓની લંબાઇ અને નકશાની લંબાઇનો સંબંધ નીકળી શકે છે.

અંતરપ્રમાણદર્શક અપૂર્ણાંક—ઉપલી આકૃતિમાં ડુંગર એક માઇલ ઉંચો હોય અને આકૃતિની ઉંચાઇ એક ઈંચ હોય તો આકૃતિની ઉંચાઇને અંશ તરીકે અને ડુંગરની ઉંચાઇને (તેના ઇંચ કરીને) છેદ તરીકે મૂકવાથી જે અપૂર્ણાંક થાય તે **અંતરપ્રમાણદર્શક**

અપૂર્ણાંક કહેવાય છે. જેમકે ઉપલા દૃષ્ટાંતમા $\frac{૧}{૫૨૮૦}\times\frac{૧}{૧૨}=\frac{૧}{૬૩૩૬૦}$ એ અંતરપ્રમાણદર્શક અપૂર્ણાંક છે એજ પ્રમાણે જો ૨ ઇંચ ૩ માઇલ બતાવે તો $\frac{૨}{૫૨૮૦\times૩\times૧૨}=\frac{૧}{૯૫૦૪૦}$ એ ૨ ઇંચિ ૩ માઇલનુ અંતરપ્રમાણ-દર્શક અપૂર્ણાંક છે, અથવા એ પ્રમાણ ૨" ૩ માઇલ (કે ૩ મા. ૨") લખાય છે

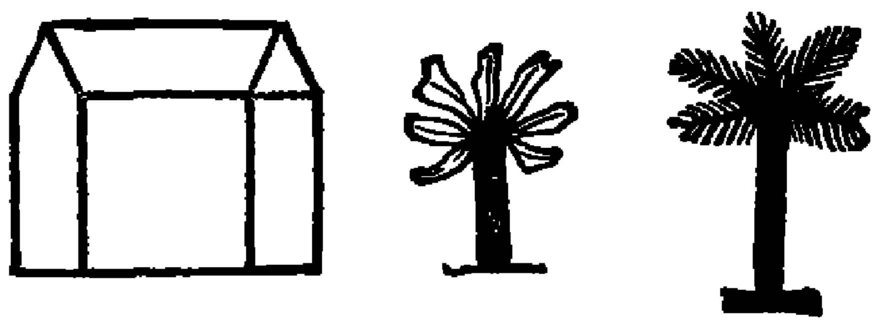
પ્રશ્નો

ટીપ-પહેલા બે પ્રશ્નોમા નજીકના દશક સુધીના અંતરો કહેવા

૧ નકશામા આપેલા સ્કેલ ઉપરથી મુંબઈ ઇલાકાના નકશામા મુંબઈ અને પુના, અમદાવાદ અને મદ્રાસ, સુરત અને કરાચીના અંતર કાઢો.

૨ હિંદુસ્થાનના નકશામા મુંબઇ અને કાશી, કલકત્તા અને લાહોર, નાગપુર અને મદ્રાસ, અમદાવાદ અને દિલ્હીના અંતર કાઢો

૩ પાસેના ચિત્રો જે પ્રમાણમા કાઢયા છે તેનુ પ્રમાણ ૧ ઇંચે ૧૦ ફુટ છે તો તેની ઉંચાઇઓ કાઢો.



૪ પાસેના પર્વતની ઉંચાઇ કાઢો
સ્કેલ ૧"=૮૦૦૦ ફુટ



૫ ૧ ઇંચે ૧ માઇલ આવે એવા સ્કેલથી ૩½ માઇલનુ અંતર દોરો

૬ ૧"=૨ માઇલના પ્રમાણથી ૬ માઇલ લાંબો રસ્તો દોરો

૭. બે ગામો ૪.૫ માઇલ દૂર છે તો ૧ સે. મી. = ૧ માઇલના પ્રમાણથી તેનુ અંતર બતાવો.

૮ એક વાસ ૩૦ ફુટ ઉભો દાટયો છે તો ૧ સે મી = ૩ ફુટના પ્રમાણમા તેની આકૃતિ કાઢો.

૯ એક કિલ્લો ૧૨૦ ફુટ ઉચો છે તો તેની ઉચાઇ તે ·૩″=૫ ફુટના સ્કેલમા દોરો

સૂચના. નીચેના પ્રશ્નોમા કાટખુણો દોરવાની રીતની જરૂર પડે છે માટે તે રીત સમજ્યા પછી એ પ્રશ્નો છોડવા

૧૦ ૧૦ ફુટ લાબો ને ૫ ફુટ પહોળો લબચોરસ દોરો (સ્કેલ ૧″=૧૦′).

૧૧ ૩૦૦ ફુટ લાબા અને ૨૦૦ ફુટ પહોળા લબચોરસ ખેતરની આકૃતિ કાઢો. (સ્કેલ ૧ સે. મી=૧૦૦ ફુટ.)

૧૨ ૨૫૬ ફુટ લાબા અને ૧૯૨ ફુટ પહોળા લબચોરસ બગીચાની આકૃતિ કાઢો. (અતરપ્રમાણ ·૧″=૧૬ ફુટ)

૧૩. નીચેની બાજુવાળા લબચોરસોને ૬ ૧ના પ્રમાણમા દોરો.- ૯, ૧૨, ૧૮, ૨૪, ૧૨, ૧૫ ઇચો, ૨૪, ૩૦, ૩૩, ૪૮ સે મી.

(ટીપ.—૬ ૧ એટલે પ્રકૃતિના ૬ ઇંચ=આકૃતિનો ૧ ઇંચ)

૧૪ નીચેની બાજુવાળા ચોરસો ૧૨ ૧ના પ્રમાણમા દોરો — ૧૨, ૧૮, ૩૦, ૩૬, ઇચો, ૩૬, ૪૮, ૨૪, ૪૮ સે મી.

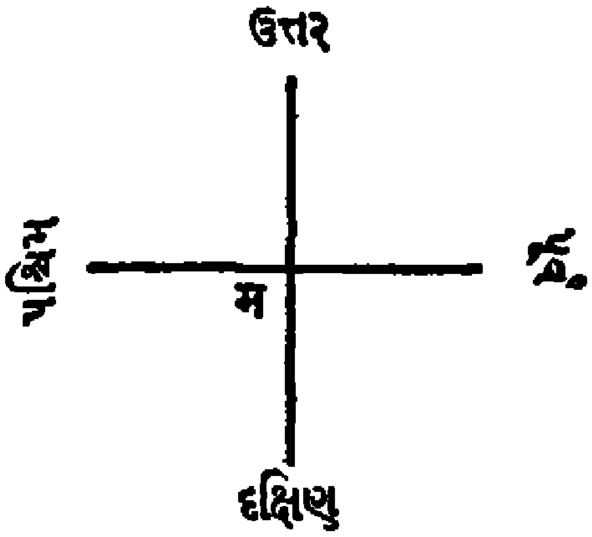
૧૫ એક લબચોરસ કિલ્લાની અદરની લબાઇ અને પહોળાઈ અનુક્રમે ૩૧૦ અને ૧૭૦ ફુટ છે અને કિલ્લાની ભીંતની જાડાઈ ૧૦ ફુટ બધી બાજુએ છે તો ભીંતની સાથે તેના તળીઆની આકૃતિ દોરો. (અતરપ્રમાણ ૧″= ૧૦૦ ફુટ)

૧૬ ૨૦ ફુટ અને ૧૫ ફુટ લબાઇ પહોળાઇ હોય એવા લબચોરસ ઓરડાની આકૃતિ દોરો, તેના સામેના ખુણાનુ અતર માપી ખરેખર અતર કહો (યોગ્ય સ્કેલ લેવુ.)

૧૭ એક સીડી (અબ)નો એક અ છેડો જમીન ઉપર છે અને બીજો બ છેડો એક ભીંત (કડ) ઉપર છે. ક ભીંતનો પાયો છે. કઅ = ૩૦ ફુટ અને કબ = ૪૦ ફુટ છે તો સીડી કેટલી લાબી છે ?

૧૮ ઉપલા ૧૭મા પ્રશ્નમા અક = ૧૫ ફુટ અને બક = ૩૬ ફુટ છે તો અબ સીડીનુ માપ કાઢો.

સૂચના. પાસે પ્રમાણે બબ્બે પાસેપાસેની મુખ્ય દિશાઓ વચ્ચે મ આગળ કાટખુણો હોય છે તે વિદ્યાર્થીને કહી નીચેના પ્રશ્નો છોડાવવા.



૧૯ એક કીડી ઉત્તરે ૪.૫" જાય છે અને પછી પૂર્વમા ૧૦.૮" જાય તો પ્રથમ સ્થળેથી તે કેટલે દૂર ગઇ હશે ?

૨૦ અ પશ્ચિમમાં ૭.૫ સે મી જાય છે અને પછી ઉત્તરમાં ૧૦.૦ સે. મી જાય તો મૂળ જગ્યાએથી તેનુ કેટલું અતર થયુ ?

નોંધ.—નીચેના પ્રશ્નોમા યોગ્ય સ્કેલ લેવા.

૨૧. એક લખોટાને દક્ષિણમા ૧૩ ૨" ફેકયો અને ત્યાથી પાછો પૂવમા ૧૧.૦" ફેકયો તો મૂળ જગ્યાએથી તે હવે કેટલો દૂર છે ?

૨૨ એક માણસ અ થી ઉત્તરે ૧૭ માઇલ અને ત્યાથી પૂર્વે ૧૨ માઇલ જાય તો તે અ થી કેટલે દૂર ગયો તે કહો.

૨૩ એક ખેપીઓ કથી દક્ષિણે ૨૩ માઇલ અને પછી પશ્ચિમમા ૨૧ માઇલ જાય તો તે મૂળ જગ્યાએથી સીધુ કેટલુ ગયો ?

૨૪ અ, બથી ૧૨ માઇલ પૂર્વે ગયો અને પછી ૧૮ માઇલ દક્ષિણે અને પાછો પૂર્વે ૧૨ માઇલ ગયો ત્યારે અ, બથી હવે કેટલો દૂર છે?

૨૫. અ, બની દક્ષિણે ૧૭ માઇલ છે, ક, બની પૂર્વે ૧૧ માઇલ છે. ड, क ની ઉત્તરે ૯ માઇલ છે તો અથી डनु અતર કહો.

૨૬ અ, બની પશ્ચિમે ૪ માઇલ છે, અની ઉત્તરે क ૯ માઇલ છે, અને कની પૂર્વે ड ૧૧ માઇલ છે તો ब ड અતરની લબાઇ કહો

૨૭ અ, डના વાયવ્યમા ૧૨૫ માઇલ અને ड, कના ઇશાનમાં ૧૭૫ માઇલ છે તો अ क અતરની લબાઇ કહો.

૨૮ બે બંદર પૂર્વ પશ્ચિમ ૧૨ માઇલ છેટા છે અને એક વહા એકથી ઇશાનમા અને બીજાથી વાયવ્યમા છે તો વહાણનુ અ બન્નેથી શુ ?

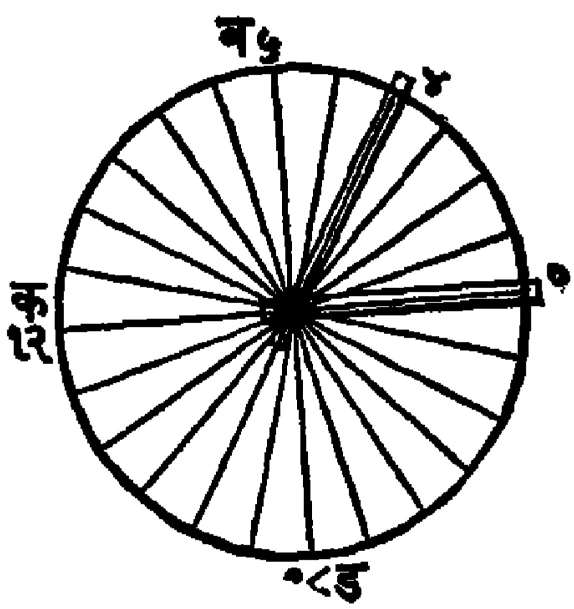
૨૯. દમણથી મહાલક્ષ્મી અગ્નિ ખુણામા છે અને દેહેણુથી ૨ માઇલ દૂર પૂર્વમા છે તો દમણથી દેહેણુ કેટલુ ? અને દમણથી મહાલક્ષ્મી કેટલુ

ટીપ – દમણુ-દેહેણુ ઉત્તર દક્ષિણ છે

૩૦ अ, ब બે સ્થળો ઉત્તર દક્ષિણ છે क, अથી અગ્નિમા અ बથી ઇશાનમા છે જો अ क + ब क ૩૦૦ ફુટ હોય તો अ क કેટલુ ?

§ ૩ ખુણો.

(क). ખુણો કવી રીતે બને છે ?

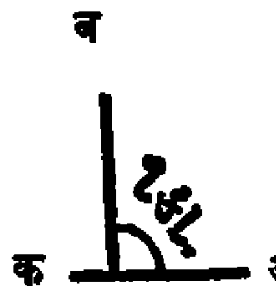


પાસે પ્રમાણેની એક આકૃતિ પાટીઆ ઉપર કાઢો, અથવા મોટા કાગળ ઉપર કાઢી તેને પાટીઆ ઉપર ટાકણીઓ મારી સજ્જડ કરો કાગળની બે પાતળી પટીઓ કાપી તેના એકેક છેડામા છિદ્ર પાડી તેમા ટાકણી મારી આકૃતિના મધ્ય બિંદુમા બરાબર બેસાડો આ પ્રમાણે બે પટીઓને કપાસના હાથ ગણી લઇ એક પટી સ્થિર રાખ (આડી પટી) બીજી પટીને ઉપરથી ધીમે ધીમે ફેરવો જે જગ્યાએ ટાકણી મારી છે તે જગ્યાએ બન્ને પટીઓની વચ્ચે ગાળો પડશે આ ગાળો વિદ્યાર્થીઓને બતાવી પુછવુ કે આ બે પટીની વચ્ચે શુ થયુ ગાળો. આ ગાળાને ખુણો કહે છે આ પ્રમાણે **બે લીટી* અથવ બે બાજુની વચ્ચે જે ગાળો થાય છે તેને ખુણો** કહે છે પાસેન ઘણી વસ્તુઓ બતાવી કહેવુ કે બે ભીતની વચ્ચે, મેજની કોરો વચ્ચે

* “લીટી” એટલે સીધી લીટી એવો અર્થ આ પુસ્તકમા લીધો છે.

પાટીઆની કોરો વચ્ચે, ચોપડીની કોરો વચ્ચે, ખુણા થાય છે પછી બે પટીઓની વચ્ચે કેવડો ગાળો થયો છે તે બતાવી યાદ રખાવવુ, અને ઉપલી પટી ઉપરથીજ ફેરવીને પહેલા ગાળાના કરતા હવે બેવડો ગાળો કરી પૂછવુ, કે પહેલા કરતા હવે ગાળો મોટો થયો છે? પહેલા પટીનો છેડો વર્તુળના કેટલા ભાગમાથી (કેટલા અશમાથી) ફર્યો હતો? હવે તે કેટલો ફર્યો છે? પહેલા કરતા હવે એ ગાળો કેવડો થયો છે? વિદ્યાર્થીઓ "બેવડો" એમ જવાબ આપશે જવાબ ખરો મળે ત્યા સુધી ઘણી રીતે પ્રશ્નો કર્યાજ કરવા

આ પ્રમાણે ઉપલી પટીને ધીમે ધીમે ઉપરથી ડાબા હાથ તરફ ફેરવતા જવુ અને પૂછવુ કે આ ***સાંકડા** ખુણા (ઉન કાટખુણ) કરતા આ ન્યૂનતાપૂરક [દ્વિકાટખુણપૂર્ણી] ખુણો મોટો કે નાનો છે? મોટો. આ ખુણો જે મોટો છે તે જેમ જેમ પટી ઉપર ફેરવીએ છીએ તેમ તેમ શુ થાય છે? નાનો આ (ઉન કાટખુણ) મૂળ ખુણો શુ થાય છે? મોટો પટીને વધારે ફેરવવી અને કાટખુણો [૦થી ૬] થાય ત્યા સુધી ઉપલી પટી લઇ જવી પછી પૂછવુ કે [મૂળ ખુણો] આ ખુણો અને [ન્યૂનતાપૂરક] આ ખુણા વચ્ચે શો ફેર છે? "કાઈ નહિ, બન્ને સરખા છે" પછી બતાવીને કહેવુ કે **આ ખુણો કાટખુણો કહેવાય છે.** કાટખુણાના બીજા અનેક ઉદાહરણો વિદ્યાર્થીને બતાવવા અને તેઓને પૂછી કઢાવવા



કાટખુણો

પછી પટીને પાછી ડાબા હાથ તરફ સહેજ સેરવવી આ પ્રમાણે થતો ખુણો કાટખુણા કરતા મોટો કે નાનો છે? મોટો એનો ન્યૂનતાપુરક ખુણો (દ્વિકાટખુણ પૂર્ણી) નાનો કે મોટો થાય છે? નાનો પટીનો છેડો છેક क સુધી લઇ જવો, અને એ પ્રમાણે પુછવુ, અને મૂળ ખુણા અને દ્વિકાટખુણપૂર્ણી વચ્ચેનો તફાવત કઢાવતા જવુ क આગળ પટીનો છેડો આવે ત્યારે પુછવુ કે આ ખુણો (મૂળ ખુણો) કાટખુણા કરતા કેટલો મોટો છે? ब આગળ છેડો

---

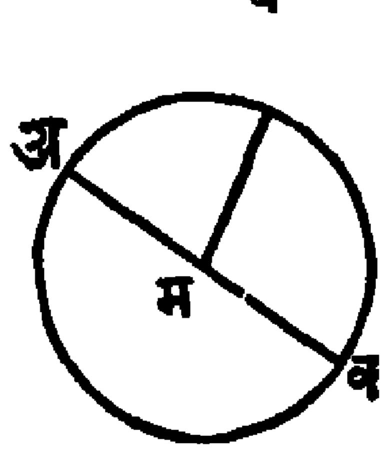
* સમજુતિમા આ અને એવા બીજા શબ્દ શિક્ષકને માટેજ છે

હતો ત્યાંના કરતા હવે કેટલો મોટો એ ખુણો છે? હવે કેટલા કાટખુણ થયા? વગેરે.

એક કાટખુણો ફરતી વેળા પટીનો છેડો વર્તુળના કેટલા ભાગમાથી ફર્યો? ચોથા. કેટલો ભાગ ફરવાથી બે કાટખુણા થાય? અર્ધો. કેટલે ભાગ ફરવાથી અર્ધો કાટખુણો થાય? આઠમો વગેરે, .

સૂચના—અગાઉનો ભાગ શીખવ્યા પહેલા વર્તુળ, મધ્યબિંદુ પરિઘ, વગેરે શબ્દોની માહિતી વિદ્યાર્થીને કરાવવી એ શબ્દોની વ્યાખ્યા મ્હોડે કરાવવાની જરૂર નથી, પરંતુ શરૂઆતમા તેના અર્થ બરાબર સમજે અને તેનો ઉપયોગ બરાબર કરે તો બસ છે

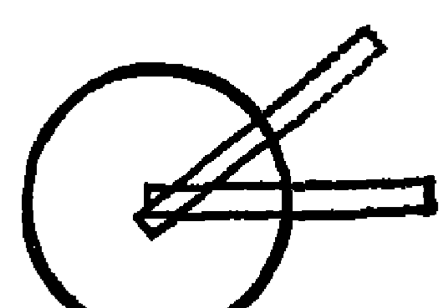
વ્યાખ્યા—જો કોઇ આકૃતિની એક એવી વક્ર લીટીથી હદ થએલી હોય કે તે વક્ર લીટી સુધી આકૃતિ માહેના એક મુકરર બિંદુમાથી કોઇ પણ સીધી લીટીનુ અંતર લઇએ તો તે અંતર હમેશા એકનુ એકજ રહે તો તે આકૃતિ **વર્તુળ** છે આવી વક્ર લીટી તે **પરિઘ** કે **પરિધિ** છે.



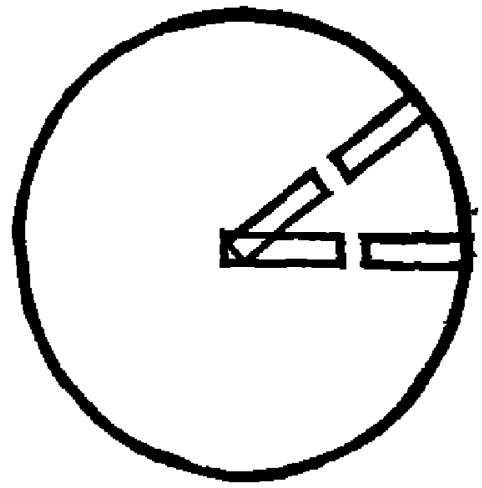
વ્યાખ્યા—વર્તુળમા જે (म) મુકરર બિંદુથી પરિઘ સુધી સરખ લીટી દોરી હોય તે બિંદુને વર્તુળનુ **મધ્યબિંદુ** કહે છે. અને ર સરખી લીટીઓ **ત્રિજ્યા** કહેવાય છે. પરિઘના કોઇ પણ ભાગને **કૌં**· કે **ચાપ** કહે છે વર્તુળમા પરિઘ સુધી બંને બાજુ મધ્યબિંદુમાં જતી લીટી **વ્યાસ** છે

(ख). ખુણાઓનું મહત્ત્વ.

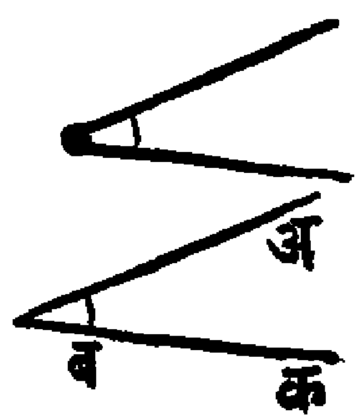
પાસેની આકૃતિમા બતાવ્યા પ્રમાણે બે પટીઓની વચ્ચે અર્ધો કાટખુણો થાય તેમ પટીઓ ગોઠવો ત્યાર પછી એ પટીઓની સાથે બીજી એવડીજ પટીઓ બાંધી દરેક પટી બેવડી કરો પછી પૂછો કે પટીઓને શુ કર્યું છે? આ ખુણો પહેલાના કરતા બેવડો થયો છે? પહેલા



કેવડો ખુણો હતો ? ઉપલી પટીને ફેરવતા વર્તુળનો કેટલામો ભાગ પહેલી વખતે રોકાયો હતો? આઠમો ભાગ હવે પટી બેવડી કર્યા પછી વર્તુળનો કેટલામો ભાગ પટી ફરી છે? આઠમો ભાગ આ ઉપરથી પટીઓ બેવડી કર્યાથી પહેલી વખતના ખુણામા કાંઈ ફેર પડયો છે? ખુણો મોટો કરવાને પટીઓને લાંબી કરી હોય તો તે મોટો થઇ શકે ખરો ? નહિ તો મોટો કરવાને માટે શુ કરવુ જોઇએ? ઉપલી પટીને ઉપરથી ડાબા હાથ તરફ ફેરવવી જોઇએ

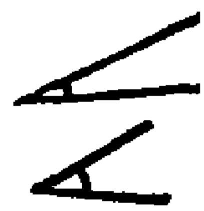


પાસે પ્રમાણે બીજો વર્તુળ કાઢી પટીઓ ગોઠવી, બન્ને પટીઓને હવે અર્ધી કરો અને પૂછો કે પટીઓનુ શુ કર્યું ? પહેલા બે પટીઓની વચ્ચે વર્તુળનો કેટલામો ભાગ રોકાયો હતો ? પટીઓ અર્ધી કરવાથી હવે કેટલો રોકાયો છે ? પટી ટુકી કરવાથી ખુણો નાનો થયો છે ? નહિ તો ખુણો નાનો કરવાને આપણે શુ કરવું જોઇએ ? પટીને નીચેથી ફેરવવી જોઈએ. ત્યારે પટીઓ નાની કરવાથી ખુણો નાનો થઇ શકે ખરો ? નહિ



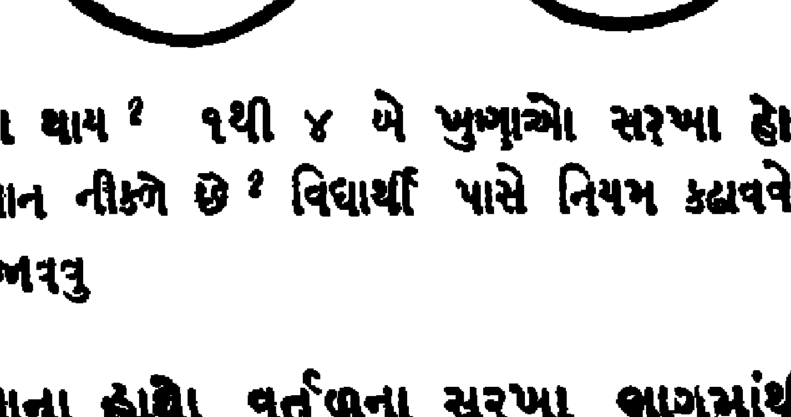
ગમે તે કોઇ સરખા પણ નાના મોટા હાથવાળા બે ખુણા પાટીઆ ઉપર કાઢો આ બેમા મોટો કયો છે ? મોટા હાથવાળો ખુણો મોટો છે એવો જવાબ મળશે, પછી ડીવાઇડર્ઝ લઈ તેનુ માથુ ખુણા ઉપર મુકી બન્ને હાથ એક ખુણાના હાથ ઉપર આવે તેમ પહોળુ કરો, પછી ડીવાઇડર્ઝને તેમનુ તેમજ ઉંચકી બીજા ખુણા ઉપર માથુ બરાબર મુકી હાથો ખુણાના હાથ ઉપર ગોઠવો અને પૂછો કે પહેલી વખત ખુણાના જેટલુ ડીવાઈડર્ઝને પહોળુ કયુ હતું ? પછી ડીવાઇડર્ઝને સાકળુ અથવા

પહોળુ કર્યું ? ડીવાઇડર્ઝને તેમને તેમજ બીજા ખુણા ઉપર મૂક્યુ કે પહોળુ કરીને મૂક્યુ ? છોકરાઓ પાસે પણ ડીવાઇડર્ઝના ખુણા સાથે ખુણાઓના માપ સરખાવાવી જોવા, અથવા વર્તુળના મધ્ય બિંદુ સાથે ડીવાઇડર્ઝના માથાને રાખી વર્તુળનો કેટલામો ભાગ પહેલા ખુણા સાથે માપ્યા પછી તે રોકે છે, અને બીજા ખુણા સાથે માપ્યા પછી તે રોકે છે તે પ્રત્યક્ષ બતાવવુ અને પૂછવુ કે આ બન્ને ખુણા વચ્ચે કાંઇ ફેર છે ? નહિ.



પાસે પ્રમાણેના બે ખુણા પાટીઆ ઉપર દોરો. મોટા ખુણાના હાથ કરતા નાના ખુણાના હાથ મોટા કરો. ઉપર પ્રમાણેના સવાલ જવાબ કરી, ડીવાઇડર્ઝથી સરખાવી, અથવા ડીવાઇડર્ઝની મદદથી વર્તુળના ભાગ સાથે સરખાવી બે ખુણામાથી મોટો કયો છે તે પૂછો, નાના હાથવાળો મોટો છે ? “ હા. ”

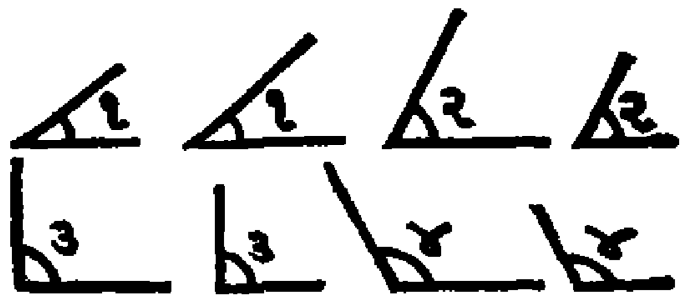
આ પ્રયોગો પરથી ખુણાઓના નાનામોટાપણાનો આધાર શા ઉપર રહે ? હાથો લંબાવ્યાથી ખુણો મોટો થાય છે ? ટુકા કર્યાથી નાનો થાય છે?



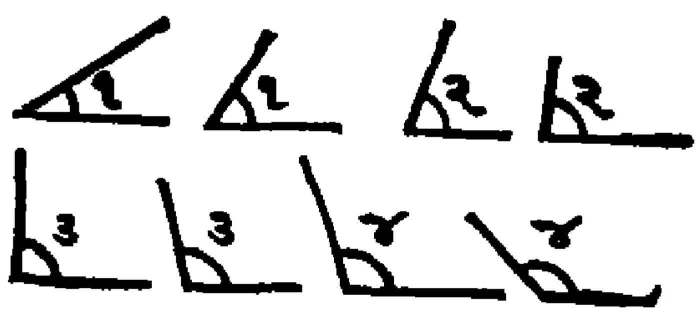
વર્તુળમા अ क-ને ફેરવી ब अ क ખુણો પરિધના ૧થી ૪ ભાગ રોકે એવડો બનાવો બીજા વર્તુળમા ड इ ઉપર ड फ-ને કેટલી ફેરવીએ તો ब अ कના જેવડો ખુણો થાય ? ૧થી ૪ બે ખુણાઓ સરખા હોય તો આ ઉપરથી શુ અનુમાન નીકળે છે ? વિદ્યાર્થી પાસે નિયમ કઢાવવો. ન નીકળે તો ફરીથી સમજાવવુ

“જે બે ખુણાઓના હાથો વર્તુળના સરખા ભાગમાંથી (સરખા અંશમાંથી) ફરે છે તે ખુણા સરખા છે” એમ કહો.

(ग) ખુણાઓની સમાનતા કે અસમાનતા બતાવવાની રીત.



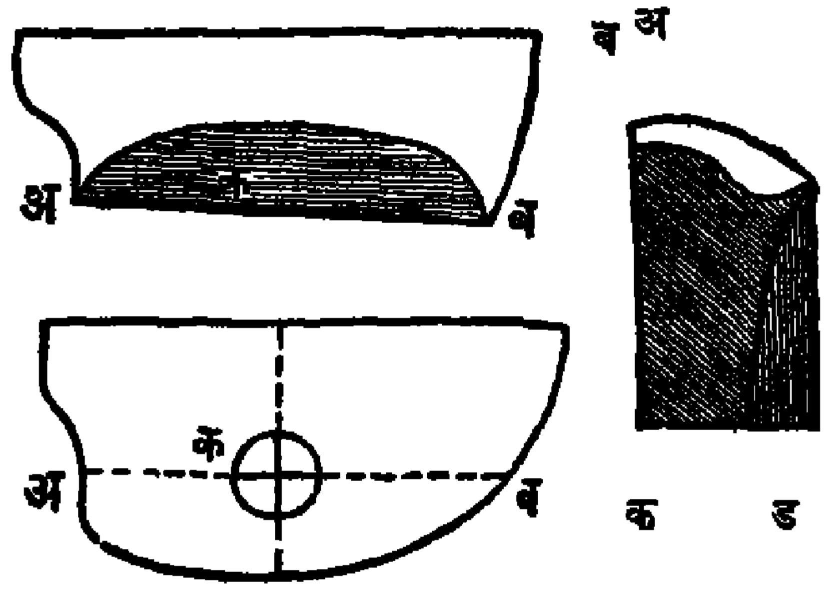
પાસે પ્રમાણે સરખા ખુણાઓની ચાર જોડ લો. ૧ને ૧ ઉપર, ૨ને ૨ ઉપર, ૩ને ૩ ઉપર, અને ૪ને ૪ ઉપર શિરોબિંદુ શિરોબિંદુ ઉપર આવે ને ખુણાના હાથો એક બીજા ઉપર આવે તેમ મૂકો પૂછો કે આ ખુણો આ ખુણા પર મળી જાય છે? બરાબર મળી જાય છે? એકનો આ હાથ બીજાના આ હાથ ઉપર બરાબર આવેલો છે? બીજા હાથો પણ મળી જાય છે? માટે આ ખુણાઓ સરખા છે.



પાસે પ્રમાણે અસમાન ખુણાઓની ચાર જોડ લો. શિરોબિંદુઓ બરાબર મળી જાય અને એકેક હાથ બરાબર મળી જાય તેમ ૧ને ૧ ઉપર ૨ને ૨ ઉપર, ૩ને ૩ ઉપર, ને ૪ને ૪ ઉપર ગોઠવો આ ખુણાના બીજા હાથ ક્યા પડે છે? એ હાથ અંદર પડે છે કે બહાર? અંદર. આ ખુણાઓ સરખા છે? નાના ક્યા છે? મોટા ક્યા છે? નાના ખુણાનો ઉપલો હાથ અંદર કે બહાર પડે છે? વગેરે.

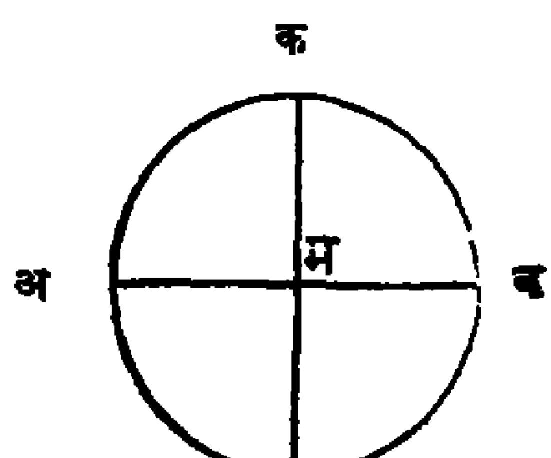
આ ઉપરથી ઠસાવો કે ખુણાઓનું નાનામ્હોટાપણું ખુણા જે બાજુ–લીટીઓની વચ્ચે થાય છે તેની લંબાઇ ઉપર આધાર રાખતું નથી, પણ તે હાથો વધારે કે ઓછું દૂરે તેના ઉપર આધાર રાખે છે. ખુણાઓના હાથની વચ્ચે વધારે ઓછી જગ્યા હોય તો ખુણો મોટો નાનો થાય ખરો? નહિ. આ નિયમો બરાબર ઠસાવ્યા પછી આગળ ચાલવું.

(च). કાટખુણો.



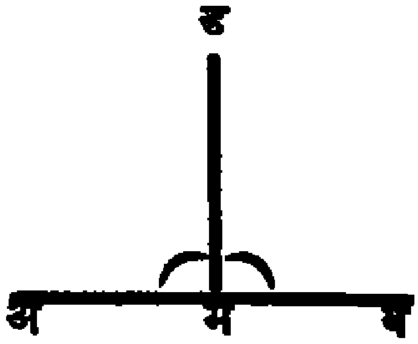
કોઇપણ કાગળનો કટકો લો તેની વચ્ચે એક આડો અ ब સળ વાળો, અને ફરીથી એ સળની કોર બરાબર એક ભાગ બીજા પર મળી જાય તેમ વચ્ચે બીજો સળ વાળો આ પ્રમાણે એ સળની વચ્ચેનો ખુણો (क) બતાવી પૂછો કે પહેલા જે કાટખુણો બતાવ્યો હતો તેની બરાબર આ ખુણો છે ?

એક સળ ઉખેડો અને એ કાટખુણા બતાવો, બીજો સળ ઉખેડી ચાર કાટખુણા બતાવો, સામાન્ય વસ્તુઓના દાખલા–પાના, ટેબલ, પાટલી, સ્લેટ,–લઈ "કાટખુણા"નો વિચાર બરાબર ઠસાવો બીજા નાના મોટા ખુણા લઇ એક કાટખુણા સાથે સરખાવો અને એ પ્રમાણે કાટખુણા કરતા નાના અને મોટા ખુણાઓ પણ ઠસાવો કપાસ ઉઘાડાવી જુઓ કે વિદ્યાર્થી કાટખુણો કરી શકે છે કે નહિ



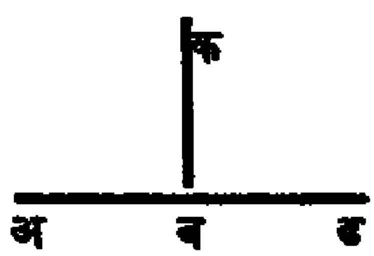
એક વર્તુળ કાઢી ઉપલો પ્રયોગ ફરી કરો વર્તુળના મધ્યબિંદુ આગળ કેટલા કાટખુણા થાય છે ? अ ब સળની ઉપલી બાજુએ કેટલા ખુણા છે ? આ ખુણા સરખા છે ? अ ब સળ ઉપર म क સળ કેવી રીતે પડે છે તેની આજુબાજુના ખુણા બરાબર છે ? આ ઉપરથી કાટખુણાની વ્યાખ્યા કઢાવવી.

વ્યાખ્યા–જે એક લીટી બીજી લીટી ઉપર પડે અને બન્ને બાજુના ખુણા સરખા થાય તેા તે દરેક કાટખુણેા કહેવાય છે અથવા ખુણાઓના હાથેાની વચ્ચે વર્તુળનેા ચેાથેા ભાગ રેાકાય તેા તે ખુણેા કાટખૂણેા છે, એટલે હાથેા વર્તુળના ચેાથા ભાગમાથી ફરે છે



ચાર પાચ કાટખુણા સળ પાડી બનાવેા એકને બીજાની ઉપર બરાબર ગેાઠવેા આ ખુણાઓ બરાબર ગેાઠવ્યા છે? એક બીજાના હાથેા બરાબર મળી ગયા? ખુણાઓ બરાબર મળી ગયા છે? આ ઉપરથી ઠસાવેા કે **સઘળા કાટખૂણાઓ બરેાબર છે**

વ્યાખ્યા. એક લીટીથી બીજી લીટી સાથે કાટખુણેા થાય તેા તે બે લીટીઓમાની એક બીજીને **લંબ** છે એમ કહેવાય છે આકૃતિમા अ ब, बकને લબ છે, અને ब क, ब અને લબ છે

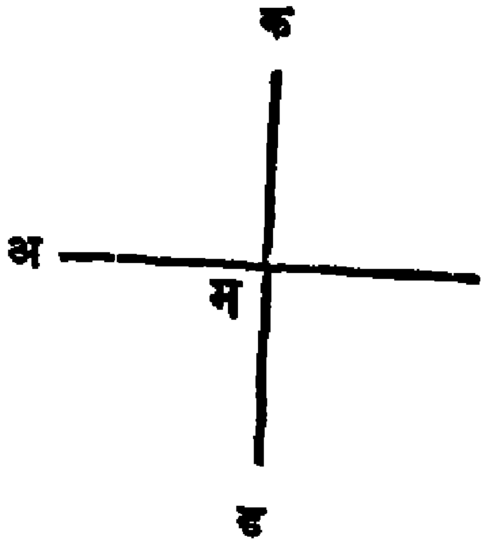


(ड). લંબ દેારવાની રીત.

૧લી રીત. કાગળનેા એક કકડેા લેા. એ કકડામા એક સળ વાળેા આ સળની કેારેા એક બીજા પર બરાબર મળી જાય તેમ ફરીને સળ વાળેા કાગળ ઉકેલી જુએા બીજા સળથી પહેલા સળ ઉપર કેવડેા ખૂણેા થાય છે? કાટખુણેા આ ઉપરથી કાગળમા સળ પાડી એક લીટી ઉપર લબ દેારવા માટે શું કરવુ જોઇએ? સળ કેવી રીતે પાડવેા જોઇએ?

૨જી રીત. ઉપલી રીતથી, આપેલી લીટીની બહાર બિંદુ આપ્યું હેાય, તેા લબ કેવી રીતે દેારી શકાય? આપેલી લીટી ઉપર કાગળને બેવડ વાળેા. આપેલા બિંદુમાંથી ટાંકણીથી અથવા કપાસના અગ્ર બિંદુથી છિદ્ર પાડેા. આ બે બિંદુની વચ્ચે સળ વાળેા કાગળને આ સળની ઉપર ફરીથી બેવડ વાળેા. કેારેા બરાબર મળી જાય છે? દરેક

ખુણો કેવડો ? કાટખુણો. કાગળ ઉકેલી જુઓ. આપેલા બિંદુમાથી આપેલી લીટી ઉપર લબ દોરવા માટે કયી રીત છે ?



૩૭ રીત. अब આપેલી લીટી છે. क આપેલુ બિંદુ છે. કાગળમા એવો સળ વાળો કે अबનો એક બાજુ ઉપરનો मअ ભાગ બીજી બાજુ ઉપરના मब ભાગ ઉપર બરાબર મળી રહે, અને ઉભો સળ कमाथी જાય. સળોની કોરો બરાબર મળી જાય છે ? આ દરેક ખુણો કેવડો ? કાટખુણો. कमाथी લબ દોરવાને કયી રીત કામ લાગે છે ?

પ્રશ્નો.

૧ તમારા ડીવાઇડર્ઝના હાથ પહોળા કરી કાટખુણો કરો

૨ તમારા સેટસ્કવેરોના સૈાથી મોટા ખુણા કેવા છે ?

૩ તમારી ચોપડીના પાનાના ખુણાઓ કેવા છે ?

સૂચના. નીચેના પ્રશ્નોમા ઘડીઆળમા એક કાટો ચાલે તો બીજો ચાલતો નથી એમ સમજવુ કાગળનુ ઘડીઆળ પટીના કાટાવાળુ અને એકથી બાર અક સુધીનુ હોય તો સારૂ નહિ તો તે બનાવવુ

૪ બન્ને કાટા ૬ ઉપર છે એક કાટો ૩ ઉપર આણો તો બે કાટાની વચ્ચેનો ખુણો કાટખુણા કરતા નાનો કે મોટો છે ?

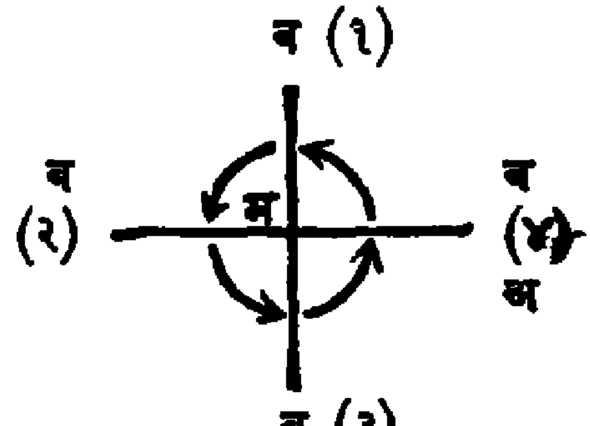
૫. બે કાટા ૩ ઉપર છે એક કાંટો બાર ઉપર લઇએ તો બન્ને કાટા વચ્ચે કેવડો ખુણો થયો ?

૬ બન્ને કાટા ૩ ઉપર છે. એક કાટો ૯ ઉપર લઇએ તો બે કાટા વચ્ચેનો ખુણો કેવડો થયો ?

૭ બન્ને કાટા ૬ ઉપર છે. એક કાંટો ૧૨ ઉપર લઇએ તો બે કાટા વચ્ચેનો ખુણો કેવડો થયો ?

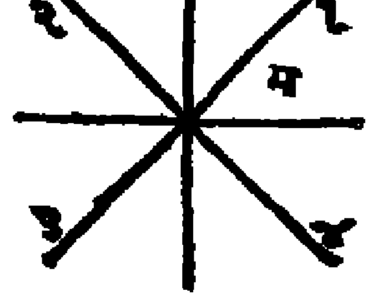
૮. બન્ને કાટા ૫ ઉપર છે. એક કાંટો ૨ ઉપર લો, તો બન્નેની વચ્ચે કેવડો ખુણો થશે ? બીજાને હવે ૮ ઉપર લઇએ તો બન્ને કાટા વચ્ચે કેવડો ખુણો થશે ?

(ज) કોઈપણ બિંદુની આસપાસ થતા ખુણાનો સરવાળો.



પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે म अ પટી ઉપર म ब પટી મુકો એની વચ્ચે કેવડો ખુણો થાય છે ? બન્ને પટી કેવી રીતે મુકેલી છે ? પછી मअને સ્થિર રાખી मबને ब (૧) સ્થિતિમા આવે તેમ ફેરવો. હવે બે પટીઓ કેમ આવી છે ? બેની વચ્ચે કેવડો ખુણો થયો છે ? કાટખુણો એ વખતે કેટલા કાટખુણા થયા છે ? એક કાટખુણો. પછી मअને એજ સ્થિતિમા રાખી मबને ब(૨)ની સ્થિતિમા આવે તેમ ફેરવો હવે मब(૧) અને मब(૨)ની વચ્ચે કેવો ખુણો થયો ? એ કેટલા કાટખુણા છે ? म अ અને मब(૨)ની વચ્ચે કેટલા કાટખુણા થયા ? બે કાટખુણા. मबને ફરીથી આગળ मब(૩)ની સ્થિતિમાં આવે તેમ ફેરવો म ब (૨) અને म ब (૩)ની વચ્ચે કેવડો ખુણો થયો ? એ કેટલા કાટખુણા થયા છે ? હવે म अ અને म ब (૩)ની વચ્ચે કેટલા કાટખુણા થયા છે ? ત્રણ કાટખુણા. मबને ब ફરીથી ब (૪)ની એટલે अની સ્થિતિમા આવે તેમ ફેરવો. म ब (૩) અને म ब (૪)ની વચ્ચે કેવડો ખુણો થયો ? मअને म ब (૨) વચ્ચે કેવડો ખુણો થયો ? એ ખુણો કેવો છે ? ઘડીઆળના કાટાની ઉલટી દિશામા (દિશા બતાવી) જતા म अ અને मबની વચ્ચે કેટલા કાટખુણા થયા ? ચાર કાટખુણા.

વળી કાગળમા કાટખુણો થાય તેમ સળો વાળી કાગળ ઉકેલી બતાવો કે સળોના *છેદનબિંદુની આજુબાજુ કેટલા ખુણા થયા ? એ ખુણા કેવા છે ? કેટલા કાટખુણા છે? વળી પાસે પ્રમાણે બે લીટી કાટખુણે દોરો છેદનબિંદુ (म) આગળ કેટલા કાટખુણા છે ? म૧ દોરો. એ ચાર કાટખુણામાથી કોઇ ભાગ ઘટયો છે ? કોઇ વધ્યો છે ? म૨, म૩, म૪, વગેરે દોરી એ નિયમ ઠસાવો.

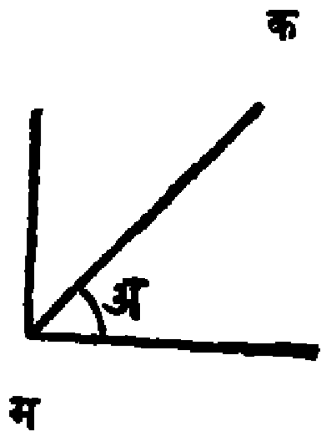


*બે લીટી (સીધી કે વાકી) જે બિંદુમા છેદે કે મળે તે છેદનબિંદુ. છે.

આ પ્રમાણે એક બિંદુની આસપાસ એક લીટી ફરતી ફરતી ઉપરથી નીચે આવી તેજ સ્થિતિમા પાછી આવે તો કેટલા કાટખુણા થાય છે ? એ લીટી કેટલા કાટખુણામાથી ફરે છે ? ચાર કાટખુણા.

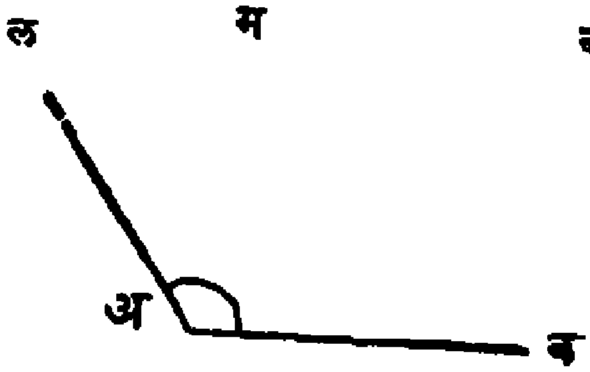
એક બિંદુ આગળ ગમે તેટલી જુદી જુદી લીટીઓ દોરીએ તો તે લીટીઓની વચ્ચેના ખુણાનો સરવાળો શુ થાય છે ?

આ નિયમ ઠસાવ્યા પછી નીચેની વ્યાખ્યાઓ પાકી કરાવવી.



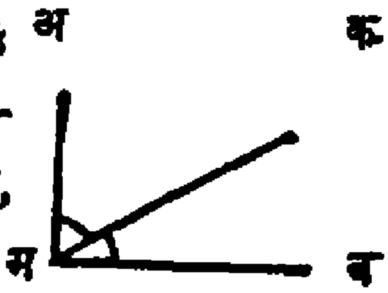
વ્યાખ્યા—એક કાટખુણાથી નાના ખુણાને ઉનકાટખુણ (ઉન=ઓછો, કાટખુણાથી ઓછો) કે સાંકડો ખુણો કહે છે

∠अ કે ∠बमक સાકડો ખુણો છે

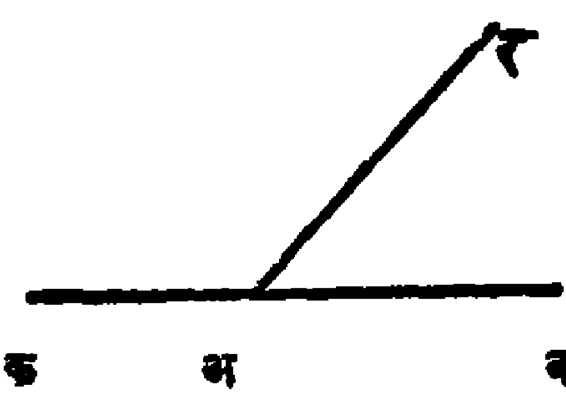


વ્યાખ્યા—એક કાટખુણાથી મોટો પણ બે કાટખુણાથી નાનો ખુણો હોય તેને અતિકાટખુણ (અતિ=મોટો, કાટખુણાથી મોટો) કે પહોળો ખુણો કહે છે

∠बमल પહોળો ખુણો છે



વ્યાખ્યા—બે ખુણાનો સરવાળો એક કાટખુણા બરાબર હોય તો તે દરેકને એક કાટખુણપૂર્ણી યા કોટિખુણો કહે છે. ∠बमक, ∠कमअ કોટિખુણો છે.



વ્યાખ્યા—બે ખુણાનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર હોય તો તે દરેકને દ્વિકાટખુણપૂર્ણી કે ન્યૂનતાપૂરક ખુણો કહે છે.

∠ बअर, કે ∠ कअर ન્યૂનતાપૂરક છે

વ્યાખ્યા—કોઇપણ સીધી લીટીની અંદરના કોઇપણ બિંદુ આગળ તે લીટીની એકજ બાજુએ જે ખુણો હોય છે તે દ્વિકાટખુણ છે.

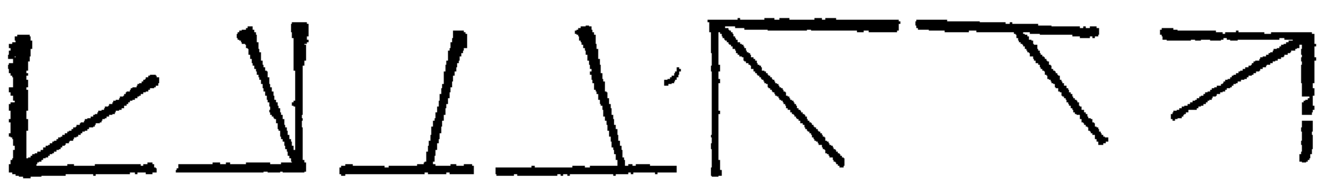


પ્રશ્નો.

૯. નીચેના ખુણાઓમાં સાકડો ખૂણો કયો? પહોળો ખૂણો કયો? અને કાટખૂણો કયો?

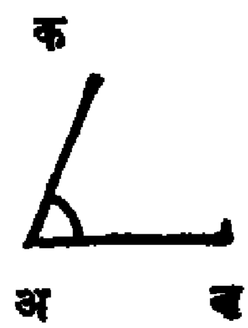


૧૦ નીચેના ખૂણાઓમા કોટિખુણા કયા? અને ન્યૂનતાપૂરક કયા?

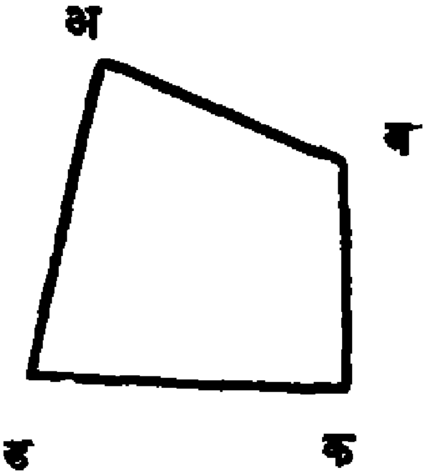


૧૧. ઉપર પ્રમાણે દશ ખુણાઓ કાઢી પ્રશ્ન ૯ અને ૧૦ પ્રમાણે પ્રશ્નો પૂછી ખુણાઓનો પ્રકાર બરાબર ઠસાવો

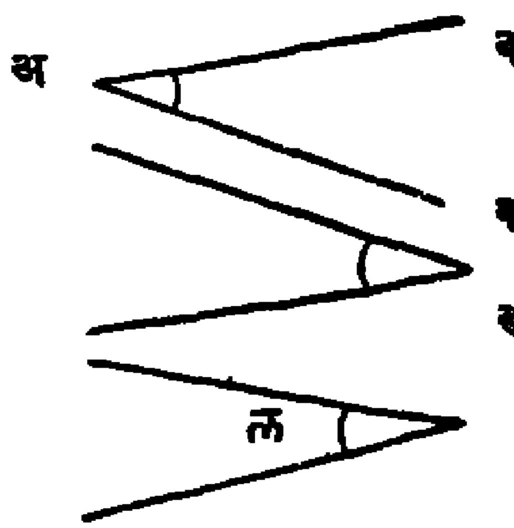
(છ) ખુણા ઓળખવાની રીત.



બે લીટીઓ દોરી એક ખુણો બનાવો. અને પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે અક્ષરો મૂકો જે બે લીટીઓની વચ્ચે ખુણો થાય છે તેને તે ખુણાની **શાખાલીટી** કે **હાથ** કહે છે. અબ, અક ખુણાના હાથ છે એ શાખાલીટીઓ જ્યા મળે છે તે બિંદુને ખુણાનુ **શિરોબિંદુ** કે **કોણબિંદુ** કહે છે ઉપલી આકૃતિમા અ બિંદુ શિરોબિંદુ છે. ખુણાનું નામ આપવા માટે આપણે ખુણાના શિરોબિંદુ આગળનો અક્ષર વચ્ચે મૂકી તેની આજુબાજુ શાખાલીટી આગળના બીજા અક્ષરો મૂકીએ છીએ. જેમકે ઉપલો ખુણો બઅક, અથવા કઅબ કહેવાય છે.

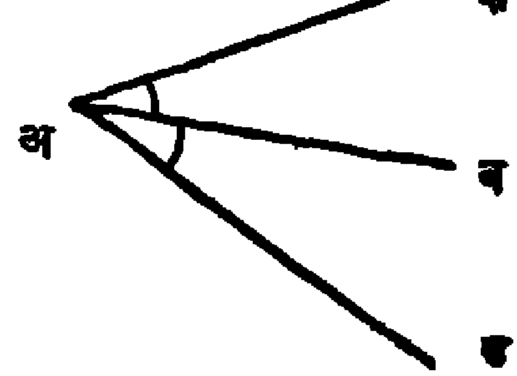


વળી કોઇપણ આકૃતિને અક્ષરથી ઓળખવા માટે કોઇપણ ખુણાના શિરોબિંદુ આગળનો અક્ષર લઇ ત્યાંથી અનુક્રમે આવતા અક્ષરો (ઉપરથી કે નીચેથી) સાથે લઈ બોલ-વાનો (મૂળ અક્ષર આવે ત્યાં સુધી, પણ તે અક્ષર નહિ) રિવાજ છે. ઉપલી આકૃતિ अबकड, बकडअ વગેરે, અથવા अडकब डकबअ, વગેરે બોલાય છે સામાન્ય રીતે જે અક્ષરો વપરાયા હોય તેમાના પહેલા (મૂળાક્ષરના) અક્ષરથી શરૂ કરવાનો રિવાજ છે. જેમકે ઉપલી આકૃતિ अबकड બોલાય છે.



ખુણાઓને ઓળખવા માટે ઉપર સિવાયની બીજી રીતો પણ છે જેમકે પાસેનો ખુણો बअकથી ઓળખાય એટલુંજ નહિ, પરંતુ કોઇ વખતે ખુણાની શાખાલીટીના બહારના છેડા ઉપર અક્ષર ન લખી ખુણા આગળજ અંદરથી કે બહારથી એક અક્ષર મુકાય છે, જેમકે ખુણો बअक ખુણો ड અથવા ખુણો लથી પણ ઓળખાય છે.

સંજ્ઞા (ટુંકી રીત). "ખુણો" શબ્દને માટે ∠ આવું ચિન્હ ખુણાની આગાઉ મૂકવાનો રિવાજ છે. જેમકે ∠बअक એટલે ખુણો बअक; ∠ड = ખુણો ड, ∠ल = ખુણો ल



વ્યાખ્યા—પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે બે ખુણાઓની વચ્ચે એકજ શાખા લીટી હોય અને એકજ બિંદુમા તે ખુણાઓ મળતા હોય તો એ ખુણાઓને પાસેપાસેના ખુણા કહે છે ∠कअब, ∠बअड પાસેપાસેના ખુણા છે.

अडनी ઉપર अ બિંદુ સ્થિર રાખી अकने ફેરવેા अकमा તે આવે ત્યારે અટકેા કયેા ખુણેા થયેા ? डअक પછી ફરીથી अडथी લઈ अबनी સ્થિતિમા અટકેા. કયેા ખુણેા થયેા ? डअब, અને अबने હજુ આગળ લઈ अक આગળ અટકેા. કયેા ખુણેા થયેા ? बअक डअब અને बअक ખુણાને ભેગા કરીએ તેા કયેા ખુણેા થાય ? डअक આ ઉપરથી શું સમજેા છેા તે કહેા.

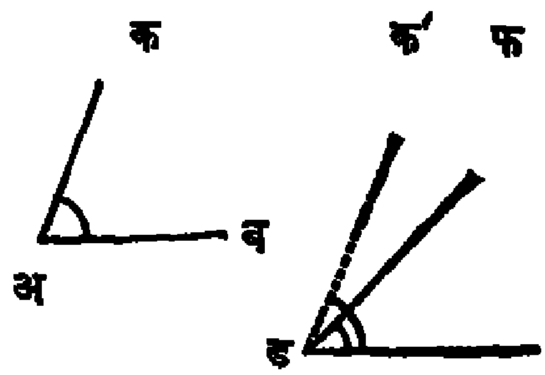
પ્રશ્ન



૧૨ ઉપલી આકૃતિમાંના ખુણાઓને નામ આપેા કયા કયા ખુણા પાસેપાસેના ખુણા છે ? નામ આપી તે ખુણાઓ કહેા

(ज) ખુણાઓની સરખામણી

બે ખુણામાં કયેા કેાનાથી મેાટેા છે તે પારખવાની રીત.

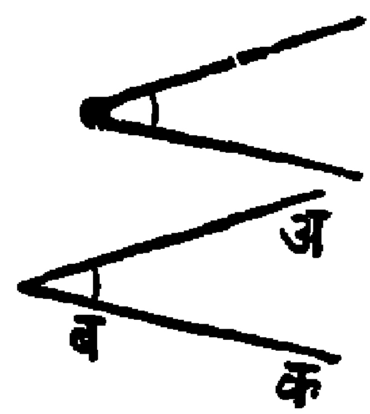


પાસે પ્રમાણે बअक, इडफ ખુણાઓ લેા. बअक ખુણા ઉપર તેલીઓ કાગળ અથવા કેાઇ પાતળેા (ઉપરથી નીચેના ખુણેા દેખાય એવેા) કાગળ મૂકેા, અને નીચેના बअक ખુણાની નકલ પેન્સીલથી કાગળ ખસ્યા વિના કરેા એ કાગળને ઉંચકીને अ, ड ઉપર પડે અને अब, डइ ઉપર પડે તેમ ગેાઠવેા अक, इफनी બહાર પડે છે ? डफ ઉપર डक'ને લાવવા માટે શું કરવું જોઇએ ? ત્યારે इडक' ખુણેા નાનેા કે મેાટેા થશે ? ત્યારે इडक ખુણેા इडफना કરતા નાનેા કે મેાટેા છે ? इडक' ખુણેા बअकना કરતા મેાટેા કે નાનેા છે ? કે બરાબર છે ? ત્યારે बअक ખુણેા, इडफ ખુણા કરતા મેાટેા કે નાનેા છે ?

ब अ क ખુણાને નાનેા દેારી એજ પ્રમાણે પ્રશ્નેાત્તર કરવા.

તેલીઆ કાગળ અથવા પાતળા કાગળ ઉપર આપેલા ખુણાની નકલ કરવી હોય તો બીજી *કોઇ રીતે તેવડો ખુણો બનાવી ઉપર પ્રમાણે પ્રયોગ કરવો

*આપેલા ખુણાના જેવડો ખુણો નીચેની રીતે પણ બનાવી શકાય છે —



(૧) अ ब क ખુણાની નીચે કાગળ મુકો ઉપરથી, अ, ब, कમાથી ટાકણીથી છિદ્રો પાડો ખુણો ઉપાડી લઈ નીચેના કાગળમા જ્યા છિદ્રો પડયા છે ત્યા क' ब', ब' अ' સાધો, તો क' ब' अ' ખુણો क ब अ ખુણાની ખરેખરી નકલ છે.

(૨) ब अ क ખુણો अ बને अकની ઉપર ફેરવીએ ત્યારે બને છે માટે अ ब ત્રિજ્યા વર્તુળના क ब ભાગમાથીજ ફરી છે. માટે વર્તુળના क ब ભાગ જેટલાજ ભાગમાથી ઉપલી લીટીને ફેરવીએ તો क अ ब ખુણા જેવડો ખુણો થશે માટે अकના જેવડી ड प લીટી લો. અને ड બિંદુ મધ્યબિંદુ લઈ अकના જેવડી (ड प બરાબર) ત્રિજ્યા લઈ વર્તુળનુ કૌંસ દોરો અને क ब માપી લો प મધ્યબિંદુ અને क ब ત્રિજ્યા લઈ બીજુ કૌંસ દોરો આ કૌસ આગલા કૌંસને ल મા છેદે છે ड ल સાધો ખરૂ જોતા આપણે ∠कअबને ન ઉચકતા તેના ત્રણે ભાગો (ત્રણ બાજુ) જુદી પણ તેવીજ સ્થિતિમા મૂકયા છે માટે पडल ખુણો कअब ખુણા બરાબર છે.

ટીપ. પાચ દશ ખુણાઓ કાગળ ઉપર કઢાવી તેના જેવડા ખુણા વિદ્યાર્થીઓ પાસે કઢાવી પહેલી અને બીજી રીત ખાસ કરીને ઠસાવવી

પ્રશ્નો.

૧૩ તેલીઆ કાગળ ઉપર પાચ ખુણાની નકલ કરી કાગળ ઉંચકી લઇ ફરીથી ખુણો ગોઠવી તપાસી જુઓ કે ખુણો બરાબર થયો છે કે નહિ.



૧૪ પાસેના ખુણાઓની જોડામા બબ્બે ખુણા સરખાવી કયો કોનાથી મોટો છે તે બતાવો.

૧૫ પાસેના ખુણાઓની જોડોમા બબ્બે ખુણા સરખાવી મોટો કયો અને નાનો કયો તે કહો



૧૬. પાસેના ખુણા—



-ઓ સરખાવો.

૧૭ પાસેના ખુણાઓમા સૌથી મોટો અને સૌથી નાનો કયો ?



૧૮ હાથથીજ દશ કાટખૂણા કાઢો. અને બબ્બેને સરખાવી જુઓ. કાઇ ફેર લાગે છે કે નહિ ?

૧૯. હાથથીજ દશ સાંકડા ખૂણા કાઢો

૨૦. હાથથીજ દશ પહોળા ખૂણા કાઢો.

(ङ) ખુણાના વિભાગ.

કાગળના કકડામા સળો વાળી એક કાટખુણો બનાવો અને તે કાપી કાઢો. કાટખુણાની શાખાલીટીઓ એક બીજી પર બરાબર મળી જાય તેમ સળ વાળો કાટખુણાના કેટલા સરખા ભાગ થયા છે ? દરેક ભાગ કેટલો કાટખુણો છે ? અર્ધો. એવળ વાળેલા ભાગને ઉપર પ્રમાણેજ ફરીથી એવળ વાળો હવે કાટખુણાના કેટલા ભાગ થયા છે ? દરેક ભાગ કેટલો કાટખુણો છે ? ચતુર્થાંશ.

જે પ્રમાણે રૂપીઆના સોળ ભાગ કરીએ તો દરેક ભાગને આનો કહીએ છીએ, તે પ્રમાણે એક કાટખુણાના ૯૦ સરખા ભાગ કરેલા છે અને તે દરેકને **અંશ** કહે છે. કોણમાપક સાહિત્ય ઉપરના અંશ બતાવવા અને તેની સંખ્યા બરાબર સમજાવવી, પછી ખાત્રી કરવી કે એક કાટખુણાના ૯૦ સરખા ભાગ (અંશ) કરેલા છે.

એક લીટીને બીજી લીટીની આસપાસ વર્તુળના આકારમા ફેરવવાથી ખુણો થાય છે એમ આપણે ઉપર જોયુ છે. એક આખા વર્તુળના ૩૬૦ (સરખા) ભાગ કરેલા છે, અને એ પ્રમાણે એક કાટખુણાના ૯૦ ભાગ કરેલા છે. આ ઉપરથી કોઇપણ ખુણો માપવો હોય તો તે વર્તુળના ૩૬૦મા ભાગ પરથી મપાય છે *

સંજ્ઞા—અશ શબ્દને માટે (અશના) આકડાની ઉપર આવુ ચિહ્ન (મીંડુ) જમણી બાજુના ઉપલા ખુણા ઉપર મૂકવામા આવે છે જેમકે ૧૩° એટલે ૧૩ અશ, ૪૦° એટલે ૪૦ અશ ૩૧૫° = ૩૧૫ અશ વગેરે.

પ્રશ્નો.

૨૧. એક કાટખૂણામા કેટલા અશ છે? અર્ધા કાટખૂણામા કેટલા અશ છે? $\frac{૧}{૩}$ કાટખુણામા કેટલા અશ છે? $\frac{૧}{૪}$, $\frac{૧}{૫}$, $\frac{૧}{૬}$, $\frac{૧}{૯}$ $\frac{૧}{૧૦}$ $\frac{૧}{૧૫}$, $\frac{૧}{૩૦}$ કાટખૂણામા કેટલા અશ છે? $\frac{૨}{૩}$, $\frac{૩}{૫}$, $\frac{૪}{૧૫}$, કાટખુણામા કેટલા અશ છે?

૨૨ ઘડીયાળમા ૩ વાગે ત્યારે બે કાટા વચ્ચે કેટલા અશ છે?

૨૩. ઘડીઆળમા ૫ વાગે ત્યારે બે કાટા વચ્ચે કેટલા અશ છે?

૨૪ ઘડીઆળમા ૬ વાગે ત્યારે બે કાટા વચ્ચે કેટલા અશ છે?

૨૫ ઘડીઆળમા નીચે બતાવેલા વખતે બે કાટા વચ્ચે કેટલા અશ છે?

(૧) ૨·૦, (૨) ૪·૦, (૩) ૮·૦, (૪) ૯·૦,
(૫) ૧૧·૦, (૬) ૧૨·૦, (૭) ૧·૦, (૮), વગેરે.

૨૬ પાટીઆ ઉપર નીચેની દિશાઓ દોરી બન્ને દિશાઓ વચ્ચે કેટલા અશ છે તે કહો —

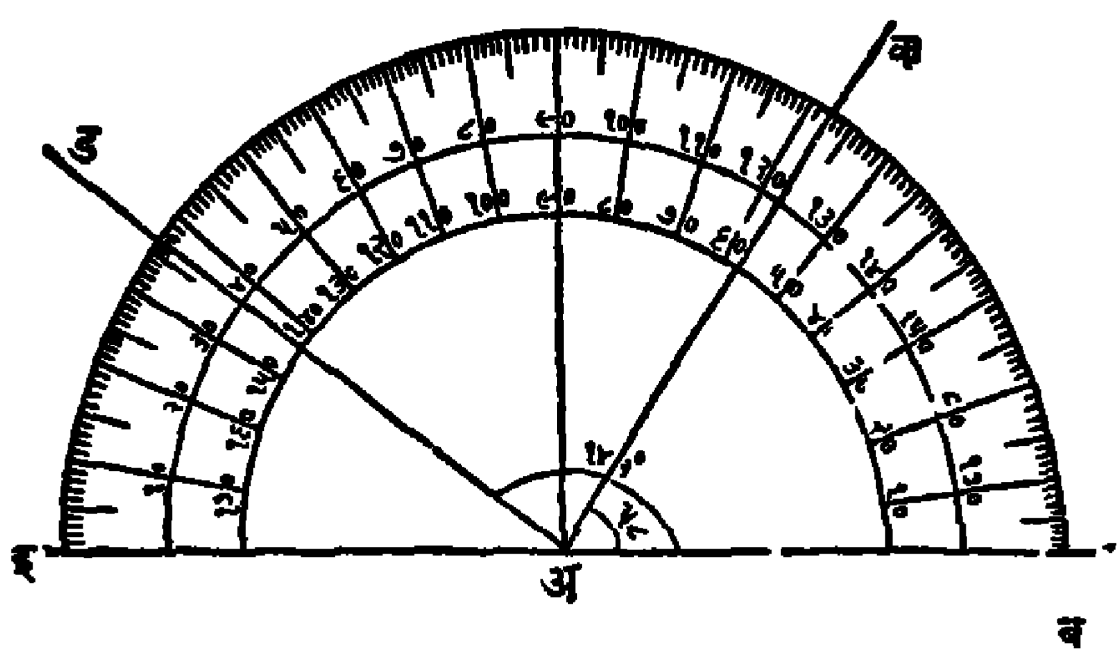
(૧) ઇશાન અને પૂર્વ, (૨) અગ્નિ અને દક્ષિણ, (૩) નૈઋત્ય અને પશ્ચિમ, (૪) વાયવ્ય અને દક્ષિણ, (૫) અગ્નિ અને ઉત્તર, (૬) ઇશાન અને પશ્ચિમ, (૭) ઉત્તર અને દક્ષિણ, (૮) પૂર્વ અને પશ્ચિમ

---

*પૃથ્વી સૂર્યની આસપાસ ૩૬૫ દિવસમા ફરી રહે છે, એટલે એક વર્તુળ પુરો કરે છે આ ઉપરથી વર્તુળના એટલે ચાર કાટખુણાના ૩૬૦ ભાગ કરેલા લાગે છે ૩૬૫ના કરતા ૩૬૦ સખ્યા વધારે સારી વિભાજ્ય છે. સામાન્ય રીતે મહિનાના ૩૦ દિવસ અને વરસના ૩૬૦ દિવસ છે.

(ज) ખુણા માપવાની રીત.

કોઇપણ (ब अ क) ખુણો માપવાનો હોય તો નીચે પ્રમાણે તે માપી શકાય છે—કોણમાપક(પ્રોટ્રેકટર)ને ब अ क ખુણા ઉપર એવી રીતે મૂકવું કે એ સાહિત્યની સીધી કોર अ ब સાથે ઉપરથી જોતા બરાબર મળી જાય. અને તેની સાથેજ પ્રોટ્રેકટરનુ મધ્યબિંદુ ખુણાના શિરોબિંદુ अની સાથે મળે જુઓ કે આપેલા ખુણાની બીજી શાખાલીટી अ क પ્રોટ્રેકટરની નીચેથી ઉપરના કયા અંશમાથી જાય છે अ बના ० અંશથી લઈ અંશ ગણુતા अ क સુધીમા કેટલા અંશ આવે છે? ૫૮ માટે ब अ क ખુણો ૫૮°નો છે.



ટીપ. આપેલો ખુણો માપવા માટે કોણમાપકની નીચે ખુણાની એક શાખાલીટી સાહિત્યની આડી કોર સાથે અને ખુણાનુ શિરોબિંદુ સાહિત્યના મધ્યબિંદુ સાથે બરાબર મળી જાય છે ત્યાર પછી બતાવવુ કે ખુણાની બીજી શાખાલીટીથી થતો ખુણો સાહિત્યની જમણી બાજુએ કે ડાબી બાજુએ માપવો છે. ब अ क ખુણાની अ क પહેલી શાખાલીટી જમણી બાજુએ ખુણો કરે છે, ब अ क ખુણાની બીજી શાખાલીટી अ ब પણ જમણી બાજુએ ખુણો કરે છે માટે अ क ઉપર આવેલા અને अ ब ઉપર આવેલા અંશના બબ્બે જુદા આંકડા પૈકી જમણી બાજુ ઉપરથી ० અંકથી શરૂ થતા અંશના આંકડા ગણુવા પરતું इ अ ड ખુણો માપવો હોય તો इ अ સાથે अडથી થતો ખુણો ડાબા હાથ તરફ માપવો છે. માટે इ આગળના ० અંકથી શરૂ થતા અંશ ગણુવા ∠इअड = ૩૭°નો છે.

સૂચના—પ્રોટ્રેકટરથી આપેલા ખુણા માપવામા કયી વખતે જમણી બાજુના અને કયી વખતે ડાબી બાજુના અશના અકથી શરૂ કરવુ જોઇએ, એ વિદ્યાર્થીના લક્ષમા બરાબર ઠસાવવુ જોઇએ

પ્રશ્નો

૨૭. તમારા સેટસ્કવેરના ખુણાઓના આકાર કાગળ ઉપર પાડી તે માપો.

૨૮. તમારૂ ડીવાઇડર પહોળુ કરો. તેના હાથની વચ્ચેના ખુણાના અશ આશરે કહો. તેનો આકાર કાગળ ઉપર કાઢી તે ખુણો માપી જુઓ. (અજમાયશથી અને માપથી કાઢેલા અશોમા ત્રણેક અંશનો ફેર ચાલશે.)

૨૯ પાચ ખુણાઓ દોરો. એ ખુણાઓ માપો અને તે કેટલા કેટલા અશના છે તે કહો.

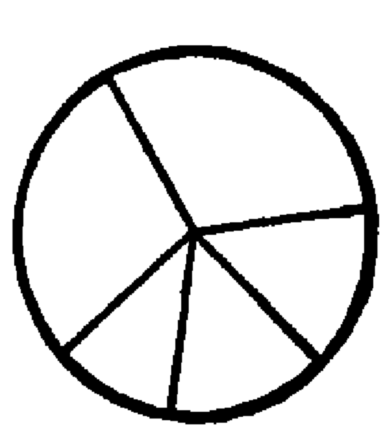
૩૦ નીચે આપેલા ખુણાને પહેલા આખા માપો, પછી દરેક જોડના પેટા ખુણાઓ જુદા જુદા માપો, પછી સરવાળો કરી આખા ખુણાના જેટલા અશ એકદર થાય છે કે નહિ તે જુઓ



૩૧ પ્રશ્ન ૩૦ પ્રમાણેજ નીચેના ખુણાઓ માપી પરિણામ સરખાવી જુઓ.

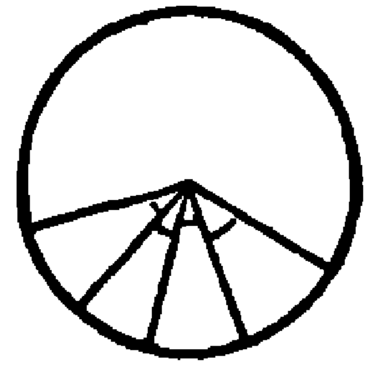


૩૨. એક વર્તુળ દોરો પરિધ ઉપર ગમે તે પાચ બિદુ લઇ તેને મધ્યબિદુ સાથે સાધો, પછી મધ્યબિદુ આગળ થતા પાચ ખુણાઓ માપી સરવાળો કરો. આ પ્રમાણે વર્તુળમા મધ્યબિદુ આગળ કેટલા કાટખુણા છે?

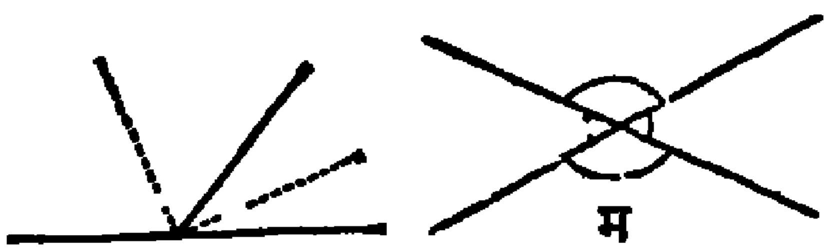


૩૩ પ્રશ્ન ૩૨મા પ્રમાણે વર્તુળ દોરી પરિઘ ઉપર ૬, ૭, ૮, ૯, ૧૦, વગેરે બિંદુઓ લેા અને પ્રશ્ન ૩૨મા પ્રમાણેજ બધા ખુણા માપેા. પરિણામ શુ છે?

૩૪. વર્તુળ દોરી પરિઘ ઉપર ચાર સરખા ભાગ કપાસથી લેા એ છેદનબિંદુઓ મધ્યબિંદુ જોડે સાધેા અને એ પાસેપાસેની બબ્બે ત્રિજ્યા વચ્ચેના ખુણા માપેા આ ઉપરથી શુ અનુમાન કરેા છેા? આ ખુણાઓ સરખા છે?



૩૫ નીચેની આકૃતિના ખુણા માપી સરવાળેા કરેા અને તે કેટલા કાટખુણા બરાબર છે તે જુઓ.



(ટ). ખુણેા દુભાગવાની રીત.

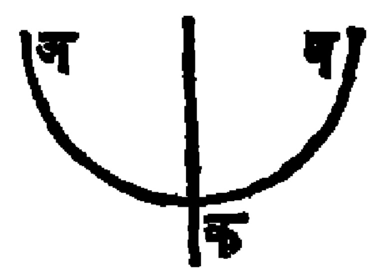
૧લી રીત. अबक ખુણેા લેા. ∠अबकने એવી રીતે એવડ વાળેા કે बअ શાખાલીટી बक ઉપર પડે, અને સળ बमाथी જાય. अबक આખા ખુણાના કેટલા ભાગ થયા છે? એ ભાગેા એક બીજા ઉપર બરાબર બેસે છે? માટે આપેલા ખુણાના કેવા ભાગ થાય છે? **બે સરખા ભાગ**

ટીપ. ત્રિજ્યા, મધ્યબિંદુ, કૌંસ, વગેરે શબ્દોને માટે ઉપર આવી ગએલા ભાગનુ પુનરાવર્તન અત્રે કરવુ

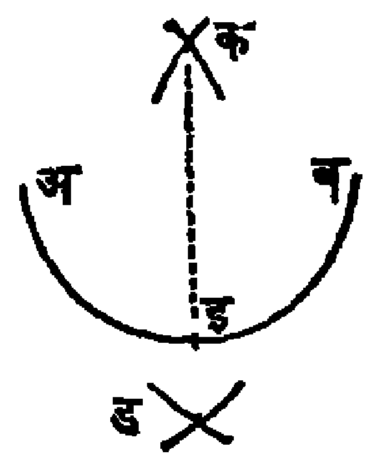
૨જી રીત. ∠ब अ क લેા अ મધ્યબિંદુ લઇ કોઈપણ ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળનુ કૌંસ દોરેા. આ કૌંસ अबने डमा અને अकने ढमां છેદે છે. ड અને ढ મધ્યબિંદુ લઇ અને એકજ ત્રિજ્યા લઇ બે કૌંસેા फ મા છેદે તેમ દોરેા. फ अ સાધેા फ अ, ब अ क ખુણાને દુભાગે છે.

૧લી રીત પ્રમાણે ∠बअफने ∠क अ फ ઉપર એવડ વાળી જુઓ. फ अ, ∠बअक ને દુભાગે છે?

વર્તુળના આપેલા કૌંસને દુભાગવાની રીત.



૧લી રીત. अकब કોઇપણ કૌંસ લો. કાગળને બેવડ વાળી કૌંસનો ડાબા હાથ તરફનો ભાગ જમણા હાથ તરફના ભાગ ઉપર अ, ब ઉપર પડે તેમ, બરાબર મળી જાય તેમ સળ પાડો આ સળ अबने कमा છેદે છે अबक કૌંસના क આગળ બે સરખા ભાગ થાય છે.



૨જી રીત. अ इ ब કૌંસ લો अ, ब મધ્યબિંદુ અને એકજ (સરખી) ત્રિજ્યાઓ લઇ બે કૌંસ कमा છેદે તેમ દોરો અને अ, ब મધ્યબિંદુ અને એકજ (સરખી) ત્રિજ્યાઓ લઈ બે કૌંસ દોરો આ કૌંસ डमा છેદે છે क उ સાધીએ તો તે આપેલા अ इ ब કૌંસને इमा દુભાગે છે

નોંધ જે ત્રિજ્યાઓ લઇએ તે अब અંતરના અર્ધાથી મોટી હોવી જોઇએ, નહિ તો કૌંસો એક બીજાને છેદશે નહિ.

પ્રશ્નો.

૩૬ કોઇપણ ખુણો લો તેને પહેલી રીત પ્રમાણે દુભાગો અને બન્ને ભાગો માપી સરખાવી કહો કે તે બરાબર છે કે નહિ

૩૭ કોઇપણ ખુણો લો બીજી રીત પ્રમાણે તેને દુભાગો અને બન્ને ભાગો માપી સરખાવી કહો કે તે બરાબર છે કે નહિ.

૩૮ કોઇપણ ખુણો લો ૧લી રીતે તેને દુભાગો. અને વળી ૨જી રીતે પણ દુભાગો આપેલો ખુણો એકજ લીટીથી દુભાગાય છે ?

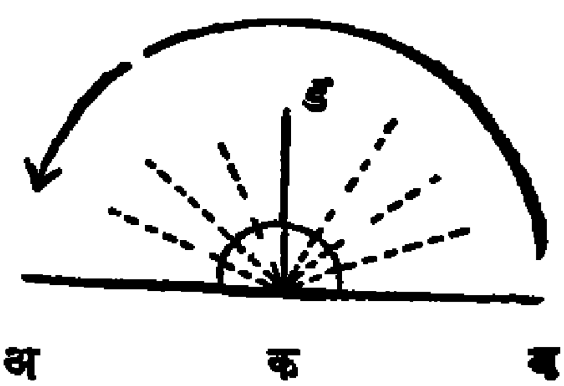
૩૯. એક વર્તુળ દોરી તેનુ अ ब કૌંસ લો. अबने ૧લી રીતે कमा દુભાગો कने म મધ્યબિંદુ સાથે સાધો. અને अ म, ब म પણ સાધો. अ म क, ब म क ખુણા માપી પરિણામ સરખાવી જુઓ. આ ખુણા સરખા છે ?

૪૦. પ્રશ્ન ૩૯માના કાસને બીજી રીતે દુભાગી એજ પ્રશ્નમા કહ્યા પ્રમાણે કરો.

૪૧ એક વર્તુળ લેા તેનુ अ ब કૌંસ લેા अ, बने म મધ્યબિંદુ સાથે સાધેા ∠बमअने मकथी દુભાગેા म क, अ ब કૌંસને દુભાગે છે ?

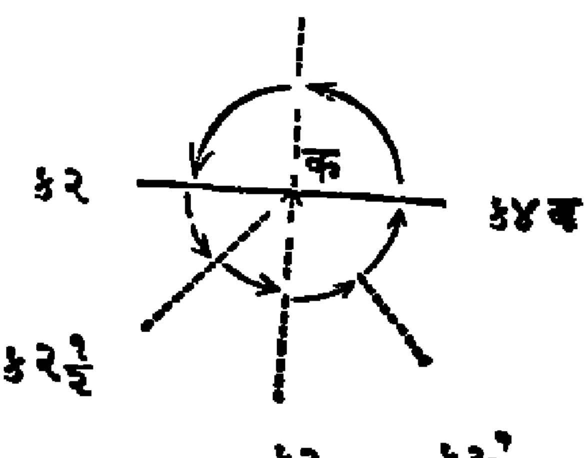
૪૨. એક ∠अ ब क લેા તેને પ્રેાટ્રૅક્ટરથી માપી અશનુ અર્ધું કરેા એની મદદથી ∠अबकने દુભાગેા. પરિણામ સરખાવેા

(ઠ) અતિદ્વિકાટખુણુ.

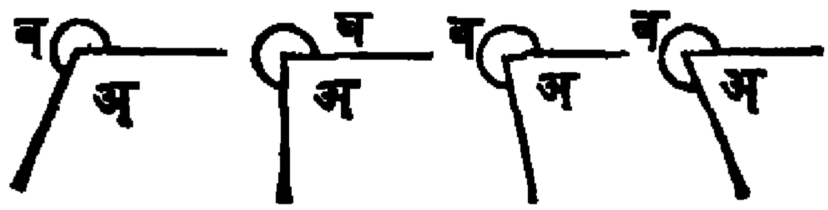


ક ૧

क ब લીટીની આસપાસ कडने બતાવેલી તીરની દિશામા ફેરવીએ તેા ब क ड ખુણેા મેાટા અને મેાટા થશે ફરતી લીટી कडमा આવે ત્યારે ∠ब क ड કાટખુણેા થશે, અને क अमा આવે ત્યારે ∠ब क अ બે કાટખુણા અથવા દ્વિકાટખુણુ થશે.



ફરતી લીટીને હજુ પણ આગળ તીરની દિશામા લઈ જઇએ તેા ખુણેા મેાટા અને મેાટા થશે એટલે ક (૨) ની આગળથી ઘડીઆળના કાટાની ઉલટી દિશામા લીટીનેા છેડેા ક૨½, ક૩, ક૩½ આગળ લઇ જઇએ તેમ कब આગળ ઉપરથી થએલેા ખુણેા મેાટા અને મેાટા થાય છે અને એમાની કેાઇપણ જગ્યાએ ब क ક ખુણેા બે કાટખુણા કરતા મેાટેા છે, પરંતુ ચાર કાટખુણા કરતા નાનેા છે આવા ખુણાને, એટલે બે કાટખુણા કરતા મેાટા પણ ચાર કાટખુણા કરતા નાના ખુણાને, **અતિદ્વિકાટખુણુ** (અતિ = મેાટેા, દ્વિ = બે) કહે છે એ ખુણાને **અંતર્ગામી** પણ કહે છે, કારણ કે कકરની સ્થિતિ છેાડયા પછી ફરતી લીટી ब છેડાથી દૂર જવાને બદલે અદર (અતર) જાય છે (ગામી). નીચેના બતાવેલા ब ખુણા બધાજ અતિદ્વિકાટખુણુ છે—

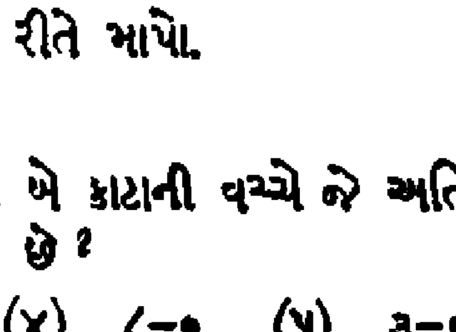


ફરતી લીટી વર્તુળના અર્ધા ભાગ કરતા વધારે ફરે તો એથી દ્વિકાટ-ખુણુ થાય છે એમ માલમ પડશે વળી લીટી જેમ જેમ ફરે છે તેમ તેમ ब ખુણો મોટો અને મોટો થાય છે, પરતુ સામેની બાજુનો अ ખુણો નાનો અને નાનો થાય છે માટે એ બે લીટીઓની વચ્ચે જે બે ખુણા થાય છે તેમાથી એક (∠ब) બે કાટખુણા કરતા મોટો, અને બીજો (∠अ) બે કાટખુણા કરતા નાનો છે

નોંધ—બે લીટીઓની વચ્ચેનો ખૂણો લેવા કહ્યુ હોય તો તે વખતે સામાન્ય રીતે નાનો (બે કાટખૂણાથી નાનો) ખુણો લેવાનો રિવાજ છે, પરંતુ મોટો લેવાનો હોય તો તે પ્રમાણે અતિદ્વિકાટખુણુ કે અતર્ગામી શબ્દ વપરાય છે

અતિદ્વિકાટખુણુ માપવાની રીત.

ब अ क અતિદ્વિકાટખુણુ લો बअને લબાવો તો ઉપલો ब अ ड ખુણો બે કાટ-ખુણા બરાબર છે डअकને કોણમાપકથી માપો જે માપ આવે તે બે કાટખુણામા ઉમેરો. સરવાળો અતિદ્વિકાટખુણુનુ માપ છે. નીચેના અતિદ્વિકાટખુણુ ખુણાઓ ઉપલી રીતે માપો.



પ્રશ્નો

૪૩. ઘડીઆળમા નીચે આપેલા વખતે બે કાટાની વચ્ચે જે અતિ-દ્વિકાટખુણુ થાય છે તે કેટલા કેટલા અશનો છે ?

(૧) ૫–૦, (૨) ૭–૦, (૩) ૪–૦, (૪) ૮–૦, (૫) ૩–૦; (૬) ૯–૦, (૭) ૧૦–૦, (૮) ૨–૦, (૯) ૧–૦, (૧૦) ૧૧–૦.

૪૪. પાચ અતિદ્વિકાટખુણુ લઇને માપો અને તેમા દરેકમા કેટલા કેટલા અશ છે તે કહો

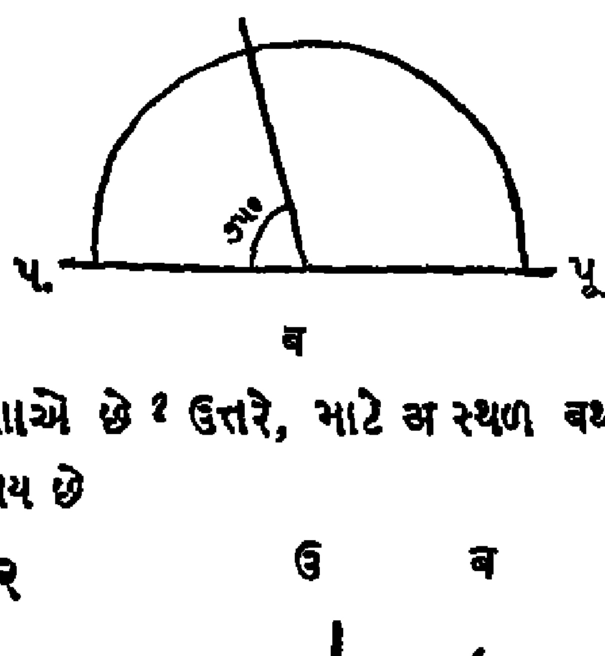
૪૫. પ્રશ્ન ૪૪મા બે લીટીઓની વચ્ચેના નાના ખુણામા કેટલા કેટલા અશ છે તે માપ્યા વિના કહો.

૪૬ બે લીટીઓની વચ્ચેનો અતિદ્વિકાટખુણ ખુણો નાના ખુણાથી ૩ગણો છે તો તેમા કેટલા અંશ છે ?

૪૭ બે લીટીઓની વચ્ચેનો અતિદ્વિકાટખુણ ખુણો નાના ખુણાથી ૨, ૪, ૫, ૭, ૮, ૯, ૧૧, અને ૧૪ગણો છે તો તેમા કેટલા કેટલા અંશ છે? (જુદી જુદી આકૃતિ દોરવી)

§ ૪. બેરીંગ* અથવા કોણઅંતર.

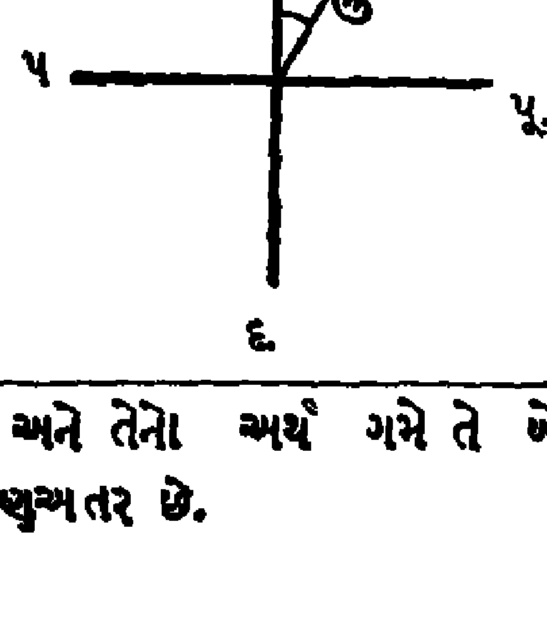
એક સ્થળ બીજા સ્થળથી કયી દિશામાં દેખાય છે તે જોવાની રીત—અ સ્થળ બ સ્થળથી કયી દિશામા છે એ આપણે જાણવુ છે બ સ્થળ ધારો કે પૂર્વ પશ્ચિમ જતી દિશામા છે બથી અ સુધી એક લીટી દોરો આ લીટી બમાથી પૂર્વ પશ્ચિમ જતી દિશાલીટી સાથે કયો ખુણો કરે છે તે પ્રોટ્રેક્ટરથી માપો. ધારો કે ∠બ, ૭૫° છે. આ



ખુણો પ–પૂ દિશાલીટીની કયી દિશાએ છે ? ઉત્તરે, માટે અ સ્થળ બથી પશ્ચિમની ઉત્તરે ૭૫° છે એમ કહેવાય છે

આ અંતર બથી અનુ કોણઅંતર અથવા બેરીંગ* કહેવાય છે

છેદનબિંદુ મ આગળથી બનુ કોણઅંતર કાઢવુ હોય તો મમાથી મુખ્ય ચાર દિશાઓ દોરો. મબ સાધો. મબ લીટી કયી દિશાલીટી સાથે ખુણો કરે છે? પૂર્વ અને ઉત્તર સાથે. ઉત્તર સાથેનો ખુણો માપો એ ૩૦° છે. માટે બ સ્થળ મ આગળથી "ઉ૦ની



* બેરીંગ એ અંગ્રેજી શબ્દ છે અને તેનો અર્થ ગમે તે બે દિશાઓની વચ્ચેના ખુણાનું માપ કે કોણઅંતર છે.

પૂર્વે ૩૦°" અથવા "ઉ૦ ૩૦° પૂ૦" ને કોણઅંતરે છે; અથવા "પૂ૦ની ઉત્તરે ૬૦°" અથવા "પૂ૦ ૬૦° ઉ૦" ને કોણઅંતરે છે એમ કહેવાય છે.

પ્રશ્નો.

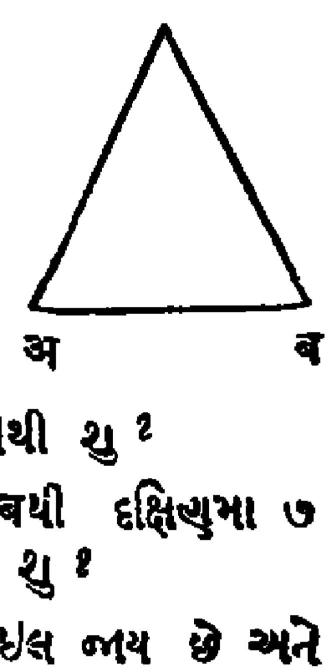
(સ્કેલ માપના વધારાના પ્રશ્નો.)

૧ ગથી ડ પશ્ચિમે ૯ માઇલ, ડ થી ઉત્તરે अ ૧૨ માઇલ અને अથી પશ્ચિમે ૧૭ માઇલ र છે તો ग र કેટલુ ? गથી रનુ કોણઅતર શુ ? (સ્કેલ ૧૦ મા ૧'.)

૨. हની ઉત્તરે अ ૧૨ માઇલ, અને દક્ષિણે ड ૨૪ માઇલ છે. अ ની પશ્ચિમે क છે જો कड ૪૩ માઇલ છે તો कह અને कअ અતર કેટલા ? कથી डનુ, અને हનુ કોણ અતર શુ ? (સ્કેલ ૧૦ મા ૧")

૩. अ દીવાદાડીથી ब વહાણ ઉત્તરે છે, અને क વહાણ ઇશાને છે. જો अब=૫૭ માઇલ અને अक=૨૪ માઇલ તો बक અતર કેટલુ ? ब થી कનુ કોણઅતર શુ ? (સ્કેલ ૧૦ મા ૧ સે મી)

ટીપ—નીચેનામા યોગ્ય સ્કેલ લેવા



૪ अबक અને बअक ખુણો દરેક ૭૫°નો છે अब પૂર્વ પશ્ચિમ છે તો क, अથી કયી દિશામા છે ? क, बથી કયી દિશામા છે ?

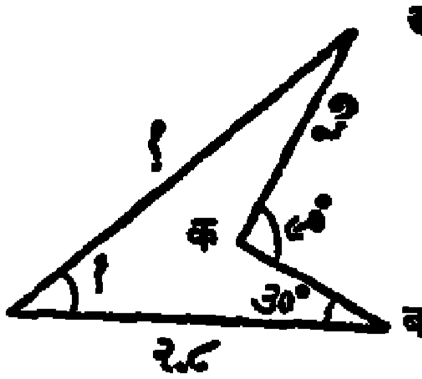
૫ બે બદર પૂર્વ પશ્ચિમ છે, અને ૧૨ માઇલ દૂર છે એક વહાણ એક બદરથી ઇશાનમા છે અને બીજા બદરથી વાયવ્યમા છે તો વહાણનુ અતર બન્નેથી શુ ?

૬ अ, बથી પૂર્વમા ૫ માઇલ છે અને क, बથી દક્ષિણમા ૭ માઇલ છે, તો अक અતર કેટલુ ? अથી कનુ અતર શુ ?

૭ એક બેપીઓ अ ગામથી દક્ષિણમા ૪ માઇલ જાય છે અને ત્યાથી અગ્નિ ખુણામા ૬ માઇલ જાય છે જો તે ग ગામમા પહોચે તો તે अથી સીધી લીટીમા કેટલુ ગયો ? अથી गનુ કોણઅતર કાઢો

૮ अ, बથી ૨૨ માઇલ પૂર્વમા ગયો, પછી ૧૫ માઇલ દક્ષિણે ગયો અને પાછો પૂર્વે ૭ માઇલ ગયો ત્યારે अ, बથી કેટલે દૂર ગયો ? बથી अનુ કોણ અતર શુ ?

૯ એક માણસ अથી ब સુધી ૨૮ માઇલ, ૩૦°ને અંતરે बથી क સુધી ૧૩ માઇલ અને कથી ड સુધી કાટખુણે ૧૭ માઇલ જાય તો अड કેટલુ ? अથી ड નુ બેરીંગ શુ ? [પાસેની આકૃતિ જુઓ]

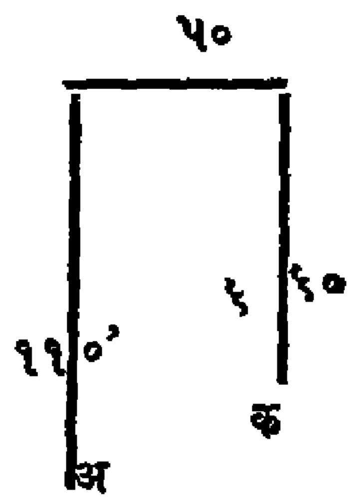


૧૦ એક આગબોટ ૧૮૦ માઇલ પશ્ચિમમા, પછી ૧૨૦ માઇલ ઉત્તરમા, ને પછી પૂર્વમા જાય છે જો પહેલી જગ્યાએથી તે ૧૫૦ માઇલ જાય તો પૂર્વમા તે કેટલી ગઈ હશે ?

૧૧ એક વહાણવટી अથી ઉત્તરમા ब સુધી ૩૫ માઇલ, बથી પૂર્વમા क સુધી ૪૭ માઇલ અને कથી ઉત્તરમા ड સુધી ૩૯ માઇલ જાય તો अड અંતર શોધી કાઢો अથી क કયી દિશામા હશે ?

૧૨ એક ઘોડાને એક સીધી લીલોતરીવાળી વાડથી ૩૫ ફુટ દૂર બાંધ્યો છે જે દોરડાથી તેને બાંધ્યો છે તે ૪૫ ફુટ લાંબુ છે, તો વાડનો કેટલો ભાગ તે ઘોડો ચરી શકશે ?

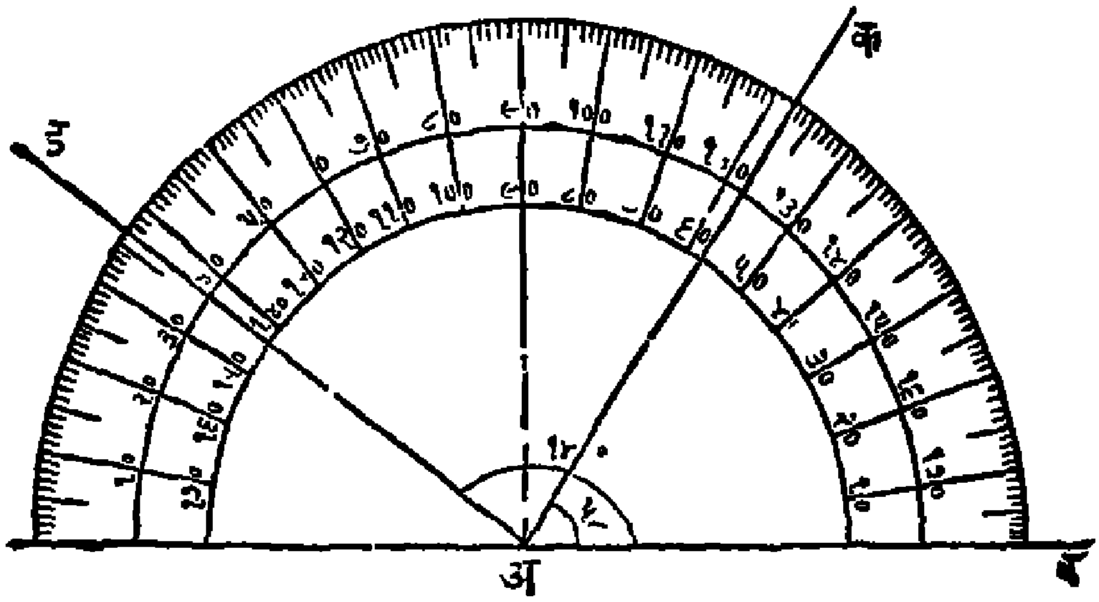
૧૩ એક ખાણમા ૧૧૦ ફુટ લાંબી ગેલેરી છે અને પાછી આડી ૫૦ ફુટ લાંબી બીજી ગેલેરી છે, અને પાછી ત્રીજી ગેલેરી ૬૦ ફુટ લાંબી છે, તો अથી कનું સીધુ અંતર શું ?



૧૪ બે માણસો ૧૦૦૦ ફુટને અંતરે ઉત્તર દક્ષિણ છે એક દીવાદાંડી એકથી દક્ષિણની પશ્ચિમે ૨૦° અને બીજાથી ઉત્તરની પશ્ચિમે ૨૫° પર દેખાય છે, તો એ દીવાદાંડી બન્નેથી કેટલે અંતરે હશે ?

૧૫. ૬" લાંબુ કંપાસ ૪૫° ને ખુણે ઉઘાડીએ તો બન્ને છેડાની વચ્ચે સીધી લીટીનું અંતર કેટલું આવે ?

§ ૫ આપેલા અંશ ઉપરથી ખુણો બનાવવાનું.



वअ એક લીટી લેા તેના अ છેડા આગળ ધારો કે ૫૮°નેા ખુણેા બનાવવાનેા છે वअ લીટીના ડાબા છેડા अ ઉપર કેાણુમાપકનુ મધ્ય બિંદુ મુકેા અને કેાણુમાપકની નીચેની સીધી કેાર अबની સાથે બરાબર મળી જાય તેમ મુકેા પછી ૫૮° (ધારેા કે)નેા ખુણેા બનાવવાનેા હેાય તેા કેાણુમાપકના અર્ધ વર્તુળ ઉપર व આગળના ૦ અંશથી ગણુતા ડાબા હાથ તરફ જતા જતા ૫૮ અંશનેા અંક આવે તે દેારાની બરાબર નીચે क આગળ પેન્સીલના તીણા છેડાથી એક બિંદુ નીચે કાગળ ઉપર લેા કેાણુમાપક ઉંચકી લઇ कअ સાધેા. તેા वअक ખુણેા ૫૮°નેા છે

નેાંધ—પેન્સીલની અણી બહુજ બારીક ઘડેલી હેાવી જોઇએ નહિ તેા એ અણી જાડી હેાય ત્યારે એકદમ બે અંશ આમ તેમ આવી જવાનેા સંભવ છે अ क લીટી બહુજ પાતળી હેાય તેા ખુણેા બરાબર થશે

પ્રશ્નો.

૧ નીચે પ્રમાણેના આપેલા અંશના ખૂણા કાઢેા –

૨૫°; ૪૯°, ૧૭°, ૫૧°, ૧૧૧°, ૧૩૦°, ૧૭૧°, અને ૧૭૯°;
૧૩°; ૩૬°, ૪૧°, ૫૯°, ૮૪°, ૧૩૭°, ૧૫૭°, અને ૧૭૫°;

૨. ૩૨°નેા એક ખુણેા કાઢેા અને તેના શિરેાબિંદુ આગળ અને એક શાખાલીટીની સાથે ૪૬°નેા બીજો ખુણેા કાઢેા. આ આખેા ખુણેા માપેા. તેમા ૭૮° છે ? નહિ તેા ભૂલ કયા થઇ છે તે જુએા.

૩ बअक ખુણો ૪૧° નો કરો અને પાસેનો कअड ખુણો ૪૯°નો કરો बअड ખુણો માપી જુઓ આ બન્ને ખુણાને અરસપરસ શુ કહો છો ?

૪ बकअ અને अकड ખુણા અનુક્રમે નીચે પ્રમાણે પાસેપાસેના આપ્યા છે તો તે કાઢો बकड કાટખુણો છે ? ખાત્રી કરો

૩૧°, ૫૯°, ૭૧°, ૨૦°, ૪૫°, ૪૫°, ૧૭°. ૭૩°,
૫૨°, ૩૮°, ૭૨°, ૧૮°, ૬૨°, ૨૭°, ૫°, ∠૫°.

૫ ∠अबक ૨૭°નો ને પાસેનો ∠कबड ૫૦°નો કરો अबड ખુણો માપી જુઓ. એ કાટખુણો છે ? જો હોય તો ભૂલ કયા છે તે શોધી કાઢો.

૬ ઉપરના પાચમા પ્રશ્નમા બન્ને ખુણા અનુક્રમે નીચે પ્રમાણે લો:-

૧૮°, ૭૦°, ૨૯°, ૬૦°, ૫૧°, ૩૭°, ૬૩°, ૨૫°,
૨૮°, ૬૧°, ૫૩°, ૩૬°, ૪૭°, ૪૨°, ૬૯°, ૨૦°

બહારની શાખાલીટીઓ કાટખુણો બનાવે છે ? બનાવે તો બન્ને ખુણાનો સરવાળો કરી કાટખુણો હોવો જોઇએ કે નહિ તેની ખાત્રી કરો.

૭ अबक, कबड, डबइ ખુણા અનુક્રમે ૨૬°, ૨૧°, અને ૩૨°ના કરો अबइ ખુણા માપી જુઓ કે તે ૭૯°નો છે ? ભૂલ હોય તો ક્યાં ભૂલ થઇ તે શોધી કાઢો

૮ પ્રશ્ન ૭માના ત્રણે ખુણાઓ અનુક્રમે નીચે પ્રમાણે લો·—
૧૭°, ૩૧°, ૪૦°, ૩૬°, ૪૪°, ૫૧°, ૩૪°, ૩૩°, ૬૧°;
પ્રશ્ન ૭ પ્રમાણે સરવાળો કરી પરિણામ સરખાવી જુઓ

૯ એક ૧૨૭°નો ખુણો કરો, તેમાથી અનુક્રમે ૨૦°નો, ૩૧°નો અને ૪૭°નો ખુણો કાપી લો બાકીનો ખુણો ૨૯°નો છે કે નહિ તે માપી ખાત્રી કરો

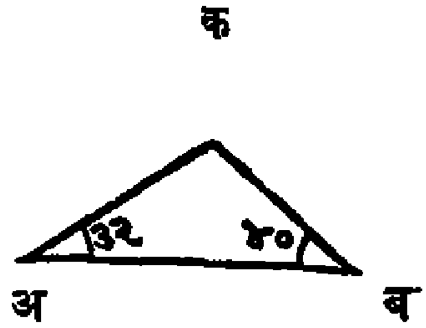
૯ अ પ્રશ્ન ૯માના નીચે પ્રમાણેના ખુણા લો -
૧૩૭°માથી ૫૩°, ૪૯°, ૨૨°, બાકી ૧૩°;
૭૮°માંથી ૧૭°, ૨૦°, ૧૦°, બાકી ૩૧°,
૧૭૧°માથી ૪૧°, ૫૦°. ૩૯°, બાકી ૪૧°,
ઉપરના બધા પરિણામ સરખાવી ભૂલ હોય તો સુધારો.

૧૦ ૪૦°નો ખુણો આશરે હાથથીજ કાઢો, તેને માપી ખાત્રી કરો. ભૂલ કેટલી આવે છે તે જુઓ.

૧૧ ૪૫°, ૩૦°, ૬૦°, ૭૫°, ૫૦°, ૮૦°, ૨૫°, ૩૭°, ૫૩°ના ખુણા આશરે હાથથીજ કાઢો માપી ખાત્રી કરો ભૂલ આવી હોય તો તે સુધારો

૧૨ પ્રશ્ન ૧૧મા પ્રમાણે ખુણા બરાબર આવે ત્યા સુધી ગમે તેટલા ખુણા આશરે કાઢો અને માપી જુઓ

૧૩ ૧.૨" ની अब લીટી લો अ આગળ बअक ખુણો ૩૨°નો કરો ब આગળ अबक ખુણો ૪૦°નો કરો. अक, बक લબાવી कमा તેને મળવા દો ∠क માપી જુઓ કે તે ૧૦૮°નો છે ? આ આકૃતિને ત્રિકોણ* કહે છે



૧૪. નીચેના માપ ઉપરથી ત્રિકોણો બનાવી દરેકમા ત્રીજો ખુણો માપો.—

(૧) अब = ૩", ∠अ = ૪૧°, ∠ब = ૫૧°,

(૨) बक = ૩.૯", ∠ब = ૯૯°, ∠क = ૩૧°,

(૩) फल = ૫ ૯ સે મી., ∠ल = ૭૩°, ∠फ = ૩૯°;

(૪) गर = ૭.૭ સે મી, ∠ग = ૫૨°, ∠र = ૯૭°,

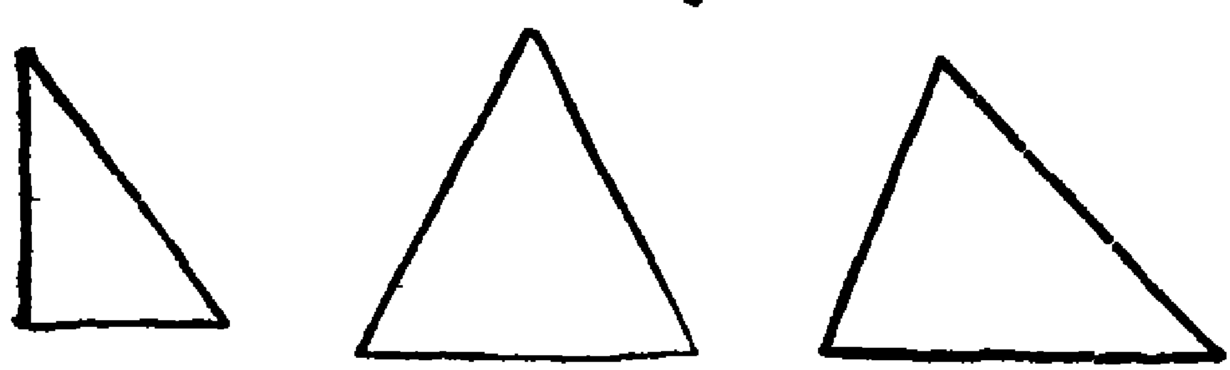
(૫) अक्ष = ૫.૬", ∠अ = ૩૭°, ∠क्ष = ૮૮°,

(૬) अक = ૪ ૫", ∠अ = ૫૭°, ∠क = ૪૯°,

(૭) बड = ૬.૭ સે. મી, ∠ब = ૬૬°, ∠ड = ૭૩°

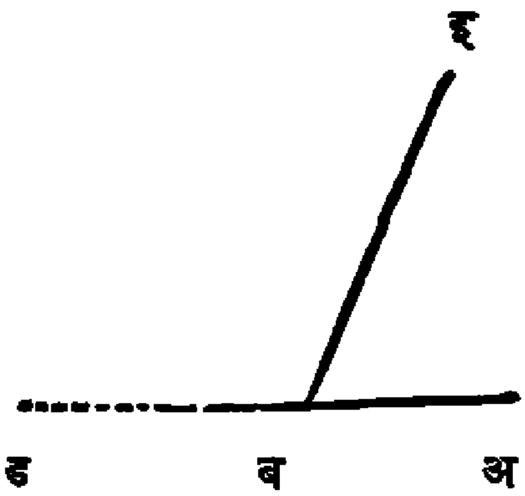
---

*ત્રિકોણ.



*જે આકૃતિમા ત્રણ ખુણા (ત્રિ = ત્રણ, કોણ = ખુણા) હોય તે. જે આકૃતિની હદ ત્રણ સીધી લીટીથી થઇ હોય તેને ત્રિકોણ કહે છે.

§ સીધી લીટીથી બનતા ખુણા.



अबइ કોઇપણ સાકડો ખુણો લો. अबने ડાબી બાજુ ઉપર ड સુધી લંબાવો. इबड ખુણો સાકડો કે પહોળો છે?

अबइ એક કાટખુણા બરાબર લો. अबने ड સુધી લબાવો, જુઓ કે इबड ખુણો સાકડો કે પહોળો ખુણો છે?

अबइ એક પહોળો ખુણો લો अब લંબાવો જુઓ કે इबड સાકડો કે પહોળો ખુણો છે? अबइ એક અર્ધો કાટખુણો કરો. अब લબાવતા इबड ખુણો કેટલા કાટખુણા બરાબર છે તે માપી જુઓ. अबइ ૨/૩ કાટ ખુણા બરાબર કરો अब લંબાવતા इबड માપી કેટલા કાટખુણા બરાબર છે તે કહો. अबइ ૧/૩ કાટખુણા બરાબર કરો अब લંબાવતા इबड કેટલા કાટખુણા બરાબર છે તે માપી કહો इब લીટી अबड લીટી ઉપર પડે છે, અને

∠अबइ ૫૩° નો છે તો ∠इबड કેટલા અંશનો છે?
∠अबइ ૪૭° નો છે તો ∠इबड કેટલા અંશનો છે?
∠अबइ ૭૧° નો છે તો ∠इबड કેટલા અંશનો છે?
∠अबइ ૧૧૦°નો છે તો ∠इबड કેટલા અંશનો છે?
∠अबइ ૧૫૭°નો છે તો ∠इबड કેટલા અંશનો છે?
∠अबइ ૧૬૮°નો છે તો ∠इबड કેટલા અંશનો છે?

આ પ્રશ્નોમા अबइ આપેલો ખૂણો કાટખુણા કરતા કેટલો નાનો અથવા મોટો છે તે જુઓ, इबड ખુણો તેજ પ્રશ્નમા કાટખુણા કરતા કેટલો નાનો કે મોટો છે તે જૂઓ આ બન્ને પરિણામ પરથી ∠अबइ ∠इबड વચ્ચે કાંઈ સબધ જુઓ છો? એ સબધ કેવો છે? બન્ને ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે? ત્યારે તે ખુણા કેવા છે? ન્યૂનતાપૂરક કે દ્વિકાટખુણપૂર્ણ એક લીટી બીજી લીટી ઉપર પડે તો એ પ્રમાણે થતા પાસેપાસેના ખુણાઓ વિષે શુ અનુમાન કરો છો?

"એક લીટી બીજી લીટી ઉપર પડે તો બીજી લીટીની એકજ બાજુ તરફના પહેલી લીટીથી થતા પાસેપાસેના ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે."

પ્રશ્નો.

૧. अकब લીટી ઉપર डक લીટી પડે તો જ્યારે

∠डकअ = ૪૫° હોય ત્યારે ∠बकड કેવડો?

∠डकअ = ૧૭° હોય ત્યારે ∠बकड કેવડો?

∠डकअ = ૫૩° હોય ત્યારે ∠बकड કેવડો?

∠डकअ = ૯૩° હોય ત્યારે ∠बकड કેવડો?

૨ अकब લીટી ઉપર डक લીટી પડે અને डकअ ખુણો ૭૫° નો કરે તો डकब ખુણો કેટલા અંશનો છે

૩ अब એક લીટી છે, અને તેની સાથે डक લીટી डकअ ૧૨૯°નો ખુણો કરે છે, તો डकब ખુણો કેવડો છે?

૪ अब એક લીટી દોરો. कडअ કોઇ પણ ખુણો कड દોરી કરો. कडअ ખુણાને સળ વાળી डइथी દુભાગો, અને कडब ખુણાને સળ વાળી डफ થી દુભાગો. इडफ ખુણો માપી જુઓ



इड, डफ ની વચ્ચે કેવડો ખુણો થયો? એક કાટખુણો. આ ઉપરથી अडक, कडब ખુણાના સરવાળા વિષે શું અનુમાન કરો છો? એ બે ખુણાઓનો અરસપરસ સબંધ શો છે?

अब એક લીટી લો. તેની એક બાજુએ बअक ખુણો ૪૯°નો કરો, અને તેની બીજી બાજુએ बअड ખુણો ૧૧૬°નો કરો, कअड ખુણો કેટલા અંશનો છે? એ બે કાટખુણાથી મોટો કે નાનો છે?



કઅડ એકજ સીધી લીટી છે ? ત્યારે બઅક, કઅડ ખુણાનો સરવાળો કેટલો ? ત્યારે કઅ, ડઅ એકજ સીધી લીટીમા લાવવાને એની વચ્ચે કેવડો ખુણો જોઇએ ? બે કાટખુણા બરાબર.

અબની સામસામેની બાજુ ઉપર નીચે પ્રમાણેના પાસેપાસેના ખુણા બનાવી ઉપલો પ્રયોગ કરો—

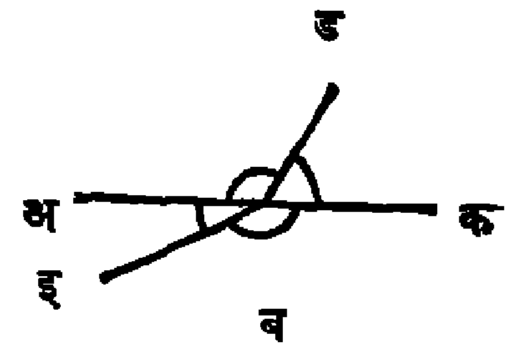
૬૦° અને ૧૧૫°, ૫૦ અને ૧૨૦°, ૪૩° અને ૧૨૦°;
૭૭° અને ૧૦૦°, ૧૧૨° અને ૬૧°, ૧૨૮° અને ૪૦°.

ઉપરના પ્રયોગો કર્યા પછી જો ડઅક એકજ સીધી લીટી હોય તો કઅબ અને ડઅબ ખુણા વચ્ચે શો સબંધ હોવો જોઇએ ? આ બે ખુણાનો સરવાળો કેટલો હોવો જોઇએ ? આ ઉપરથી કાઇ સામાન્ય નિયમ નીકળે છે ? બઅક, બઅડ ખુણા અનુક્રમે ૪૭° અને ૧૩૨°ના હોય તો ડઅક એક એક સીધી લીટી છે ખરી કે ?

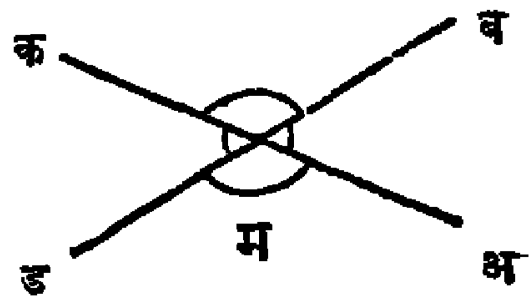
∠બઅક, ∠બઅડ	,,	૧૫૩°,	૨૮°,	ડઅક ,,		,,	,,
,,	,,	૪૦°,	૧૪૧°,	,,	,,	,,	,,
,,	,,	૯૦°,	૮૯°,	,,	,,	,,	,,
,,	,,	૧૫૦°,	૨૭°,	,,	,,	,,	,,
,,	,,	૬૧°,	૧૨૨°,	,,	,,	,,	,,
,,	,,	૩૩°,	૧૪૫°,	,,	,,	,,	,,

ઉપલા પ્રયોગો કર્યા પછી કાઇ સામાન્ય નિયમ નીકળે છે ? બહારની શાખાલીટીઓ એકજ સીધી લીટીમા હોવાને વચ્ચેની શાખાલીટીની આજુબાજુના પાસેપાસેના ખુણાનો શો સબંધ હોવો જોઇએ ?

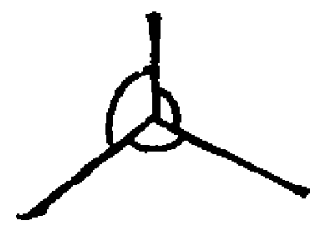
" જ્યારે બે પાસેપાસેના ખુણાનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર હોય ત્યારે તેની બહાર પડતી શાખાલીટીઓ (કે હાથો) એકજ સીધી લીટીમાં હોય છે."



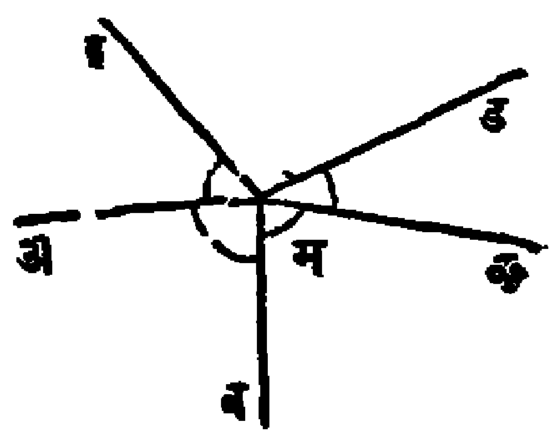
પાસેની આકૃતિ પાટીઆ ઉપર કાઢી પૂછો કે अबड, डबक ખુણાનો સરવાળો કેટલા કાટખુણા બરાબર છે ? क ब इ, अ ब इ ખુણાનો સરવાળો કેટલો છે ? (ब છેદન બિદુ છે)



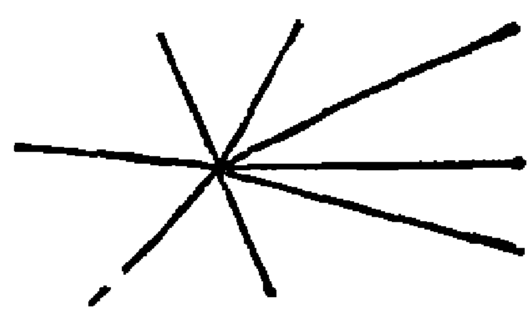
પાસેની આકૃતિમા अ म ब, ब म क નો અને क म ड ड, म अ ખુણાનો સરવાળો કેટલો છે તે કોણ-આપકથી માપીને કહો



પાસેની આકૃતિમા છેદનબિદુ આગળના ત્રણે ખુણા માપી કહો કે તે બધા મળી કેટલા કાટખુણા બરાબર છે



પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે म બિદુ આગળથી પાચ જુદી જુદી લીટી દોરો અને પાચે ખુણા માપી સરવાળો કરો, અને કહો કે બધા ખુણા મળી કેટલા કાટખુણા બરાબર છે ?



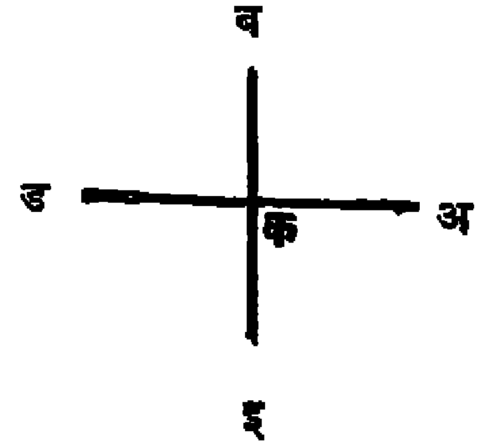
પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે છેદન બિદુ આગળ ૮ ખુણા એકેક જોડે લાગેલા છે તો એ આઠે ખૂણાનો સરવાળો કેટલા કાટખૂણા બરાબર હોવો જોઇએ તે માપ્યા વિના કહો.

સાત, નવ, દશ ખુણાઓ એકેક જોડે લાગેલા છે અને તેઓના શિરોબિદુઓ એકજ બિદુમા છે તો તે આગળના બધા ખુણા મળી કેટલા કાટખુણા બરાબર છે તે કહો.

એકજ બિંદુ આગળ સાત ખુણા પાસેપાસે છે. પાચ ખુણાનો સરવાળો ૩ કાટખુણા બરાબર છે તો બાકીના બેનો સરવાળો કેટલો ?

એકજ બિંદુ આગળ છ ખુણા પાસેપાસે છે ચારનો સરવાળો ૨૩/૪ કાટખુણા બરાબર છે તો બાકીનાનો સરવાળો કેટલા કાટખુણા છે ?

એકજ બિંદુ આગળ પાચ ખુણા પાસેપાસે છે ત્રણ ખુણા અનુક્રમે ૫૭° ૧૧૨,° ૪૩° છે તો બાકીના બેનો સરવાળો કેટલો ?



अकब ખુણો કાટખૂણો કરો अक ને ड સુધી, અને बकને इ સુધી લબાવો बकड ખુણો કેવડો હોવો જોઇએ ?

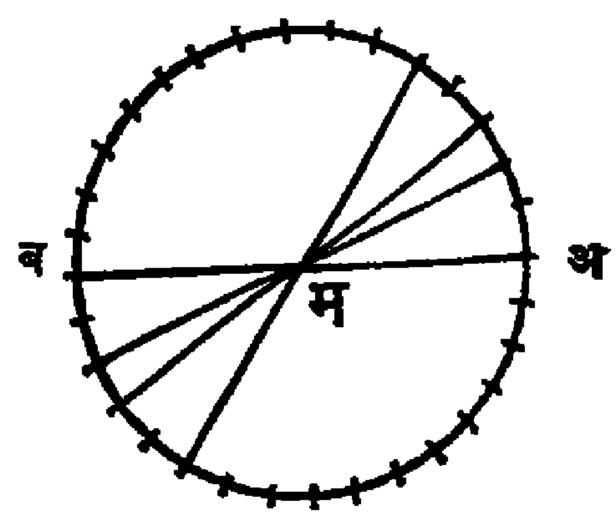
अकइ ખુણો કેવડો હોવો જોઇએ ?

डकइ ખુણો કેવડો હોવો જોઇએ ?

પાછલા પ્રયોગોનો આધાર લઈ સિદ્ધ કરી બતાવો કે એ દરેક ખુણો એક કાટખુણા બરાબર છે.

अकब લીટી લો. તેના ઉપર कड લીટી દોરો बकड ખુણો સળવાળી દુભાગો अकड ખુણો સળ વાળી દુભાગો આ બે સળની વચ્ચેનો ખુણો કેવડો છે તે માપ્યા વિના અનુમાનથી સિદ્ધ કરી કહો.

§ ૭. અરસપરસ છેદતી બે લીટીઓની વચ્ચે થતા ખુણા.



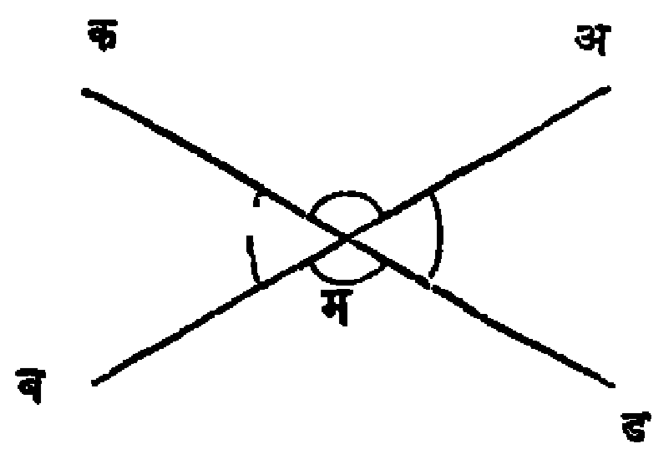
પાસેની આકૃતિમા બતાવ્યા પ્રમાણે એક વર્તુળ દોરો. તેના પરિધ ઉપર બતાવ્યા પ્રમાણે સરખા કાપાઓ પાડો, (૩/૪ પરિધ ઉપર ૮ સરખા કાપા પાડયા છે) બે પાતળી પટીઓ લો અને તેને એકની ઉપર બીજી મુકી વચ્ચે એક ટાકણી મારી म મધ્યબિંદુ આગળ ગોઠવો. પહેલા બન્નેઃ

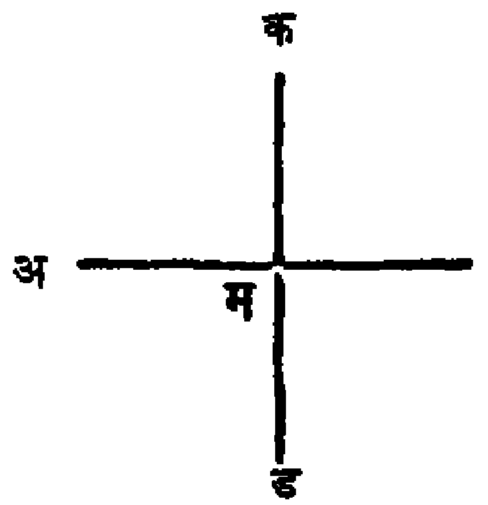
પટીઓને સાથે રાખી આડી अब લીટીમા રાખેા પછી નીચેની પટી સ્થિર રાખી ઉપરની બીજી પટીને ડાબા હાથ તરફ ફેરવેા ઉપલી પટીનેા છેડેા ½ કાટખુણામાથી ફરે ત્યારે નીચેનેા છેડેા કેવડા ખુણામાથી ફરશે ? ½ કાટખુણામાથી ઉપલેા છેડેા ⅔ કાટખુણામાથી ફરે, ત્યારે નીચેનેા કેવડા ખુણામાથી ફરશે ? ઉપલેા ¾ કાટખુણામાથી ફરે ત્યારે નીચેનેા કેવડા ખુણામાથી ફરશે ? ઉપલેા ૧ કાટખુણાથી ફરે ત્યારે નીચેનેા કેવડા ખુણામાંથી ફરે ? ૧ કાટખુણામાથી, વગેરે

પટીઓમા બીજી કેાઇ જગ્યાએ ટાકણી મારી તેઓને ममा સજ્જડ કરી ઉપલેા પ્રયેાગ કરેા પટીઓ લાબી ટુકી કરી ટાકણી ગમે ત્યા મારી ममां સજ્જડ કરી ઉપલેા પ્રયેાગ કરેા

ઉપલી પટી સ્થિર રાખી નીચલી પટીને ઉપર અને નીચે ફેરવી બન્ને પટીઓ વચ્ચે કેવડેા ખુણેા દરેક વખતે થાય છે તે ઉપલા પ્રયેાગમા જુઓ આ પ્રયેાગેા પરથી તમે શુ અનુમાન કરેા છેા? પટીઓ લાબી ટુકી કરીએ તેા જેવડા ખુણામાથી તે ફરે છે તે ખુણેા તેની લબાઇ (પટીઓની) ઉપર આધાર રાખે છે ? નહિ.

ઉપલા પ્રયેાગેા ઉપરથી કહેા કે अब અને कड લીટીઓમાથી





(ममा ટાકણી મારી मक વર્તુળના ¼ ભાગમાથી ફરે તેા मड કેટલા ભાગમાથી ફરે ? कड લીટીનું क બિંદુ ½ કાટખુણામાથી ફરે તેા ड બિં

દુ કેટલા કાટખુણામાંથી ફરે ? અબનો અ છેડો વર્તુળના ½ ભાગ એટલે ૧ કાટખુણામાંથી ફરે તો બ છેડો કેવડા ખુણામાંથી ફરશે ? વગેરે.

એક લીટી પોતાના એક બિંદુની આસપાસ ઉપર અથવા નીચે ફરે તો તેના બન્ને છેડાઓ જે ખુણાઓમાંથી ફરે છે તે ખુણાઓનો કયો સંબંધ છે ? એ વિષે શું અનુમાન કરો છો ?

"એક લીટી પોતાની અંદરના કોઈપણ બિંદુની આસપાસ ફરે તો તે બિંદુથી તેની લંબાઈ ઘટે અથવા વધે તોપણ તે લીટીના છેડા સરખાજ ખુણામાંથી ફરે છે.

અબ લીટી ક બિંદુની આસપાસ ફરે છે. કબ ભાગ ઉપર ૪૨°ના ખુણામાંથી ફરે તો કઅ ભાગ કયા ખુણામાંથી ફરે છે ? કબ ભાગ નીચે ૧૧૨°ના ખુણામાંથી ફરે તો કઅ ભાગ કયા ખુણામાંથી કયી તરફ ફરે છે ?

અબ, લીટીને કડ લીટી મમા છેદે છે મક ભાગ મની આસપાસ ફરી મબ સાથે ૫૫°નો ખુણો કરે તો મડ ભાગ મઅ સાથે કયો ખુણો કરે છે ? જો ક છેડો બથી લઇ ૩૭°, ૧૦૧°, ૬૦°, ૯૮°, ૮૯°ના ખુણામાંથી ફરે તો ડ છેડો અથી લઇ કયા કયા ખુણામાંથી ફરશે ? અમક ખુણો કેવડો છે ? બમડ ખુણો કેવડો છે ? બન્નેનો શો સંબંધ છે ? બમક ખુણો ૪૧°નો હોય તો અમડ, અમક, બમડ ખુણા કેવડા ? અમક ૧૦૭°નો છે તો બમડ, અમડ, બમક ખુણા કેવડા ?

∠અમક, ૫૧°, ૨૬°, ૬૮°, ૭૧°, ૧૧૩°, ૧૪૭° નો લઇ બાકીના ખુણા કેવડા છે તે કહો, માપી ખાત્રી કરો

ઉપલા પ્રયોગો અને પ્રશ્ન ઉપરથી એ ચાર ખુણામાંથી બેબેનો શો સંબંધ છે તેની કાંઇ સમજ પડે છે ?

અબ કડ બે લીટી મ મા છેદે તેમ દોરો બમક ખુણો કાપી લો અને અમડ ઉપર ગોઠવો. તેજ પ્રમાણે અમક ખુણો કાપી બમડ ઉપર ગોઠવો. આ ઉપરથી તમે શું અનુમાન કરો છો ? બે લીટીઓ અરસપરસ

છેદે તેા તેના છેદનબિંદુ આગળ થતા સામસામેના ખુણાઓ વિષે શું અનુમાન કરેા છેા ?

"એ લીટીઓ અરસપરસ છેદે તેા તેના છેદનબિંદુ આગળના સામસામેના ખુણાઓ બરાબર છે"

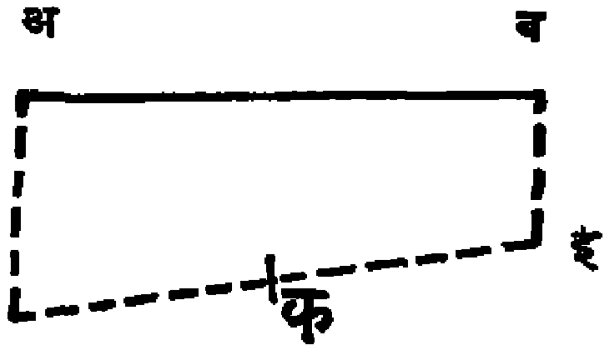
अब, कड બે લીટી मभा છેદે છે, તેા म આગળના ખુણાઓમાંથી ∠अमड, ∠कमब બરાબર છે એમ માપ્યા વિના સિદ્ધ કરેા.

§ ૮. સમાન્તર સીધી લીટીઓ.

બબ્બે લીટીની થેાડીક એવી જોડ પાટીઆ ઉપર દેારેા કે કેાઇ બે લંબાવતા ડાબા હાથ તરફ મળે, કેાઇ બે લંબાવતા જમણા હાથ તરફ મળે, અને કેાઇ બે બન્ને બાજુ લંબાવતા સમૂળકીજ મળે નહિ તેના એકજ બાજુ તરફના છેડાની વચ્ચેના અંતરેા જુઓ આ અંતરેા વધારે થાય છે કે ઓછા થાય છે ? કે છે તેટલુંજ રહે છે ? કેાઇ લીટીઓની વચ્ચેનું અંતર વધે છે, કેાઇની વચ્ચેનું અંતર ઘટે છે, અને કેાઈ કેાઇની વચ્ચે **તેનું તેજ** અંતર રહે છે જે લીટીઓની વચ્ચેનું અંતર વધે છે તેઓને લંબાવીએ તેા તે મળે ખરી કે ? નહિ તેને (બીજી બાજુ તરફ) લંબાવીએ તેા તે મળે છે કે નહિ ? જે લીટીઓ સમૂળકીજ મળતી નથી તેઓને ડાબી બાજુએ લંબાવીએ તેા તેઓના છેડા મળે છે ? નહિ જમણી બાજુએ લંબાવીએ તેઓ મળે છે ? નહિ ત્યારે આ (૩)ની લીટીઓ પહેલી બે જાતની લીટીઓ કરતા જુદીજ જાતની છે (૨)ની લીટીઓ જમણા હાથ તરફ મળે છે ત્યારે આ (૩)ની લીટીઓ **બન્ને બાજુ મળતી નથી.** આવી લીટીઓને આપણે **સમાન્તર લીટીઓ** કહીએ છીએ સમાન્તર (સમ + અંતર = બરાબર + અંતર) આ લીટીઓ કયે કયે ઠેકાણે **સરખે અંતરે** રહે છે ? બધે ઠેકાણે

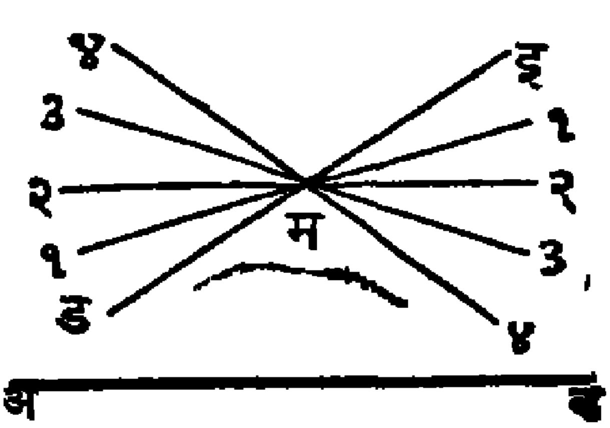
તમારી સામેના ટેબલની સામસામેની કેારેા બતાવેા. એ કેારેા કેવી છે ? પાટીઆની કેારેા બતાવેા એ કેવી છે ? વગેરે.

પાટીઆ ઉપર એક अब આડી લીટી દોરો. डइ એક બીજી લીટી લઈ તેમા क મા ટાકણી મારી अड ની નીચે પાટીઆ ઉપર મૂકો. डइ ગમે તે સ્થિતિમા મૂકી



છે. બન્ને લીટીઓના अड અને बइ અંતર માપો આ અતરો બરાબર છે? નહિ કયુ મોટુ છે? अड ड છેડો अની વધારે પાસે લાવો. ड છેડાને अની પાસે લાવીએ ત્યારે इ છેડો बની પાસે આવે છે કે દૂર જાય છે? દૂર જાય છે. આ સ્થિતિમા अड, बइ માપો આ અતરો સરખા છે? નહિ કયુ મોટુ છે? अड डने હજુ પણ अની પાસે લો. इ, बની પાસે આવ્યુ કે દૂર ગયુ? દૂર ગયુ अड, बइ અતરો માપો. આ અતરો બરાબર છે? હા डને अની પાસે લઈ ગયા ત્યારે इ, बની પાસે આવ્યુ કે દૂર ગયુ? डને अની પાસે લઈ જતા જતા કોઇપણ વખતે डअ, इब અતર સરખા થશે ખરા? હા આવી સ્થિતિમા डइ, अबની વચ્ચે अड જેવડી એક પટી કાપી ડાબા હાથ તરફથી જમણા હાથ તરફ સરખી રાખી લઈ જાવ આ પટીના છેડાઓ अब, डइની વચ્ચે હમેશા બરાબર રહે છે? હા આવી સ્થિતિમા બે લીટીઓની વચ્ચેનુ અંતર હમેશા એકજ રહે છે ત્યારે એ લીટીઓ **સમાન્તર** કહેવાય છે?

પાટીઆ ઉપર अब જેવી એક આડી લીટી દોરો म બિદુ આગળ ટાકણી મારી डइ જેવી એક લીટી મુકો. म બિદુની આસપાસ જે डइ લીટી ફરે તેની જુદી જુદી સ્થિતિ ૧, ૨, ૩, ૪થી બતાવી છે. डइने

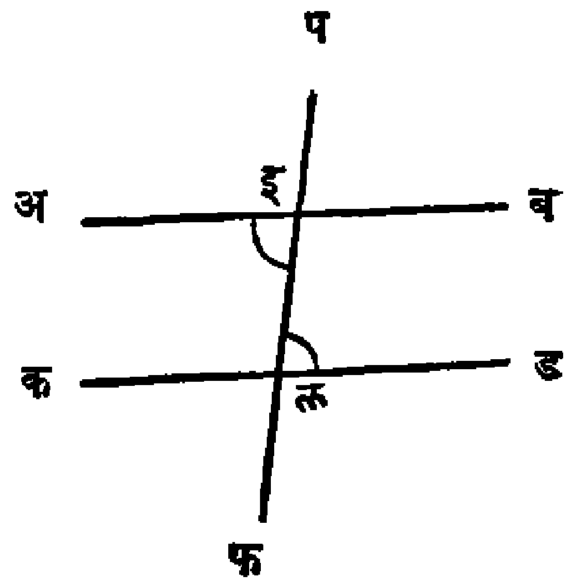


ड तरफ लंબાવીએ તો अब લીટીને તે મળશે ખરી ? હા કયા હાથ તરફ તે મળે છે ? ડાબા હાથ તરફ डब લીટીને ૧–૧ની સ્થિતિમા લેા. હવે તેને ड તરફ લંબાવેા તેા अबને ડાબા હાથ તરફ તે મળશે ? હા. डइને હજુ પણ ૩–૩ની સ્થિતિમા ફેરવેા હવે તેને ड તરફ લંબાવેા તેા अबને મળશે ખરી ? નહિ ત્યારે શુ થશે ? હવે તે જમણા હાથ તરફ अबને મળશે. डइને ૪–૪ની સ્થિતિમા મુકેા હવે डइને કયા છેડા તરફ લંબાવતા તે अबને મળશે ? જમણા છેડા તરફ

આ પ્રયેાગમા डइ લીટી કેાઇ કેાઇ વખતે ड તરફ લંબાવતા अबને ડાબા હાથ તરફ મળે છે, અને કેાઇ કેાઇ વખતે इ તરફ લંબાવતા अबને જમણા હાથ તરફ મળે છે, ત્યારે આ બે જાતની સ્થિતિમા કેાઇ એવી સ્થિતિ છે ખરી કે કેાઇપણ છેડા તરફ લંબાવતા डइ લીટી अबને મળેજ નહિ ? હા એવી કયી સ્થિતિ તે છે ? डइ (૨-૨) આવી સ્થિતિમા अब, डइ **સમાન્તર** છે એમ કહેવાય છે.

(क). ખુણાનાં નામ.

अब, कड બે લીટીએા દેારેા पफ લીટી આ બે લીટીને અનુક્રમે इ, लમા છેદે તેમ દેારેા આ આડી લીટીથી કેટલા ખુણા થાય છે ? इ આગળ ચાર, અને ल આગળ ચાર



अइल અને इलड ખુણા વ્યુત્ક્રમ (ઉલટી બાજુના) ખુણા છે; તેમજ ∠बइल ને ∠इलक વ્યુત્ક્રમ ખુણા છે, ∠अइप, ∠पइब, ∠कलफ અને ∠डलफ એ ચાર બહારના ખુણા કહેવાય છે, કારણ કે આપેલી લીટીએાની બહાર એ ખુણા આવેલા છે

∠फइब અને ∠इलड મળતા આવતા ખુણા કહેવાય છે
તેમજ ∠अइप અને ∠इलक પણ „ „
તેમજ ∠फलक અને ∠लइअ પણ „ „
તથા ∠फलड અને ∠लइब પણ „ „

∠अइल, ∠बइल, ∠कलइ, ∠डलइ, અંદરના ખુણા કહેવાય છે, કારણ કે તે આપેલી લીટીની અંદરની બાજુએ છે ∠अइल અને ∠इलक, પફની એકજ બાજુએ છે તેથી તેઓ આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના અંદરના ખુણા કહેવાય છે તેમજ ∠बइल અને ∠इलड પણ પફની એકજ બાજુએ છે તેથી તેઓ એકજ બાજુ તરફના અંદરના ખુણા છે.

ટીપ. જુદી જુદી આકૃતિ કાઢી ઉપરના ખુણાઓની પુરેપુરી સમજણ આપવી

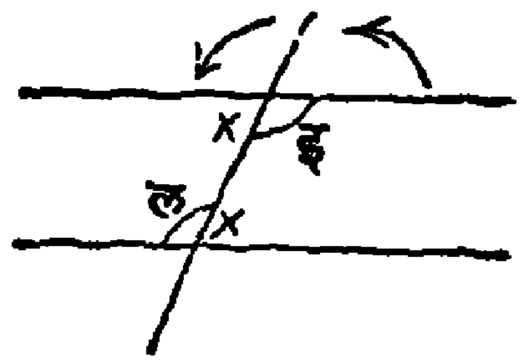
એકસરસાઈઝ બુકમા જુદી જુદી સમાન્તર લીટીઓની ચાર પાચ જોડ લેા. દરેક જોડને છેદનારી કોઇપણ આડી લીટી દોરેા. આ આડી લીટી અને સમાન્તર લીટીની વચ્ચે થતા દરેક જોડના ગમે તે કોઈ બે વ્યુત્ક્રમ ખુણા માપી જુઓ દરેક જોડના બાકીના વ્યુત્ક્રમ ખુણા માપી જુઓ, અને પરિણામ સરખાવી જુઓ દરેકમા વ્યુત્ક્રમ ખુણાનેા અરસપરસ કાંઈ સબધ છે ? આ ઉપરથી શુ અનુમાન કાઢો છેા ?

બે સમાન્તર લીટીઓની એક જોડ લઇ તેને છેદનારી એક આડી લીટી દોરેા એક વ્યુત્ક્રમ કાપી તેને બીજા વ્યુત્ક્રમ ખુણા ઉપર (કાપેલાનેા વ્યુત્ક્રમ) મુકેા આ ખુણાઓ બરાબર એક બીજા ઉપર મળી રહે છે ? આ ઉપરથી શુ અનુમાન કરેા છેા ?

સમાન્તર નહિ હોય એવી લીટીઓ દોરેા તેનાથી થતા વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓ માપી જુઓ આ ખુણાઓ બરાબર છે ? નહિ આ પ્રયેાગેા ઉપરથી સમાન્તર લીટીઓના વ્યુત્ક્રમ ખુણા અને અસમાન્તર લીટીઓના વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓમાં કાઇ તફાવત છે કે નહિ ? હોય તેા શેા ફેર છે તે કહેા.

"સમાન્તર લીટીઓને છેદનારી આડી લીટીથી થતા વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓ બરાબર છે."

વળી એકસરસાઇઝ બુકમા બે સમાન્તર લીટીઓ દોરો. છેદનારી એક આડી લીટી દોરો સમાન્તર લીટીઓ અને આડી લીટીની વચ્ચેનો જમણા હાથ તરફનો ભાગ કાપી લો તેને ઉંચકીને તીરની દિશામા ફેરવીને ડાબા હાથ તરફના ભાગ ઉપર ખુણા આવે તેમ મૂકો આ પ્રમાણે કરતા વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓ બરાબર મળી જાય છે ? શુ અનુમાન કરો છો ?



સમાન્તર અને અસમાન્તર લીટીઓની બે જોડ જુદી જુદી દોરો. દરેકને છેદનારી આડી લીટી દોરો સમાન્તર લીટીની જોડમા બહારનો કોઈ પણ ખુણો માપો અથવા કાપી લો, અને તેજ જોડનો અંદરનો તેને મળતો આવતો ખુણો માપો અથવા કાપી લો. અસમાન્તરની જોડમાં પણ એમજ કરો સરખાવતા માલમ પડે છે કે સમાન્તર લીટીની જોડમાં બહારનો ખુણો અદરના મળતા આવતા ખુણાની બરાબર છે ? સમાન્તરોમા એ ખુણા બરાબર છે કે નહિ ? આ ઉપરથી શુ અનુમાન કરો છો ?

બે સમાન્તર લીટીઓ દોરો. અને આડી લીટીથી થતા અદરના એકજ બાજુ તરફના બે ખુણાઓ માપો બન્નેનો સરવાળો કરો. એ સરવાળો કેટલા કાટખુણા બરાબર છે ?

બીજી બાજુ ઉપરના બે અદરના ખુણાઓનો પણ સરવાળો કરો. એ સરવાળો કેટલા કાટખુણા બરાબર છે ? બે કાટખુણા.

બે સમાન્તર લીટી લો. તેને છેદતી આડી લીટી દોરો. સમાન્તરો અને આડી લીટીની વચ્ચેના અદરના ચારે ખુણા બરાબર કાપી લો. ડાબા હાથ ઉપરના બે ખુણાઓ એક લીટીની સાથે બરાબર મૂકો શુ અનુમાન કરો છો ? આ ખુણાઓ મળી બે કાટખુણા બરાબર છે ? બીજી જોડમા પણ એમજ કરો આ ખુણાઓ મળી કેટલા કાટખુણા બરાબર છે ? બે કાટખુણા.

લબાવતા ડાબી બાજુએ મળે એવી બે લીટી દોરો. તેને છેદતી એક આડી લીટી દોરો. જમણી બાજુ પરના અદરના ખુણાઓ

માપો. આ ખુણાઓ મળી બે કાટખુણા બરાબર છે? નહિ. ત્યારે એ કાટખુણા કરતા તે મોટા છે કે નાના છે? મોટા ડાબા હાથ તરફના અંદરના બે ખુણાઓનો સરવાળો કરો. એ સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે? નહિ. ત્યારે તે મોટો કે નાનો છે? નાનો.

લંબાવતા જમણા હાથ તરફનું અંતર ઓછું અને ઓછું થતુ જાય એવી બે લીટીઓ લો. તેને છેદતી એક આડી લીટી દોરો. ઉપલા પ્રયોગ પ્રમાણે તેના અંદરના ડાબા હાથ ઉપરના અને જમણા હાથ પરના ખુણાઓ માપો ડાબા હાથ પરની જોડનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે? નહિ તે મોટો છે કે નાનો છે? મોટો. જમણા હાથ પરની જોડનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે? નહિ. તે મોટો છે કે નાનો છે? નાનો

ત્યારે સમાન્તર લીટીઓ ઉપરના ઉપલા પ્રયોગો પરથી શું શું અનુમાન કરો છો? એવી લીટીઓના કયા કયા ગુણ છે?

બે સમાન્તર લીટીઓને એક આડી લીટી છેદે તો

(૧) વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓ બરાબર છે,

(૨) બહારનો ખુણો માહેના મળતા આવતા (સામેના આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના) ખુણાની બરાબર છે.

(૩) આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના માંહેના બે ખુણાઓનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે

સમાન્તર લીટીઓના ઉપલા ગુણો અસમાન્તર લીટીઓને પણ લાગુ પડે છે કે નહિ? નહિ,

નોંધ નીચેની અને હવે પછીની બીજી વ્યાખ્યા, જે આપી છે, તે વિદ્યાર્થીને ફક્ત અત્રે સમજાવવાનીજ છે, પાછળથી તે મ્હોડે કરાવવી

વ્યાખ્યા—કોઇપણ લીટીઓ, "એકજ સપાટીમા" એવી રીતે આવી હોય કે તેને તે બાજુ તરફ લંબાવતા તેઓ એક બીજીને મળે નહિ તો તે સમાન્તર લીટીઓ કહેવાય છે.

ઉપલી વ્યાખ્યામા "એકજ સપાટીમા" એવા શબ્દો શા કારણથી વાપર્યા હશે? એક પેન્સીલ પૂર્વ પશ્ચિમ દિશામા ટેબલની ઉપર મુકો. બીજી પેન્સીલ તેને અસમાન્તર હોય તેમ ઉત્તર દક્ષિણ દિશામા પહેલી પેન્સીલથી સહેજ ઉચે રાખો આ પેન્સીલ-લીટી લબાવતા કદી પણ મળશે નહિ. ત્યારે આ પેન્સીલો સમાન્તર છે? નહિ આ કારણથી ઉપલી વ્યાખ્યામા "એકજ સપાટીમા" શબ્દો મુક્યા છે બે સમાન્તરોને એક આડી લીટી છેદે છે, ત્યારે જો એક વ્યુત્ક્રમ ખુણો ૫૧°નો હોય, તો બીજો વ્યુત્ક્રમ ખુણો કેવડો?

„ ૧૧૩° „ „ „ „

એક બહારનો ખુણો ૪૮° „ તો બીજો મળનો આવતો ખુણો કેવડો?

„ ૭૩° „ „ „ „

„ ૧૦૪° „ „ „ „

અદરના એકજ બાજુ ઉપરના બે ખુણાઓમાનો એક ખુણો ૬૩° હોય તો બીજો કેવડો?

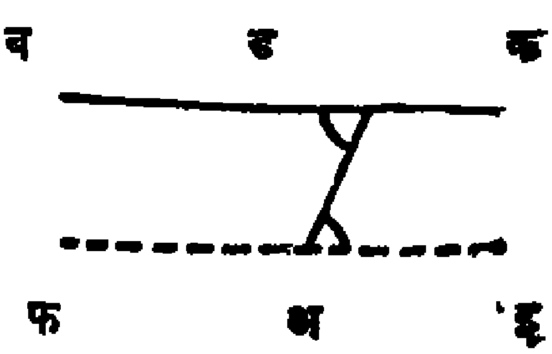
„ ૯૦°, „ „

„ ૧૩૭°, „ „

(ક) એક આપેલા બિંદુમાંથી એક આપેલી લીટીને સમાન્તર લીટી દોરવા વિષે.

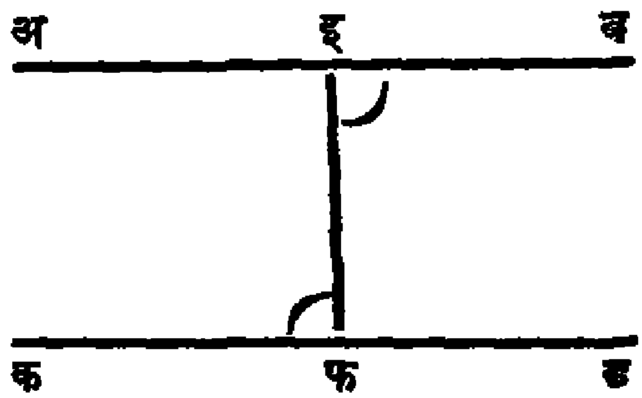
બે સમાન્તરોને એક આડી લીટી છેદે તો કયા ખુણા સરખા થાય છે? વ્યુત્ક્રમ ખુણા એ ખુણા આડી લીટીની કયી બાજુએ હોય છે? વિરૂદ્ધ બાજુએ ત્યારે એક લીટીને સમાન્તર લીટી દોરવી હોય તો કાંઈ નિયમ નીકળે ખરો કે? અ બિંદુમાથી બકની સમાન્તર એક લીટી દોરવાની છે તો શુ કરીશું?

અમાથી બકના કોઇપણ બિંદુ ડ સુધી એક લીટી દોરો અડબ ખુણો માપો અથવા તેની પાતળા કાગળ ઉપર નકલ કરો આ ખુણો વ્યુત્ક્રમ ખુણો ગણીએ તો બીજો વ્યુત્ક્રમ કયા આવવો



જોઇએ ? अ આગળ કયી બાજુએ ? જમણી બાજુએ ब આગળ ∠बडअની વિરૂદ્ધ બાજુ ઉપર डबइ ખુણો ∠बडअની બરાબર કંપાસથી અથવા કોણમાપકથી કરો અથવા ટાકણી મારી છિદ્ર પાડી કરો. ત્યારે કયી લીટી बकની સમાન્તર છે ? फअइ

વળી अમાથી बकની સમાન્તર લીટી દોરવાની છે. બે સમાન્તરોને છેદતી આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના અંદરના ખુણાઓનો શો સબંધ છે ? એ ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે. अમાથી ड સુધી એક આડી લીટી દોરો. ∠अडब અંદરનો ખુણો છે ? હા. ત્યારે બીજો અંદરનો ખુણો કેવડો હોવો જોઇએ ? ∠अडबનો ન્યૂનતાપૂરક ત્યારે अडब ખુણો માપો તેનો ન્યૂનતાપૂરક ખુણો કેવડો ? આ ખુણા બરાબર अ આગળ अड સાથે डअफ ખુણો કંપાસથી અથવા પ્રોટ્રેકટરથી બનાવો. ત્યારે अफ અને कडब લીટી કેવી છે ? સમાન્તર.

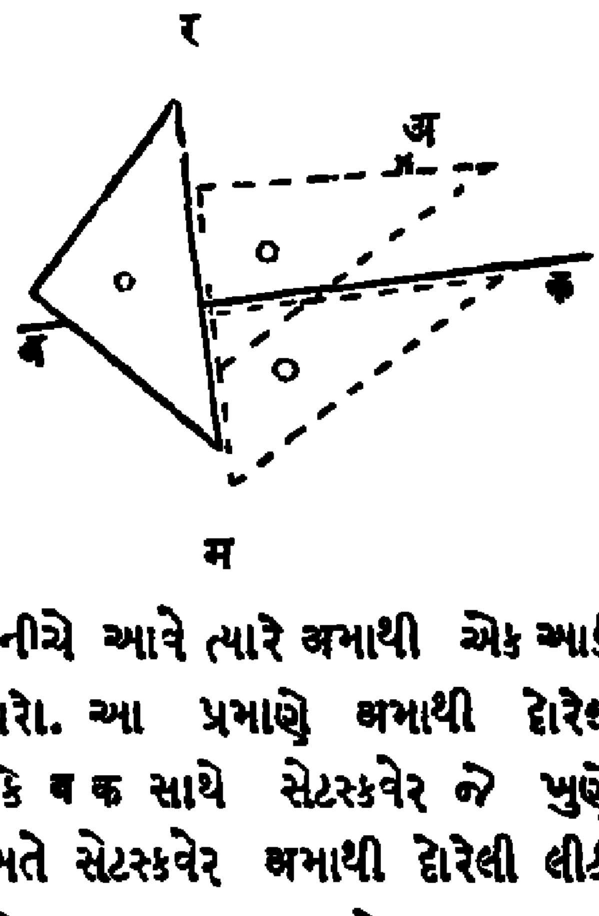


अब લીટી લો તેની બહાર (નીચે કે ઉપર) फ એક બિંદુ લો. अबमा એક इ બિંદુ લો इफ સાંધો એક આકૃતિ કાઢી ∠अइफની બરાબર ∠इफड કરો આ ખુણા કેવા છે ? વ્યુત્ક્રમ. એ બરાબર છે ? હા, કયી જાતની લીટીઓમા વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓ બરાબર હોય છે ? સમાન્તર ત્યારે अब, कड કેવી લીટીઓ હોવી જોઇએ ? સમાન્તર

બીજી આકૃતિ કાઢી ∠बइफનો ન્યૂનતાપૂરક ∠इफड કરો. ∠बइफ અને ∠इफडનો શો સબંધ છે ? તે બન્નેનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે ? એ બે ખુણાઓ આડી લીટીની એકજ બાજુ ઉપર અંદરના ખુણાઓ છે ? કયી જાતની લીટીઓમા આવા અંદરના બે ખુણાઓ બે કાટખુણા બરાબર છે ? સમાન્તર. ત્યારે अब, कड કેવી લીટીઓ હોવી જોઇએ ? સમાન્તર.

ત્રીજી આકૃતિ કાઢી फइ ને ल સુધી લબાવો ∠लइब બરાબર ∠इफड કરો આ ખુણાઓ કેવા છે ? મળતા આવતા ખુણા એ બરાબર છે ? મળતા આવતા ખુણાઓ ક્યારે બરાબર હોવા જોઇએ ? अब, कड સમાન્તર હોય ત્યારે

સમાન્તર લીટી દોરવાની રીત.



अમાથી बकની સમાન્તર એક લીટી દોરવાની છે ब क લીટી સાથે સેટસ્કવેરની કાટખુણો કરતી એક કોર બરાબર મુકો એ સેટસ્કવેરની બીજી કોર સાથે બીજો સેટસ્કવેર (યા પટી) બરાબર મુકો. પહેલા સેટસ્કવેરને બીજાની કોર સાથે अ બિંદુ તરફ ખસેડો अ બિંદુ બરાબર સેટસ્કવેરની કાટખુણો પડતી કોરની નીચે આવે ત્યારે अમાથી એક આડી લીટી પેન્સીલ કોર સાથેજ રાખી દોરો. આ પ્રમાણે अમાથી દોરેલી લીટી बकની સમાન્તર છે કારણ કે ब क સાથે સેટસ્કવેર જે ખુણો પહેલા કરે છે તેજ ખુણો બીજી વખતે સેટસ્કવેર अમાથી દોરેલી લીટી સાથે પણ કરે છે અને આ ખુણાઓ મળતા આવતા છે

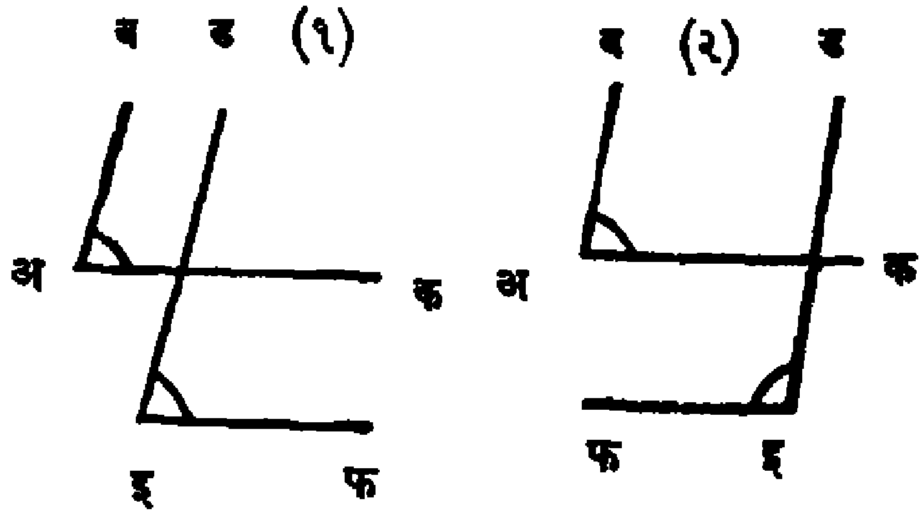
अ ब એક લીટી દોરો. अबની સમાન્તર क ड દોરો. कडની સમાન્તર इ फ દોરો अ ब, क ड કેવી લીટી છે ? क ड, इ फ કેવી લીટી છે ? સમાન્તર अ ब, कडનુ અતર વધે ઘટે ખરૂ ? નહિ. क ड, इ फनु અતર વધે ઘટે ખરૂ ? નહિ જ્યારે એ અતરો એકજ રહે છે ત્યારે अ ब, इ फ નુ અંતર કેવુ હશે ? એકજ ત્યારે अ ब, इ फनो કેવો સબધ હોવો જોઇએ ? સમાન્તર ત્યારે જે **લીટીઓ એકજ લીટીને સમાન્તર છે તે અરસપરસ કેવી હોવી જોઇએ ? સમાન્તર.**

એકજ લીટીને ઘણી સમાન્તર લીટી દોરવા વિષે.

अ ब એક લીટી લો તેની બહાર ઉપર કે નીચે क, ड, इ, फ, ल બિંદુ લો. अ ब સાથે સેટસ્કવેરની બાજુની કોર બરાબર મુકો. અને બીજી બાજુની કોર સાથે ફુટપટી મુકો (અથવા બીજો સેટસ્કવેર મુકો) આ ફુટપટી સાથે પહેલા સેટસ્કવેરને જોઇએ તે પ્રમાણે ઉપર અથવા નીચે क, ड, इ, फ, ल બિંદુઓ પહેલી કોરની બરાબર નીચે આવે તેમ ખસેડો અને તે વખતે કોરની નીચેથી કોરની સાથે પેન્સીલ રાખી क, ड, इ. फ, ल આથી લીટીઓ દોરો આ લીટીઓ આપેલી अब લીટીને સમાન્તર છે.

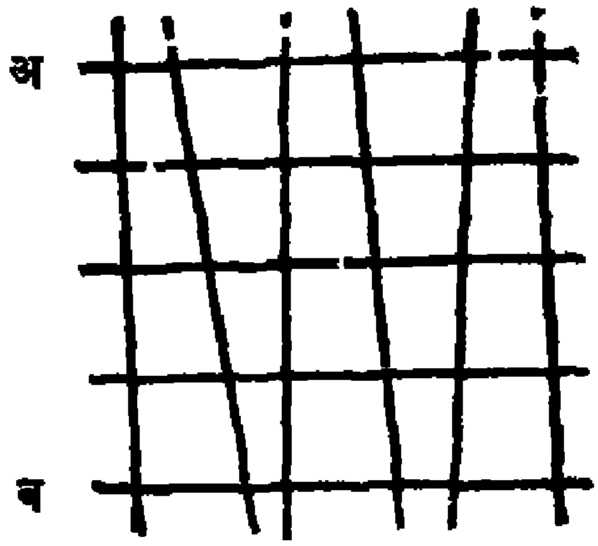
ચાર બિંદુઓ ગમે ત્યા લઇ ઉપલીજ રીતે अबની સમાન્તર લીટીઓ દોરો.

बअक ખુણો લો. इ આગળથી अब સમાન્તર इड દોરો, અને अक સમાન્તર इफ દોરો ∠अ અને ∠इ માપી જુઓ આ બે



ખુણાઓનો કાઇ સબધ છે? (૧)મા ∠अની ઉપર ∠इ મુકો. આ ખુણાઓ સરખા છે? હા. (૨)મા ∠अ, ∠इ ખુણા કાપી લઇ એક લીટીની સાથે ઉપર યા નીચે બન્ને પાસેપાસે મુકો આ બે ખુણાની બહારની શાખાલીટીઓ લીટીની સાથે બરાબર મળી જાય છે? હા ત્યારે એ બે ખુણાનો શો સબધ છે? એ બે ખુણા મળી બે કાટખુણા છે? અથવા બન્ને અરસપરસ ન્યૂનતાપૂરક છે? હા

(ग) આડી લીટી ઉપર સમાન્તર લીટીઓથી થતા અંતર્ભાગો.

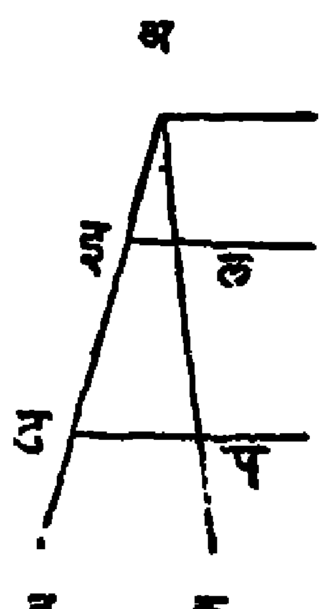


अब ઉભી લીટી લો તેની ઉપર ગમે તે પાચ બિંદુઓ સરખે એકજ અતરે લો એ બિંદુઓમાથી દોરેલી પાચ ગમે તે સમાન્તર લીટીઓને છેદે તેમ ઉભી લીટીઓ દોરો પહેલી લીટી ઉપર સમાન્તરોની વચ્ચે થતા ચાર અતર્ભાગો માપો. એ સરખા છે? બીજી લીટી ઉપરના અતર્ભાગો માપો એ સરખા છે? હા ત્રીજીના માપો. એ સરખા છે? હા. ચોથીના માપો એ સરખા છે? હા પાચમીના માપો દરેક લીટીના એ અતર્ભાગો સરખા છે? હા વગેરે.

ત્યારે આ પ્રયોગ ઉપરથી શુ અનુમાન કરો છો?

"ત્રણ અથવા વધારે સમાન્તરોની વચ્ચે થતા કોઇપણ એક લીટીના અંતર્ભાગો સરખા હોય તો તેજ સમાન્તરોને છેદતી બીજી કોઈપણ લીટીના અંતર્ભાગો પણ બરાબર છે"

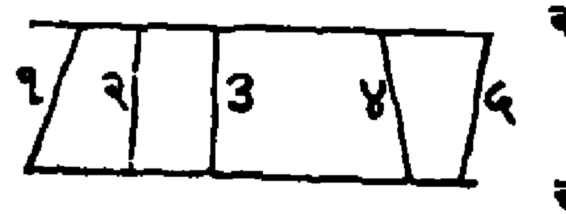
अब, अक બે લીટી કોઈ પણ ખુણો કરે એમ દોરો अब ઉપર इ બિંદુ લો अब ઉપર ड બિંદુ એવુ લો કે इ ड અતર अइના કરતા બમણુ હોય अ, इ, ड માથી ત્રણ સમાન્તરો દોરો સમાન્તરો अकને ल, पमा છેદે છે. अल, लपનો શો સબધ છે? लप અતર અર્ધુ કરો. તે અર્ધા ભાગને अल ઉપર મુકો



ઉપલા પ્રયોગમા इ ड અતર अ इ થી ત્રણ-ગણુ ચારગણુ, પાચગણુ, છગણુ, લો. પછી इ, ड માથી સમાન્તરો દોરો. આ સમાન્તરો

અકને લ, ૫ મા છેદે છે, ત્યારે અ લ, લ ૫ માપો. અ ક, લ ૫ સરખાવો. લ ૫, અ કથી કેટલાગણુ છે ? આ ઉપરથી શુ અનુમાન કરો છો ?

(ઘ) સમાન્તર લીટીઓ વચ્ચેનુ અંતર



અ બ, ક ડ બે સમાન્તરો દોરો. તેની ઉપર ત્રણ ચાર અતરો બતાવ્યા પ્રમાણે ક દોરો સમાન્તર લીટીની વચ્ચેના આ અતર માપો આ અતરો બધાં સરખા છે ? નહિ. આ અતરો સમાન્તરો સાથે જે ખુણા કરે તે માપો આ ખુણાઓ સરખા છે ? ૧ નીચેની સમાન્તર સાથે જે ખુણો કરે તેવડોજ ખુણો ૨ પણ કરે છે ? નહિ ૩, ૪, વગેરે પણ તેવડાજ ખુણા કરે છે ? નહિ ૩ જે ખુણો કરે તે બરાબર ધ્યાનમા રાખો જમણા હાથ પર જઇએ તેમ તેમ ૨, ૩, ૪, ૧ના કરતા ક ડ સાથે મોટા ખુણા કરે છે કે નાના ? મોટા. કયુ અતર ક ડ સાથે કાટખુણો કરે છે ? ૩ એજ અતર અબની સાથે કયો ખુણો કરે છે ? કાટખુણો ૩ અતર બધા અતરોમા નાનામા નાનું છે ? હા. એના કરતા નાનુ અતર કોઇપણુ બાજુ ઉપર દોરી શકાય ખરૂં કે ? નહિ તેથી બે સમાન્તરોની વચ્ચે જે લબ અતર છે તે સૌથી નાનુ છે અને તેથી બે સમાન્તરોનું અતર તેઓની વચ્ચે કાટખુણે લેવાય છે. ત્યારે બે સમાન્તર લીટીઓની વચ્ચેનુ અતર કયા નિયમે કાઢવુ જોઇએ ? **જે અંતર બે સમાન્તરોને લંબ હોય તેજ અંતર લેવું.** તમારી લીટીવાળી નોટબુકમા જે લીટીઓ સમાન્તર છે તેની વચ્ચેના અતરો ઇંચ અને મી. મી મા માપો, અને સરખાવો બે સમાન્તરને લબ હોય તેમ એક લીટી દોરો આ લીટી સમાન્તરને મળે તેમ લબાવો. આડી લીટી અને બીજી સમાન્તર વચ્ચેનો ખુણો માપો એ ખુણો કેવો છે ?

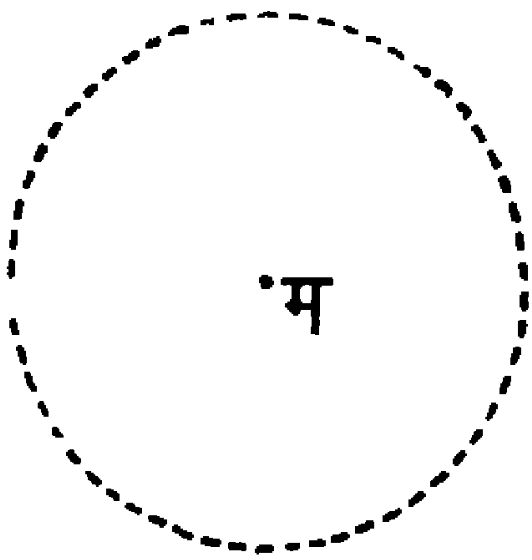
ત્રણ, ચાર, પાચ, સમાન્તરો દોરો એકને લબ હોય તેવી એક લીટી દોરો. આ લીટી સમાન્તરોને છેદે તેમ લંબાવો. આ આડી લીટી અને બાકીની સમાન્તરોની વચ્ચેના બધા ખુણા માપો અને સરખાવો. આ ખુણાઓ કેવા છે ? આ પ્રયોગો પરથી શુ અનુમાન કરો છો ?

"બે અથવા વધારે સમાન્તર લીટીમાંથી એકને જો કોઈપણ લીટી લબ હોય તો તે લીટી બીજી સમાન્તરોને પણ લબ હોય છે"

§ ૯. ત્રિકોણ.

(क) વર્તુળ.

પાટીઆ ઉપર વાપરવાના કપાસના છેડામા ચાક મૂકી કપાસના બન્ને છેડાને એક ફૂટ દૂર લો પાટીઆ ઉપર म બિંદુ લઇ તેના ઉપર કપાસનુ લોખડનુ અગ્રબિંદુ મૂકી કપાસને બીજે છેડેના ચાકથી એક બિંદુ પાટીઆ ઉપર મૂકો આ બિંદુ मથી કેટલુ દૂર છે? એક ફૂટ. ચાકના છેડાનેજ સહેજ ખસેડી બીજુ બિંદુ લો આ બિંદુ मથી કેટલુ દૂર છે? એક ફૂટ. આ પ્રમાણે ચાકના છેડાનેજ સહેજ સહેજ ખસેડી એક એક બિંદુ મૂકી એ દરેક બિંદુ मથી કેટલુ દૂર છે એ વિદ્યાર્થી પાસે કઢાવવુ આ બધા બિંદુ मથી કેટલે કેટલે અતરે છે? એક ફૂટ બધા સરખેજ અતરે છે?



હવે પછી म ઉપર લોખડનુ બિંદુ રાખી એક ફૂટનુ જે અતર બન્ને છેડાની વચ્ચે લીધુ છે તેજ કાયમ રાખી ચાકના બીજા છેડાથી વર્તુળનો આખો પરિધિ દોરો પરિધિ ઉપર એકાદ બિંદુ લો આ બિંદુ मથી કેટલું દૂર છે? એક ફુટ (બીજુ લઇ) આ બિંદુ मથી કેટલું દૂર છે? એક ફૂટ આ (પરિધિ) લીટી ઉપરના કયા કયા બિંદુ मથી એક ફૂટ અતરે છે? આ લીટી ઉપરના કેટલા બિંદુ मથી એક ફુટ અતરે છે? બધા. વર્તુળના મધ્યબિંદુ અને પરિધના બિંદુઓ વચ્ચેના અતર વિષે આ ઉપરથી કાંઈ નિયમ નીકળે છે? "પરિધ ઉપરનાં બિંદુઓ મધ્ય બિંદુથી બધાંજ સરખે અંતરે આવેલાં હોય છે."

મધ્યબિંદુથી ૧ા ફુટ અતરે એક બિંદુ લેા આ બિંદુ મધ્યબિંદુથી કેટલુ દૂર છે ? એક ફુટથી વધારે કે ઓછે અતરે છે ? એ વર્તુળની બહાર છે કે અદર ? મધ્યબિંદુથી ૧૧ ઇંચ અંતરે એક બિંદુ લેા. ઉપર પ્રમાણે પ્રશ્ન કરી પૂછો કે મધ્યબિંદુથી એક ફુટ અતરે આવેલુ બિંદુ પરિધિની બહાર અથવા અદર હોઇ શકે ખરૂં ? નહિ

ડ્રૉઈંગના સાહિત્યમાથી કોઇ એક ગેાળ વસ્તુ લેા. તેના પરિધ ઉપર બરાબર એક પાતળી દેારી વિંટાળેા બરાબર એક વખત વિંટાઈ રહે કે જેટલી દેારી વિંટળાઇ હેાય તેટલી કાપી લેા આ કટકેા ફૂટપટીથી માપેા. એજ ગેાળ વસ્તુનેા વ્યાસ માપેા પહેલા કટકાની લબાઇ આ લબાઇ સાથે સરખાવેા પરિધિની લબાઇ વ્યાસની લબાઇથી કેટલાગણી છે ?

ટેબન ઉપર એક પૈસેા અથવા રૂપીએા મુકેા, અને તેની આસપાસ દેારેા વિંટાળી ઉપલેા પ્રયેાગ કરેા પરિધ અને વ્યાસની લંબાઈ ક્યા પ્રમાણમા છે ?

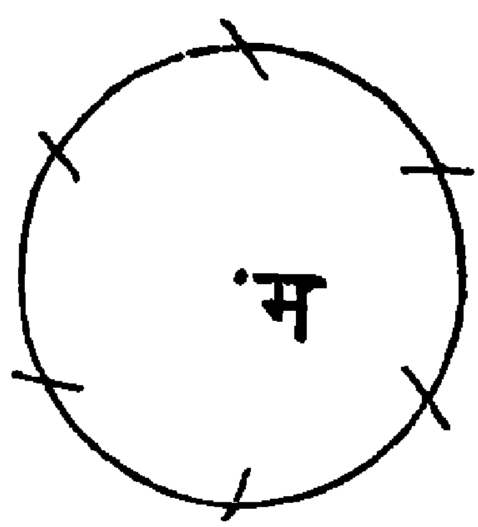
સાત ઇંચ વ્યાસનેા એક વર્તુળ દેારેા, તેના પરિધના એક બિંદુથી શરૂ કરી આસપાસ દેારેા વિંટાળેા. એક ફેરેા બરાબર પુરેા થઈ રહે ત્યારે દેારેા કાપી લેા આ દેારેા પરિધની લંબાઈ બરાબર છે ? પરિધ અને વ્યાસની લબાઈનુ પ્રમાણ શું આવે છે ?

૨·૮", ૯·૧ સે. મી., ૧·૪", વગેરેના વ્યાસ લઈ વર્તુળ દેારી ઉપલેાજ પ્રયેાગ કરેા પરિધ વ્યાસથી કેટલાગણેા મેાટેા લાગે છે ? એ વિષે આ ઉપરથી કાઇ નિયમ નીકળે છે ? હા કયેા નિયમ ? પરિધ વ્યાસથી ૩⅐ગણેા છે અથવા પરિધ અને વ્યાસ ૨૨ ૭ના પ્રમાણમા છે.

એક વર્તુળ દેારેા પરિધ ઉપર अ, ब, क, ड, इ, વગેરે બિંદુએા પાસેપાસે લેા એ બિંદુએામા ટાકણીએા મારેા. अથી શરૂ કરી ટાકણી અદર રહે તેમ તેની આસપાસ દેારેા વિંટાળેા એક ફેરેા પુરેા થાય કે દેારેા કાપી લેા આ દેારેા પરિધની લબાઈ આશરે બતાવે છે એમ માલમ પડશે એ દેારેા વર્તુળની ત્રિજ્યાથી કેટલાગણેા છે ? આશરે સવા છગણેા.

ઉપલાજ પ્રયોગમા अ, ब, क, ड, વગેરે તદ્દન પાસેપાસે મુકો. અને પ્રયોગ કરો આ વખતે દોરાની લબાઇ પહેલી વખતના જેટલીજ છે? ના. વધારે કે ઓછી છે? વધારે

એ પ્રમાણે अ, ब, क, ड, इ, વગેરે તદ્દન પાસેપાસે આવે તેમ પ્રયોગ કરો. આ વખતે પરિધિ ઉપર દોરો બરાબર આવે છે કે નહિ? આવે છે. આ પ્રયોગો પરથી માલમ પડે છે કે પરિધિ ઉપર अ, ब, क, ड, વગેરે જેમ જેમ પાસેપાસે લઇએ તેમ તેમ अ∠ब અને તેની ઉપરના કૌસના વચ્ચેનો તફાવત ઓછો થતો જાય છે, અને अ, ब, क, ड વગેરે છેક તદ્દન પાસે લઇએ તો પરિધિ અને अ ब क ड ..ની વચ્ચે કાઇજ તફાવત રહેતો નથી આ ઉપરથી ઠસાવો કે વર્તુળમા દોરેલા બહુકોણની બાજુઓની સખ્યા જેમ વધે, એટલે બાજુઓ દરેક બહુજ નાની થાય છે તેમ એ બહુકોણની બાજુઓ પરિધિની પાસે અને પાસે આવે છે, અને આખરે તેની પરિમિતિ પરિધિના જેવડીજ થઈ રહે છે



કાગળ ઉપર કોઇપણ વર્તુળ દોરો પરિધિના કોઈ પણ બિંદુથી શરૂ કરી ત્રિજ્યાના જેવડા જેટલા ભાગ થાય તેટલા કરો છેલ્લા અતરનો બીજો છેડો પહેલા બિંદુ ઉપર બરાબર આવે છે? પરિધિ ઉપર કેટલા ભાગ પડયા છે? ૭ આ ભાગોની વચ્ચે વચ્ચે પરિધિ ઉપર જે જે બિંદુઓ છે તેને અનુક્રમે સાધો આ દરેક જ્યા* માપો દરેક કેટલી લાબી છે? ત્રિજ્યાના જેટલી

(ख) વર્તુળ અને ત્રિકોણ

૧.૫" ત્રિજ્યાનો વર્તુળ દોરો ૩.૨" ત્રિજ્યાનો વર્તુળ દોરો

૭.૪ સે. મી ત્રિજ્યાનો વર્તુળ દોરો એ પ્રમાણે ચાર પાચ બીજા વર્તુળ દોરો

---

* જ્યા—પરિધિ ઉપરના કોઇ પણ બે બિંદુને જોડનારી લીટી જ્યા કહેવાય છે.

म બિંદુ આગળથી એક તોપનો ગોળો બધી બાજુ ૩ર્ટ્રે માઇલ સુધી જાય છે તો કેટલી જગ્યામા તોપના ગોળા પડી શકે ? (૧મા . ૧")

अ આગળ ઉભો રહી એક માણુસ શિકાર કરે છે તેની બંદુકની ગોળી ૪૦૦ વાર સુધી જઈ શકે તો કેટલા ભાગમાથી તે માણુસ જનાવરને મારી શકશે ? (૪૦ વાર ૧ સે મી)

બે કિલ્લાઓ ૧૦ માઇલને અતરે છે દરેકમાથી તોપનો ગોળો ૭ માઈલ અદર પડી શકે છે જે સફાઇમા બન્નેના ગોળા આવી પડે તેની આકૃતિ ૧ મા ૧ સે મી ના પ્રમાણુમા કાઢો

એક માળી એક ગોળ બગીચામા (ત્રિજ્યા ૫૦') તેની કોર ઉપર ઉભો રહી ૭૦ ફુટ આસપાસ પાણી છાટી શકે છે તો જે સફાઇમા પાણી ન જાય તેની આકૃતિ પાડો (૧૦ ફુટ ૧")

૨" દૂર હોય એવા બે अ, ब બિંદુ લો अથી ૨" દૂર આવેલા બધા બિંદુઓ બતાવો. (अ મધ્ય બિંદુ લઈ ૨" ત્રિજ્યાના વર્તુળનો પરિધ દોરો) बथी ૨" દૂર આવેલા બધા બિંદુઓ બતાવો, अ અને ब બન્નેથી ૨" દુર આવેલા કેટલા બિંદુઓ છે ? બે ધારો કે તે क, ड છે. कअ, कब, डअ, डब સાધો, अब, बक, कअ દરેક કેટલી લાબી છે ? अब, बड, डअ દરેક કેટલી લાબી છે ?

૩.૫" દુર આવેલા अ, ब બિંદુ લો अथी ૪ ૧" દુર આવેલા બધા બિંદુ બતાવો. बथी ૨.૭" દુર આવેલા સઘળા બિંદુ બતાવો. अथी ૪.૧" દુર અને बथी ૨.૭" દુર આવેલા કેટલા બિંદુઓ છે ? બે. ધારો કે તે क, ड છે. अड, बड કેટલી કેટલી લાબી છે ? अक, बक કેટલી કેટલી લાબી છે ?

ઉપલા પ્રયોગોમા આપણે કેવા બિંદુઓ શોધ્યા છે ? બે આપેલા બિંદુથી આપેલે અતરે આવેલા. ત્યારે આપેલે અતરે આવેલુ બિંદુ શોધવાને માટે આ ઉપરથી કાઈ નિયમ નીકળે છે ખરો ? હા. બે આપેલા બિંદુથી આપેલે અંતરે આવેલું બિંદુ શોધવાને માટે કયો નિયમ છે ?

આ બિદુને આપેલા બે બિદુ જોડે સાધીએ તો જે આકૃતિ થાય છે તે જુઓ એમા કેટલા ખુણા છે ? ત્રણ કેટલી બાજુ છે ? ત્રણ.

૨·૭" દુર આવેલા अ ब બે બિદુ લો अથી ૨·૯" દુર અને बથી ૩ ૩" દુર આવેલુ क બિદુ શોધી કાઢો अब, बक, अक સાધો अब કેટલી લાબી છે ? बक કેટલી લાબી છે ? कअ કેટલી લાબી છે ? अबक કેવી આકૃતિ થઈ ? ત્રણ ખુણા અને ત્રણ બાજુ વાળી.

ઉપર પ્રમાણેનો પ્રયોગ જુદી જુદી લબાઇઓ લઇ ચાર પાચ વખત કરો.

ઉપલા પ્રયોગમા अ ब, क ब, क अ લંબાઇઓ આપેલી છે. એવી લંબાઇનો જે ત્રિકોણ થાય તે દોરવાને એ પ્રયોગો પરથી કાઇ નિયમ નીકળે છે ?

"अब, बक, कअ ત્રણ બાજુનો ત્રિકોણ બનાવવો હોય તો अब દોરો अ મધ્યબિદુ અને कअ ત્રિજ્યાનો એક વર્તુળ દોરો ब મધ્યબિદુ અને कब ત્રિજ્યાનો બીજો વર્તુળ દોરો આ બે વર્તુળો જે બિદુમા છેદે તે બિદુને अ, क જોડે સાધો अबक માગેલો ત્રિકોણ છે"

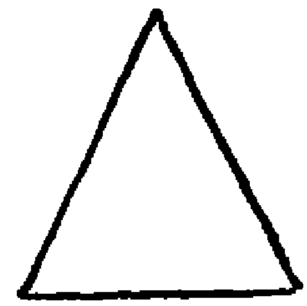
ઉપલા પ્રયોગોમા अ ब क, अ ब ड ત્રિકોણો થાય છે તે કોઇ રીતે સરખા થાય એવુ કાઇ માલમ પડે છે ?

નીચેના માપ પરથી ત્રિકોણો કાઢો —

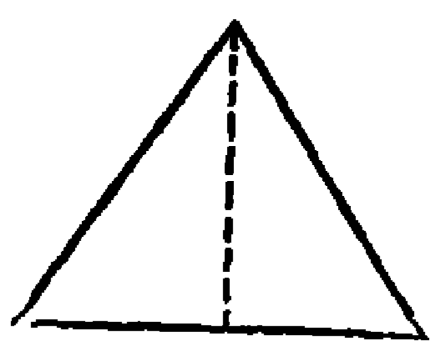
अ ब ૯·૭ સે મી.	ब क ૯·૯ સે મી	क अ ૭ ૭ સે મી.
„ ૭·૭ „	„ ૬ ૩ „	„ ૯ ૩ „
„ ૫·૧ ઇચિ,	„ ૪·૨ ઇચ,	„ ૩·૭ ઇચિ.
अब ૩ ૨ ઇંચ,	बक ૪ ૨ ઇચ,	कअ ૧·૭ ઇચ,
„ ૪ ૨ „	„ ૩·૧ „	„ ૬·૩ „
„ ૧૧૧ મી મી	„ ૮૨ મી મી.	„ ૬૧ મી મી.
„ ૭૮ „	„ ૫૩ „	„ ૬૪ „

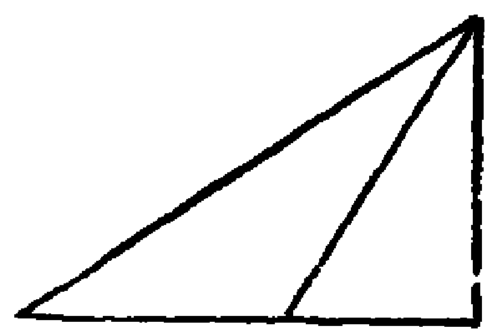
(ग) બાજુ ઉપરથી ત્રિકોણનો પ્રકાર.

ત્રિકોણને જે બાજુ ઉપર ઉભો રહેલો આપણે ધારીએ છીએ તે બાજુ ત્રિકોણનો પાયો કહેવાય છે अ ब ઉપર ત્રિકોણ ઉભો છે એમ ધારીએ તો अ ब પાયો છે, ब क ઉપર તે ઉભો છે એમ ધારીએ તો ब क પાયો છે, क अ ઉપર તે ઉભો છે એમ ધારીએ તો તે क अ પાયો છે



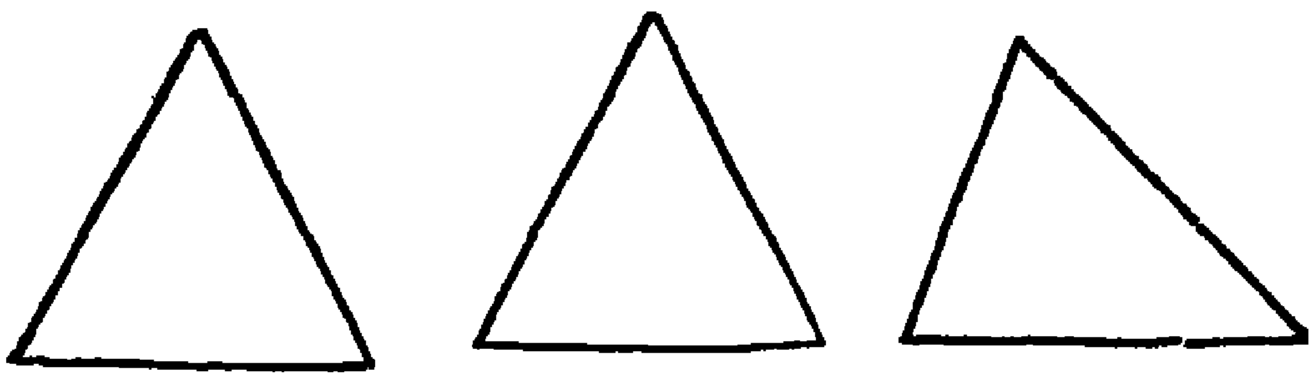
પાયાની સામેના ખુણાને શિરોબિંદુ આગળનો ખુણો કહે છે શિરોબિંદુમાંથી પાયા ઉપર દોરેલા લબને ત્રિકોણની ઉંચાઈ કહે છે. નીચેના अबक ત્રિકોણોમા अड દરેક ત્રિકોણની ઉંચાઈ છે.





પાટીઆ ઉપર એકાદ (૧) સમબાજુ ત્રિકોણ, (૨) એકાદ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ, (૩) એકાદ વિષમબાજુ ત્રિકોણ દોરો. (૧) બતાવી બાજુઓ સરખાવો બાજુઓનો કાંઈ સંબંધ માલમ પડે છે? (૨) બતાવી બાજુઓ સરખાવો કેટલી બાજુઓ સરખી છે? બે. (૩) બતાવી કેટલી બાજુઓ બરાબર છે? એક બાજુ બરાબર હોય

એવો ત્રિકોણ આવી શકે ખરો? એમ બોલવામા શી ભૂલ થાય છે તે કહો.



(૧) સમબાજુ ત્રિકોણ (૨)સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ (૩) વિષમબાજુ ત્રિકોણ.

વ્યાખ્યા—જે ત્રિકોણમા ત્રણે બાજુ બરાબર હોય તેને **સમબાજુ** (સમ = બરાબર) ત્રિકોણ કહે છે

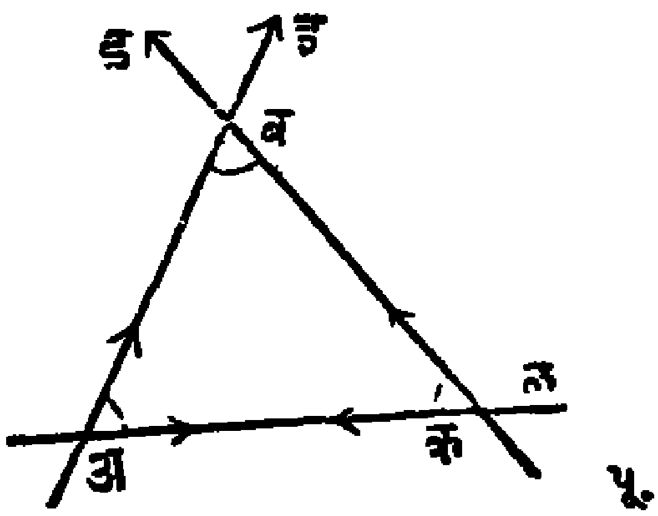
વ્યાખ્યા—જે ત્રિકોણમા ગમે તે બે બાજુ બરાબર હોય તેને **સમદ્વિબાજુ** (સમ = બરાબર, દ્વિ = બે) ત્રિકોણ કહે છે

વ્યાખ્યા—જે ત્રિકોણમા કોઇપણ બે બાજુ બરાબર નથી હોતી તેને **વિષમબાજુ** (વિષમ = બરાબર નહિ) ત્રિકોણ કહે છે.

થોડાક સમબાજુ, થોડાક સમદ્વિબાજુ, થોડાક વિષમબાજુ ત્રિકોણો વિદ્યાર્થી પાસે કપાસથી અને ફુટપટીથી દોરાવો. પછી ફક્ત હાથથીજ દોરાવો.

(ઘ) ત્રિકોણના ત્રણે ખુણાનો સરવાળો.

ગમે તે એક ત્રિકોણ કાઢો તેના ત્રણે ખુણા કાપી લો એ ત્રણ ખુણાને એકેકની પાસેપાસે મૂકી એક લીટીની ઉપર મૂકો એ ત્રણે મળી કેટલો સરવાળો થયો? એ સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે? હા ગમે તે એક ત્રિકોણ કાઢો. તેના ત્રણે ખુણાને કોણમાપકથી માપો, ને તેનો સરવાળો કરો. આ સરવાળો કેટલો છે? ૧૮૦° આ પ્રમાણે ઘણી વખત કરો આ પ્રયોગો ઉપરથી ત્રિકોણના ખુણાના સરવાળા વિષે કાંઈ નિયમ લાગે છે? હા. કયો નિયમ લાગે છે? **ત્રિકોણના ત્રણે ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે.**



अबक કોઈપણ ત્રિકોણ લો. अक ઉપર એક પેન્સીલ તીરની દિશામા મૂકો क તરફ તેનો પાતળો છેડો અને अ આગળ જાડો છેડો રહેવા દો પેન્સીલ કયી દિશામા છે ? પશ્ચિમથી પૂર્વમા अ આગળ છેડાને રાખી પ પેન્સીલને अबની દિશામા લઇ જાવ. પેન્સીલ હવે કયા છે ? अब ઉપર. પાતળો છેડો કયી દિશામા છે ? अबની દિશામા કયા ખુણામાથી પેન્સીલને આપણે ફેરવી છે ? ∠अમાથી હવે પેન્સીલને ब આગળ લઈ જાવ અને बड़ દિશામાથી बड દિશામા મૂકો. પેન્સીલ હવે કયા છે ? बड ઉપર કયી દિશામા ? बडની. પેન્સીલને હવે કયા ખુણામાથી ફેરવી છે ? अबकમાથી. પહેલા કયા ખુણામાથી ફેરવી હતી ? ∠अમાથી બે વખત મળી કયા ખુણામાથી ફેરવી છે ? ∠अ+∠बમાથી હવે પેન્સીલને क આગળ कब ઉપર નીચે સેરવો પેન્સીલ હવે કયા છે ? कब ઉપર. કોઇપણ ખુણામાથી અત્યારે ફેરવી છે ? નહિ પેન્સીલને ∠बकअમાથી ફેરવો પેન્સીલ હવે કયા છે ? कअ ઉપર અત્યારે કયા ખુણામાથી પેન્સીલને ફેરવી છે ? ∠बकअમાથી પહેલા કયા કયા ખુણામાથી ફેરવી હતી ? ∠अ અને ∠बમાથી. એકદર આપણે પેન્સીલને કયા કયા ખુણામાથી ફેરવી છે ? ∠अ + ∠ ब + ∠कમાથી. ત્રિકોણના ત્રણે ખુણામાથી પેન્સીલને આપણે ફેરવી છે ? હા. અત્યારે પેન્સીલ કયી દિશામા છે ? પૂર્વથી પશ્ચિમ છે ? પહેલા તે કયી દિશામા હતી ? પશ્ચિમથી પૂર્વ. ત્યારે ત્રિકોણના ત્રણે ખુણામાથી ફેરવતા પેન્સીલની દિશા કેટલી બદલાઇ ગઇ ? વર્તુળના કેટલા ભાગમાથી તે ફરી ? અર્ધા કેટલા કાટખુણામાથી તે ફરી ? બે કાટખુણા ત્યારે ત્રિકોણના ત્રણે ખુણાના સરવાળા વિષે શુ અનુમાન કરો છો ? ત્રિકોણના ત્રણે ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે.

પ્રશ્નો.

૧. ત્રિકોણમા નીચેના બે ખુણા આપ્યા હોય તો ત્રીજો ખુણો કેવડો ? (૧) ૫૪°, ૭૬°, (૨) ૪૧°, ૯૧°, (૩) ૫૩°, ૫૭°, (૪) ૬૧°, ૭૯°, (૫) ૭૨°, ૯૧°, (૬) ૧૧૫°, ૨૩°, (૭) ૪૭°, ૫૧°

૨ નીચે પ્રમાણેનો એકેક ખુણો આપેલો છે અને બાકીના બન્ને ખુણા સરખા છે એવા ત્રિકોણના ખુણાના માપ શું ?

૫૨°, ૪૭°, ૨૬°, ૪૨°, ૬૮°, ૭૨°, ૪૧°, અને ૧૫°

૩ પ્રશ્ન ૨મા જે સરખા ખુણા છે તે દરેક તેમા જે ખુણો આપ્યો છે તેના જેવડો છે તો ત્રિકોણના ખુણાના માપ શુ ?

૪ જો ત્રિકોણમા ત્રણે ખુણા સરખા હોય તો દરેક ખૂણો કેવડો ?

૫. નીચેના ખૂણાવાળા ત્રિકોણો કોઇપણ પાયા ઉપર આવીશકે ખરા ? (૧) ૯૦°, ૬૦°, ૩૦°, (૨) ૭૧°, ૯૦°, ૨૦°, (૩) ૧૩૫°, ૨૧°, ૨૩°, (૪) ૪૭°, ૩૩°, ૯૯°, (૫) ૩૧°, ૩૨°, ૧૧૫°, (૬) ૧૨°, ૬૨°, ૧૦૬°; (૭) ૨૫°, ૪૫°, ૧૧૦°, (૮) ૫૦°, ૭૦°, ૬૧°, (૯) ૧૩°, ૫૫°, ૧૧૦°.

૬ ઉપરના પ્રશ્નમા ત્રિકોણ ન બની શકે તો તેનુ શુ કારણ છે ?

૭ ત્રિકોણ ન બને તેવા ખુણાની દશ જોડ બોલો.

૮ એક લીટી દોરો, તેના બન્ને છેડા ઉપર એકેક લીટી સાકડો ખુણો કરે તેમ દોરો આ ત્રણ લીટીઓથી ત્રિકોણ બને છે ?

૯ એક લીટી દોરો તેના બન્ને છેડા ઉપર એકેક લીટી કાટખૂણો કરે તેમ દોરો આ ત્રણ લીટીઓથી ત્રિકોણ બને છે ? કારણ કહો.

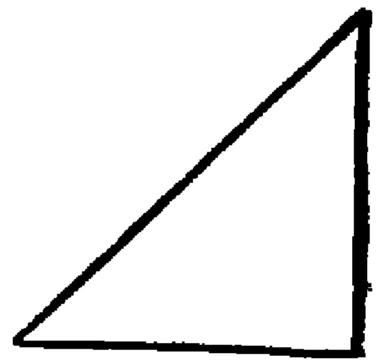
૧૦ એક લીટી દોરો તેના બન્ને છેડા ઉપર એકેક લીટી પહોળો ખુણો કરે તેમ દોરો. આ ત્રણ લીટીઓથી ત્રિકોણ બને છે ?

૧૧ કોઈપણ ત્રિકોણમા નીચેના ખૂણાની કયી કયી જોડ હોઇ શકે ?

	૧લો ખૂણો	૨જો ખૂણો	૩જો ખૂણો
(૧)	કાટખૂણો	સાકડો ખૂણો	સાકડો ખૂણો.
(૨)	કાટખૂણો	સાકડો ખૂણો	પહોળો ખૂણો.
(૩)	સાકડો ખૂણો	સાકડો ખૂણો	સાકડો ખૂણો.
(૪)	પહોળો ખૂણો.	પહોળો ખૂણો.	સાકડો ખૂણો.

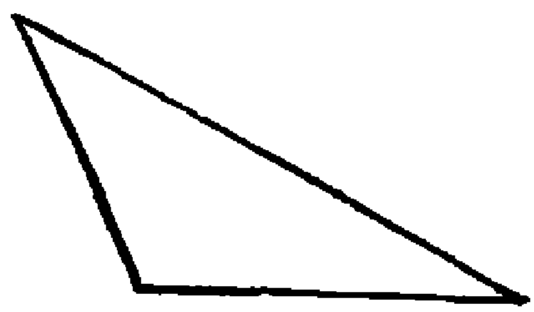
(૫) કાટખૂણો — કાટખૂણો — સાકડો ખૂણો.
(૬) સાકડો ખુણો — સાકડો ખુણો — પહોળો ખુણો
(૭) પહોળો ખુણો — પહોળો ખુણો — પહોળો ખુણો.
(૮) કાટખુણો — કાટખુણો — કાટખુણો

(ક) ખુણા ઉપરથી ત્રિકોણુનો પ્રકાર.



(૧) કાટખુણુ ત્રિકોણુ

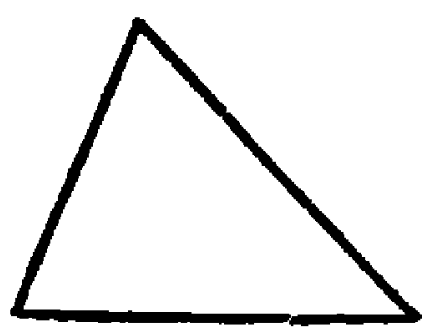
પાટીઆ ઉપર એકાદ કાટખુણુ (૧), એકાદ પહોળખુણુ (૨), અને એકાદ સાકડખુણુ (૩) ત્રિકોણુ દોરો (૧)નો બતાવી આ ખુણો કેવો છે ? કાટખુણો, એ ત્રિકોણુમા બીજો કાટખુણો આવી શકે ખરો ? નહિ ત્રિકોણુમા કેટલા કાટખુણા આવી શકે ? એકજ જે ત્રિકોણુમા એક ખુણો કાટખુણો હોય તેને **કાટખુણુ ત્રિકોણુ** કહે છે.



(૨) પહોળખુણુ ત્રિકોણુ.

(૨)ને બનાવી આ ખુણો કેવો છે ? પહોળો ખુણો એ ત્રિકોણુમા બીજો પહોળો ખુણો આવી શકે ખરો ? નહિ ત્યારે ત્રિકોણુમા કેટલા પહોળા ખુણા આવી શકે ? એકજ જે ત્રિકોણુમા એક ખુણો પહોળો ખુણો હોય તેને **પહોળખુણુ ત્રિકોણુ** કહે છે.

(૩)જો ત્રિકોણુ બતાવો આમા કેટલા સાકડા ખુણા છે ?



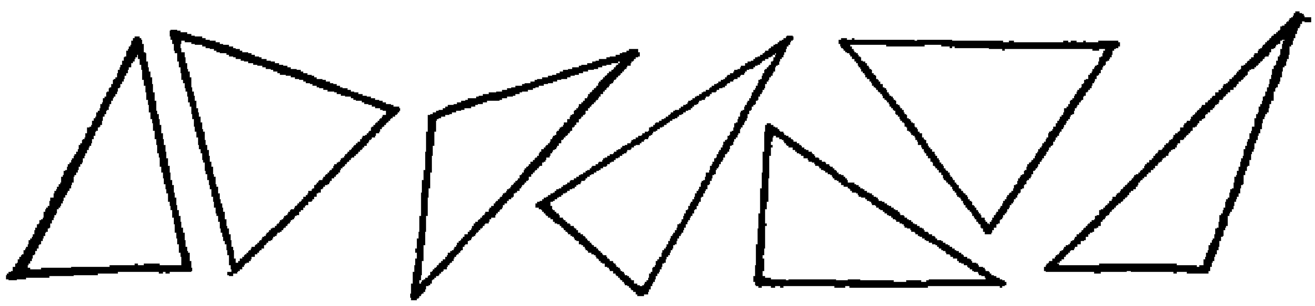
(૩) સાકડખુણુ ત્રિકોણુ.

(૧)મા કેટલા સાકડા ખુણા છે ? બે (૨)મા કેટલા સાકડા ખુણા છે ? બે. ત્યારે કોઈપણ ત્રિકોણુમા ઓછામા ઓછા કેટલા સાકડા ખુણા આવી શકે ? બે ત્યારે એજ સાકડા ખુણા જેમા હોય એવા ત્રિકોણુને સાકડખુણુ ત્રિકોણુ કહીએ તો ચાલે ખરૂં ? નહિ કારણ ..બે સાકડા ખુણાવાળા ત્રિકોણુને સાકડખુણુ ત્રિકોણુ કહીએ તો (૧) અને (૨)મા શી ભુલ થાય છે ? ત્યારે

કાટખુણુ ત્રિકોણુ અથવા પહોળખુણુ ત્રિકોણુ ન કહી શકાય એવા ત્રિકોણુમા કેટલા ખુણા સાકડા હોવા જોઇએ ? ત્રણુ. આ ઉપરથી સાકડખુણુ ત્રિકોણુ કોને કહે છે તે કહો. જે ત્રિકોણુમા ત્રણુ ખુણા સાકડા ખુણા હોય તેને **સાંકડખુણુ ત્રિકોણુ** કહે છે.

પ્રશ્નો.

૧૨ નીચેની આકૃતિઓના ત્રિકોણો ખુણાના પ્રકાર પ્રમાણે કેવા છે ?



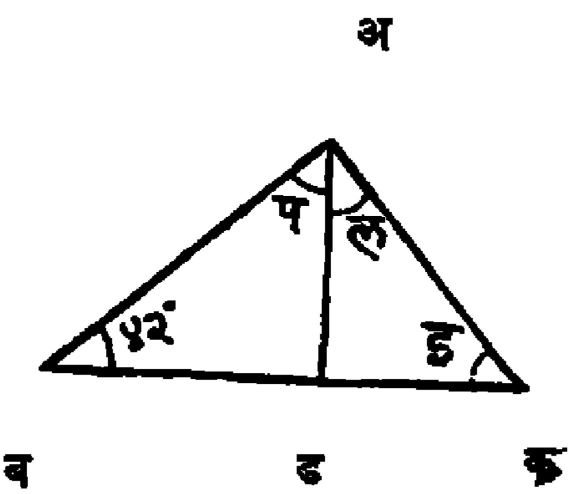
૧૩. એક કાટખુણુ ત્રિકોણુ દોરો તેના બે સાકડા ખુણા કાપી લઇ કાટખુણા ઉપર પાસેપાસે ગોઠવો એ બન્ને ખુણા નીચેના ખુણા ઉપર બરાબર મળી રહે છે ?

૧૪ પ્રશ્ન ૧૩મા સાકડા ખુણા માપી તેનો સરવાળો કરો એ બે ખુણા મળી એક કાટખુણા બરાબર છે ? એ બે ખુણાને અરસપરસ શું કહી શકો ?

૧૫ કાટખુણુ ત્રિકોણુમા એક સાકડો ખુણો ૫૩°, ૩૭°, ૮૮°, ૭૧°, ૧૯°, ૫૯°, ૬૭° કે ૩૯° હોય તો બીજો સાકડો ખુણો કેવડો ?

૧૬. કાટખુણુ ત્રિકોણુમા બે સાકડા ખુણા અરસપરસ કોટિખુણા છે કે નહિ તે કોઇપણ પાચ કાટખુણુ ત્રિકોણુ લઇ તપાસી જુઓ.

૧૭. अबक ત્રિકોણુમા ∠बअक કાટખુણો છે અને अड, बक ઉપર લંબ છે. જો ∠ब = ૪૨° હોય તો ∠प કેવડો છે ? ∠ल કેવડો ? ∠इ કેવડો ?

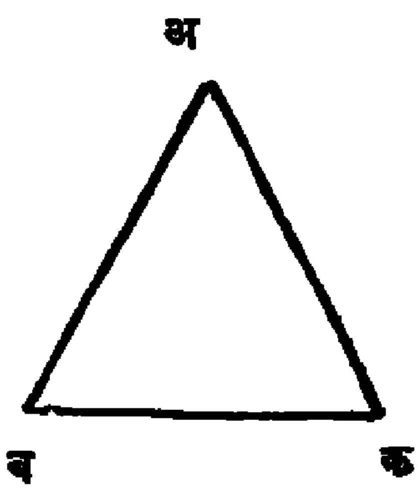


૧૮ પ્રશ્ન ૧૭મા ∠ब = ૩૫°, ૪૭°, ૬૩°, ૫૧°, ૧૯°, ૨૩° કે ૭૧° હોય તો ∠इ, ∠ल, ∠प એ દરેકનુ માપ કાઢો.

(घ). ત્રિકોણના બાહ્ય ખુણા.

કોઇપણ अबक ત્રિકોણ દોરો તેની बक બાજુ ड સુધી લંબાવો. अकड ખુણો ત્રિકોણની બહાર છે કે અંદર? બહાર. अकड ખુણાને ત્રિકોણનો બાહ્ય ખુણો કહે છે. ત્રિકોણની ત્રણે બાજુને બન્ને દિશામા લંબાવો. ત્રિકોણના કેટલા બાહ્ય ખુણા છે? છ પણ ત્રિકોણના દરેક શિરોબિંદુ આગળના સામસામેના કેટલા ખુણા છે? બે એ બે સરખા છે? હા. તેથી દરેક શિરોબિંદુ આગળના એકજ બહારના ખુણાને બાહ્ય ખુણા તરીકે ગણવામા આવે છે અને તેથી ત્રિકોણની ત્રણે બાજુને અનુક્રમે લંબાવીએ તો એ પ્રમાણે થતા બહારના ત્રણ ખુણા ત્રિકોણના બાહ્ય ખુણા લેવાય છે

अबक એક ત્રિકોણ દોરો अ, ब અને क એ ત્રણે ખુણાનો સરવાળો શો? બે કાટ-ખુણા ત્યારે ∠अ + ∠बनो ન્યૂનતાપૂરક ખુણો કયો? ∠क તેમજ ∠ब + ∠कनो ન્યૂનતા-પૂરક ખુણો કયો? ∠अ. અને ∠अ + ∠कनो ન્યૂનતાપૂરક ખુણો કયો? ∠ब



એક બીજો अबक ત્રિકોણ દોરો. તેની बक બાજુ ड સુધી લંબાવો ∠अकबनो ન્યુનતાપૂરક ખુણો કયો? ∠अकड અને ઉપલા પ્રયોગ પ્રમાણે બીજો જવાબ શો? ∠अ+∠ब ત્યારે ∠अकड અને (∠अ+∠ब) નો શો સંબધ હોવો જોઇએ? તે બરાબર હોવા જોઇએ આ ઉપરથી ત્રિકોણના બાહ્ય ખુણા અને અદરના ખુણાનો શો સબંધ હોવો જોઇએ? એ વિષે કાંઇ નિયમ નીકળે છે?

“ત્રિકોણનો કોઈપણ બાહ્ય ખુણો ત્રિકોણની માહેના તે બાહ્યખુણાની પાસેના ખુણા સિવાયના બાકીના બે ખુણાના સરવાળા બરાબર છે.”

ત્રિકોણના બાહ્ય ખુણાનો સરવાળો.

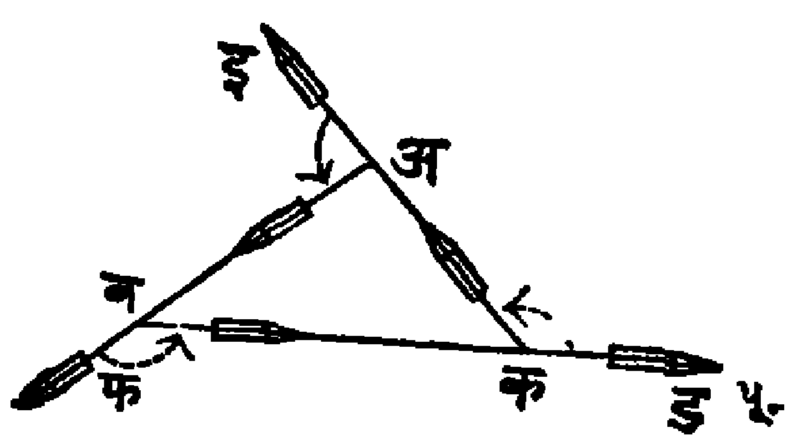
કોઇપણ અબક ત્રિકોણ દોરો. તેની ત્રણે બાજુ અનુક્રમે લબાવો. બહારના ત્રણે ખુણા કાપી કાઢો અને તેને પાસેપાસે એકજ શિરોબિંદુ આગળ ગોઠવો. એ કેટલા કાટખુણા બરાબર છે ? ચાર

અબક ત્રિકોણ દોરી તેના બાહ્ય ખુણાઓ માપો, તેનો સરવાળો કરો. કેટલા કાટખુણા બરાબર છે ? ચાર એક અબક ત્રિકોણ દોરો. તેની ત્રણે બાજુ અનુક્રમે લબાવો બ આગળના અંદરના અને બહારના ખુણાનો સરવાળો શો ? બે કાટખુણા ક આગળના અંદરના અને બહારના ખુણાનો સરવાળો શો ? બે કાટખુણા. અ આગળના એજ બન્ને ખુણાનો સરવાળો શો ? બે કાટખુણા. ત્યારે અ, બ, ક આગળના ત્રણે અંદરના અને ત્રણે બહારના ખુણાનો સરવાળો શો ? છ કાટખુણા અને ત્રિકોણના ત્રણે અંદરના ખુણાનો સરવાળો શો ? બે કાટખુણા ત્યારે ત્રિકોણના ત્રણે બાહ્ય ખુણાનો સરવાળો શો ? ચાર કાટખુણા.

આ ઉપરથી ત્રિકોણના બાહ્યખુણાના સરવાળા વિશે શુ અનુમાન કરો છો ? **એ સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે**

પછી નીચે પ્રમાણેનો પ્રયોગ કરાવી એ નિયમ બરાબર ઠસાવો.

અબક એક ત્રિકોણ લો બક ઉપર એક પેન્સીલ મૂકો. અને તેનો જાડો છેડો ક આગળ લાવો પ પેન્સીલનો તીણો છેડો કયી દિશામા છે ?



પૂર્વમા એ લક્ષમા રાખો. પેન્સીલને क આગળના બહારના ખુણામાથી ફેરવી कअ ઉપર લાવો. પેન્સીલ કયા ખુણામાથી ફરી ? ∠अकडમાથી પેન્સીલને अ આગળ ખસેડી अ આગળના બહારના

ખુણામાથી તેને અબ ઉપર આવે તેમ ફેરવેા. હવે પેન્સીલ કયા ખુણા-માથી ફરી ? ∠ઇઅબમાથી પેન્સીલને બ આગળ ખસેડી બ આગળના બાહ્ય ખુણામાથી ફેરવેા હવે પેન્સીલ કયા ખુણામાથી ફરી ? ∠ફબકમાથી. ત્યારે પેન્સીલ એકદર કયા કયા ખુણામાથી ફરી ? ત્રિકેાણુના ત્રણે બાહ્ય ખુણામાથી. પેન્સીનનેા તીણેા છેડેા કયી દિશામા છે ? પૂર્વમા પહેલા કયી દિશામા તે હતેા ? પૂર્વમા ત્યારે પેન્સીલ ફરીને પાછી તેજ દિશામા આવી. પેન્સીલને ઘડી ઘડીએ ફેરવી ત્યારે તે પૂર્વમાજ હમેશા હતી ? નહિ તેની દિશા બદલાતી હતી ત્યારે એ પ્રમાણે ફરતા આ પ્રયેાગમા તે કેટલા આટા ફરી ? એક આખેા આટેા અને એક આખેા આટેા ફરે ત્યારે વર્તુળનેા કેટલામેા ભાગ તે ફરી હશે ? આખેા વર્તુળ. ત્યારે કેટલા કાટખુણામાથી તે ફરી ? ત્યારે ત્રિકેાણુના ત્રણે બાહ્યખુણાનેા સરવાળેા શેા ? ચાર કાટખુણા.

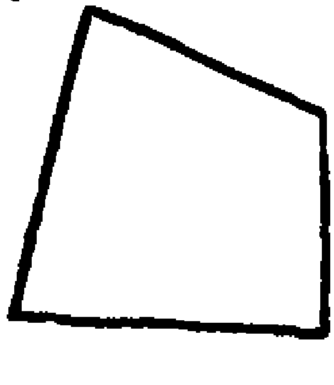
(છ) બહુકેાણુ આકૃતિના બાહ્ય ખુણાનુ મહત્ત્વ.

વ્યાખ્યા—ચાર સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને ચતુષ્કેાણુ કહે છે

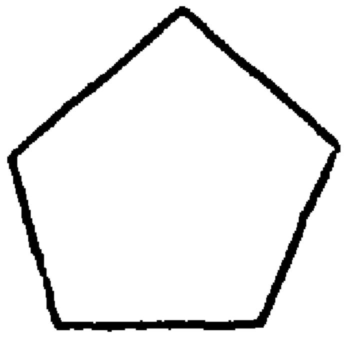
વ્યાખ્યા—ચાર કરતા વધારે સીધી લીટીઓથી નિયમિત થએલી આકૃતિને બહુકેાણુ કહે છે.

વ્યાખ્યા—પાચ સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને પંચકેાણુ કહે છે

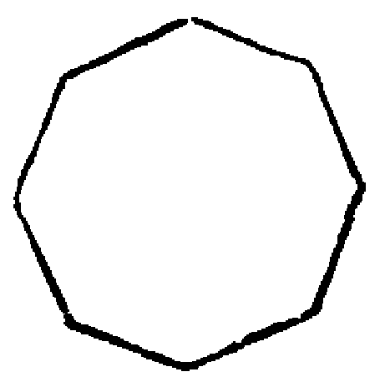
વ્યાખ્યા—છ સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને ષટ્કેાણુ કહે છે



ચતુષ્કેાણુ.



પંચકેાણુ.

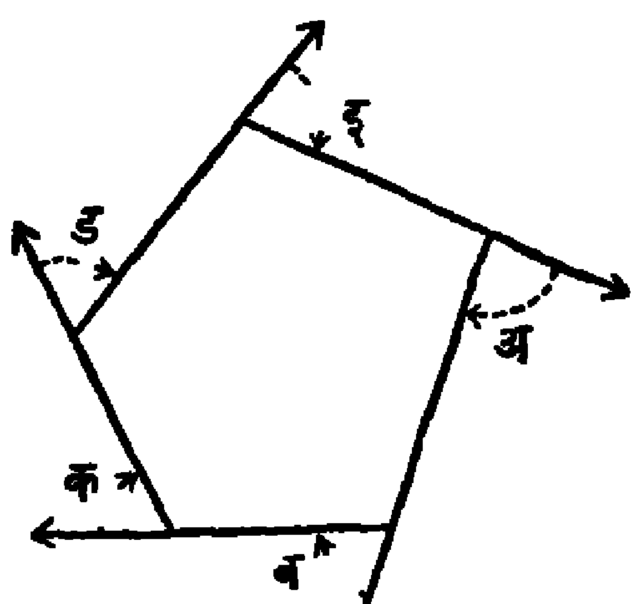


અષ્ટકેાણુ.

વ્યાખ્યા—સાત, આઠ, નવ, દશ અને બાર સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને અનુક્રમે **સપ્તકોણ, અષ્ટકોણ, નવકોણ, દશકોણ, અને દ્વાદશકોણ,** કહે છે.

કોઈપણ ચતુષ્કોણ દોરો. તેની બાજુઓ અનુક્રમે લબાવો. અને બહારના ખુણાઓ કોણમાપકથી માપો. સરવાળો કરો એ કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? ચાર ચતુષ્કોણના બહારના ખુણાઓ કાપી લઇ એકેકની પાસેપાસે ગોઠવો એ બરાબર મળી રહે છે? હા ત્યારે એ કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? ચાર

કોઇપણ પચકોણ, ષટ્કોણ, સપ્તકોણ, વગેરે લો તેની બાજુઓ અનુક્રમે લઇ ઉપલો પ્રયોગ કરો દરેક આકૃતિમા બહારના ખુણાનો સરવાળો કેટલા કાટખુણા બરાબર થાય છે તે જુઓ. આ ઉપરથી બહુકોણના બાહ્ય ખુણાઓના સરવાળા વિષે શો નિયમ છે? **એ સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે.**



પછી પાસેની આકૃતિ લઇ એ નિયમ ઠસાવવાને પાના ૮૬મા ઉપર બતાવ્યા પ્રમાણે પ્રયોગ કરો, અને પ્રશ્નોત્તર કરી બતાવો કે કોઇપણ ***સીધીલીટીઆકૃતિના** બાહ્યખુણાનો સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે.

(ज) બહુકોણના અંદરના ખુણાનું મહત્વ.

૧લી રીત. કોઈપણ સીધી લીટી આકૃતિ લો તેના શિરોબિંદુઓને સામેના ગમે તે એક શિરોબિંદુ જોડે સાધો આમ કરવાથી ચતુષ્કોણના ત્રિકોણ થાય છે અને દરેક ત્રિકોણના અંદરના ખુણા કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? બે તેથી ચતુષ્કોણમા બધા ખુણાનો

* સીધી લીટીઓથી નિયમિત થએલી આકૃતિ તે સીધી લીટી આકૃતિ.

સરવાળો કેટલા ત્રિકોણના ખુણાના સરવાળા બરાબર છે? બે. એટલે કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? ૨ × ૨ = ૪ કાટખુણા એજ પ્રમાણે બરાબર ઠસાવો કે

પંચકોણ	= ૩ ત્રિકોણ.	ખુણાનો સરવાળો	= ૨ × ૩ = ૬ કાટખુણા.
ષટ્કોણ	= ૪ ત્રિકોણ,	,,	= ૨ × ૪ = ૮ કાટખુણા.
અષ્ટકોણ	= ૬ ત્રિકોણ,	,,	= ૨ × ૬ =૧૨ કાટખુણા.
નવકોણ	= ૭ ત્રિકોણ,	,,	= ૨ × ૭ =૧૪ કાટખુણા.

૨જી રીત. ઉપર પ્રમાણેની સીધીલીટીઆકૃતિ દોરો દરેકના અંદરના ખુણાઓ પ્રોટ્રેકટરથી માપો અને સરવાળો કરો. ઉપર બતાવ્યા પ્રમાણે પરિણામ આવે છે?

૩જી રીત. કોઇપણ अबकड ચતુષ્કોણ દોરો તેની બાજુઓ અનુક્રમે લબાવો अ આગળના બન્ને ખુણાનો સરવાળો શો? બે કાટખુણા. ब આગળના બન્ને ખુણાનો સરવાળો શો? બે કાટખુણા વગેરે. ત્યારે ચતુષ્કોણની ચાર બાજુઓ છે, એટલે ચાર શિરોબિંદુઓ છે, તેથી ચતુષ્કોણના અંદરના અને બહારના ખુણાઓનો સરવાળો શો? આઠ કાટખુણા છે? ત્યારે આ ખુણાઓનો બાજુની સંખ્યા સાથે કાઇ સંબંધ છે? **જેટલી બાજુ છે તેથી બમણા કાટખુણા.** ફકત બહારના ખુણાનો સરવાળો શો? ચાર કાટખુણા. ઉપલા સરવાળામાથી એ બાદ કરો તો ચતુષ્કોણના અંદરના ખુણાનો સરવાળો કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? ચાર.

પચકોણ, ષટ્કોણ, વગેરે આકૃતિ લઇ ઉપલો પ્રયોગ કરો પચકોણના અંદરના ખુણાઓ કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? જેટલી બાજુ છે તેથી બમણા કાટખુણામાથી ચાર કાટખુણા જતા જે બાદબાકી રહે તેની બરાબર ૫ × ૨ =૧૦, ૧૦ − ૪ = ૬ કાટખુણા.
ષટ્કોણના અંદરના ખુણાઓનો શો સરવાળો? ૬×૨=૧૨; ૧૨−૪=૮ ,,
સપ્તકોણના અંદરના ખુણાઓનો શો સરવાળો? ૭×૨=૧૪, ૧૪−૪=૧૦ ,,
એક સીધી લીટી આકૃતિની દશ, બાર, પદર કે વીશ બાજુઓ છે તો તેના અંદરના ખુણાઓ કેટલા કેટલા કાટખુણા બરાબર છે?

આ પ્રયોગો ઉપરથી કોઇપણ સીધી લીટી આકૃતિના અંદરના બધા ખુણાના સરવાળા વિષે કાંઈ નિયમ તમને લાગે છે? સીધી લીટી આકૃતિની જેટલી બાજુ છે તેથી બમણા કાટખુણામાથી ચાર કાટખુણા ઓછા કરી જે બાદબાકી આવે તેટલા કાટખુણા બરાબર બધા અંદરના ખુણા છે

૪થી રીત ત્રિકોણ, પચકોણ આકૃતિ સબધી ૮૬ ને ૮૮મે પાને બતાવ્યા પ્રમાણે પેન્સીલ ફેરવીને જે પ્રયોગ કર્યો છે તે પ્રયોગ ચતુષ્કોણ, ષટ્કોણ, વગેરેની બાજુઓ ઉપર પેન્સીલ મુકી કરો અને તે પેન્સીલ દરેક આકૃતિના પ્રયોગમા કેટલી કેટલી વખત આખા ચકકર ફરે છે તે જુઓ. આ ઉપરથી સીધી લીટી આકૃતિના અદરના ખુણા સબધી ઉપલો નિયમ ઠસાવો

પમી રીત કોઇપણ સીધી લીટી આકૃતિ લો તેની અદર કોઈ પણ મ બિદુ લો આકૃતિના શિરોબિદુઓને મ સાથે સાધો. આકૃતિના કેટલા ત્રિકોણ થાય છે? જેટલી બાજુ છે તેટલા ત્રિકોણના ત્રણે ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે એ નિયમ ઉપરથી આકૃતિના ત્રિકોણના ખુણાનો સરવાળો શો? જેટલી આકૃતિની બાજુ છે તેથી બમણા કાટખુણા બરાબર મ આગળના બધા ખુણાનો સરવાળો શો? ચાર કાટખુણા. તેથી ત્રિકોણના બધા ખુણામાથી એ ચાર કાટખુણા જતા રહેતા જે ખુણા રહ્યા તે કોના ખુણા રહેશે? આપેલી આકૃતિના અદરના ખુણા ત્યારે આકૃતિની બાજુની સખ્યા "અ" હોય તો તેના બધા અંદરના ખુણાનો સરવાળો (૨×અ−૪) કાટખુણા છે એ નિયમ સિદ્ધ કરો

પ્રશ્નો

૧૯ કોઇપણ ચતુષ્કોણમા નીચે પ્રમાણેના ત્રણ ખુણા છે તો ચોથો ખુણો કેવડો છે તે કહો —

૧૨°, ૧૧૫°, ૭૩°. ૯૭°, ૮૧°, ૫૭°, ૬૨°, ૯૦°, ૧૨૭°; ૧૨૫°, ૮૪°, ૬૩°, ૯૭°, ૫૪, ૬૨°, ૮૧°, ૮૮°, ૮૮°.

૨૦ એક ચતુષ્કોણમા બે ખુણા ૧૧૦° અને ૬૬° છે અને બાકીના બે સરખા છે તો તે ખુણા કેવડા તે તે કહો

૨૧ પ્રશ્ન ૨૦મા બે ખુણા ૫૩° અને ૫૯°, ૯૩° અને ૭૭°, ૪૯° અને ૧૨૧°, ૮૯° અને ૧૩૩°ના છે તો બાકીના ખુણા કેવડા ?

૨૨ એક ચતુષ્કોણુમા પહેલો ખુણો બીજાથી બમણો, બીજો ત્રીજાથી બમણો અને ત્રીજો ચોથાથી બમણો છે તો દરેક ખુણો કેવડો છે ?

૨૩ એક ચતુષ્કોણુમા બધા ખુણા સરખા છે તો દરેક ખુણો કેવડો છે?

૨૪. એક ચતુષ્કોણુમા પહેલો ખુણો બીજાથી ત્રીજે ભાગે છે, બીજો ત્રીજાની બરાબર અને પહેલો ચોથાથી બમણો છે તો દરેક ખુણો કેવડો ?

૨૫ એક ચતુષ્કોણુમા બે ખુણા કાટખુણા અને બાકીના બેમાથી એક બીજાથી બમણો છે તો આ ખુણા કેવડા છે ?

૨૬ એક *નિયમિત કે સમ ચતુષ્કોણુમા દરેક ખુણો કેવડો છે ?

૨૭ નિયમિત પચકોણ, ષટ્કોણ, અષ્ટકોણ, દશકોણ અને દ્વાદશ-કોણનો દરેક ખુણો કેવડો છે તે કહો.

૨૮. નિયમિત ચતુષ્કોણ, પચકોણ, ષટ્કોણ, સપ્તકોણ, અષ્ટકોણ અને દશકોણનો દરેક બહારનો ખુણો કેવડો છે તે કહો

૨૯ એક ચતુષ્કોણુમા બે પાસેના ખુણા મળી ૨૦૦°ના છે તો બાકીના ખુણાને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખુણો કેવડો છે ?

૩૦ એક ચતુષ્કોણુમા બે પાસેના ખુણા મળી ૧૭૦°ના છે તો તેની પાસેના બહારના ખુણાઓને દુભાગનારી લીટીઓ વચ્ચેનો ખુણો કેવડો છે ?

૩૧ એક પચકોણુમા ત્રણ ખુણા દરેક ૮૦°ના છે અને બાકીના બે સરખા છે તો તે દરેક ખુણો કેવડો છે ?

૩૨. એક પચકોણુમા ચાર ખુણા સરખા છે, અને પાચમો ખુણો એ દરેકથી અર્ધો છે તો દરેક ખુણો કેવડો છે ?

૩૩ એક પચકોણુમા ત્રણ ખુણા સરખા છે, અને બાકીના બેમાથી એ પૈકી એકથી અર્ધો, અને પાચમો ખુણો ચોથા કરતા ત્રણગણો છે તો દરેક ખુણો કેવડો હશે ?

*જે આકૃતિની બધી બાજુ સરખી અને બધા ખુણા સરખા હોય તે.

૩૪ એક ષટ્કોણમા ત્રણ ખુણા સરખા છે અને બાકીનો દરેક પહેલા ત્રણ પૈકી એકથી અર્ધો છે તો દરેક ખુણો કેવડો ?

૩૫. એક (નિયમિત) સમ બહુકોણમા દરેક ખુણો (૧) ૧૦૮°, (૨) ૧૭૦°, (૩) ૧૪૦°, કે (૪) ૧૫૦° છે તો તેની કેટલી કેટલી બાજુઓ છે ?

૩૬ ઓછામા ઓછી બાજુવાળા સમકોણમા દરેક ખુણો કેવડો ?

૩૭ એક સમકોણમા બહારનો દરેક ખુણો (૧) ૩૦°, (૨) ૪૦°, (૩) ૧૫°, (૪) ૯૦°, (૫) ૨૪°, અને (૬) ૧૦°, છે તો તેની કેટલી કેટલી બાજુ છે તે કહો.

૩૮. જેમા ૧૧°, ૧૩°, ૧૫°, અને ૩૩°નો દરેક બહારનો ખુણો હોય એવો નિયમિત બહુકોણ બની શકે કે નહિ ? કારણ આપો

(ઞ) *સર્વસમાન અથવા એકરૂપ ત્રિકોણો.

નોંધ. ત્રિકોણોની *સર્વસમાનતાના નીચેના પ્રયોગો (દરેક) જુદી જુદી આકૃતિ દોરી નવ દશ વખત કરાવી તેના નિયમો બરાબર ઠસાવવા.

(૧) કોઈપણ अबक ખુણો લો તેવડોજ બીજો डइफ ખુણો કરો. बअ મરજી પડે તેવડી કાપો અને इड, बअના જેવડીજ કાપો. बक મરજી પડે તેવડી કાપો અને इफ, बकના જેવડીજ કાપો अक અને डफ સાધો अबक ત્રિકોણને ઉચકીને डइफ ત્રિકોણ ઉપર મુકો, એવી રીતે કે अब, डइના ઉપર બરાબર પડે ત્રિકોણો એક બીજા ઉપર બરાબર મળી જાય છે ? આવા ત્રિકોણોની સર્વસમાનતા વિષેનો શો નિયમ આ પ્રયોગ ઉપરથી નીકળે છે ?

"જો એક ત્રિકોણની બે બાજુ અનુક્રમે બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની બરાબર હોય અને એ બાજુઓની વચ્ચેના અંતખુંણા પણ બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે બરાબર છે."

(૨) કોઇ પણ अबक ખુણો લો અને તેવડોજ બીજો डइफ ખુણો લો बक જોઇએ તેવડી લો અને તેવડીજ લીટી इफ પણ લો

*સર્વસમાન—જે આકૃતિઓમા બાજુઓ અને ખુણાઓ અનુક્રમે લેતા બરાબર હોય તે, એટલે આકૃતિઓ બધી રીતે બરાબર હોય તે (ક્ષેત્રફળમા સુદ્ધા).

फ આગળ बकअ ખુણે। જોઇએ તેવડો કરો અને તેવડોજ इफड ખુણો फ આગળ પણ કરો. अबक ત્રિકોણને ઉચકીને (અથવા પાતળા કાગળ ઉપર નકલ કરીને) डइफ ત્રિકોણ ઉપર મૂકો, એવી રીતે કે बक, इफ ઉપર બરાબર આવી રહે ત્રિકોણો એક બીજા ઉપર બરાબર મળી જાય છે? આવા ત્રિકોણની સર્વસમાનતા વિષેનો શો નિયમ આ પ્રયોગો પરથી નીકળે છે?

"એક ત્રિકોણની એક બાજુ બીજા ત્રિકોણની એક બાજુની બરાબર હોય અને એ બાજુઓ ઉપરના (છેડેના) ખુણાઓ પણ બરાબર હોય તો ત્રિકોણો સર્વસમાન છે"

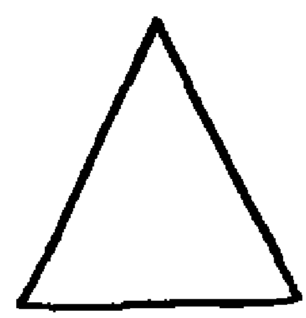
(૩) अबक ખુણો મરજી પડે તેવડો કરો डइफ ખુણો ∠ अबकના જેવડોજ કરો वअ જોઇએ તેવડી કાપો અને इड પણ તેવડીજ કાપો. ∠अकबની નકલ તેલીઆ કાગળ ઉપર કરો. અને એ કાગળને ઉંચકીને એવી રીતે મુકો કે बक, इफ ઉપર પડે અને बकने इफ ઉપર રાખીને તેલીઆ કાગળના ખુણાને ખસેડતા ખસેડતા એ ખુણાની બીજી શાખાલીટી લબાવતા डमाथी બરાબર જાય એ ખુણાનુ શિરોબિંદુ फ આગળ આવે ત્યારે फड સાધો ત્યારે अबक, डइफ ત્રિકોણોમા કયા કયા અગો બરાબર છે? બબ્બે ખુણા અને દરેકમા સરખા ખુણાની એક જોડની સામેની બાજુ હવે अबक ત્રિકોણને ઉંચકીને डइफ ત્રિકોણ ઉપર એવી રીતે મુકો કે अब, डइ ઉપર બરાબર આવી રહે. ત્રિકોણો એક બીજાના ઉપર બરાબર આવી રહે છે? હા. આવા ત્રિકોણો સર્વસમાન છે? ત્યારે શો નિયમ નીકળે છે?

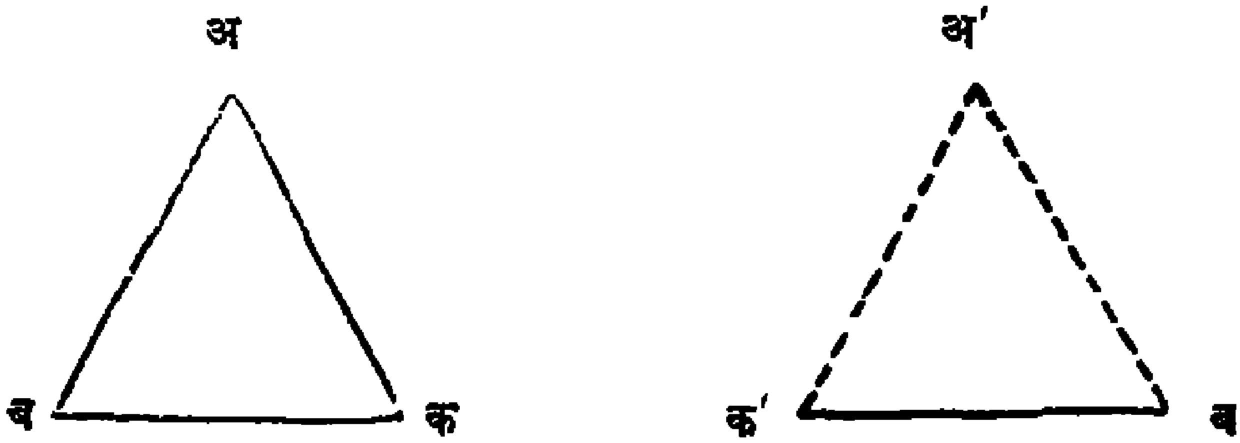
"એક ત્રિકોણના બે ખુણા તે બીજા ત્રિકોણના બે ખુણાની અનુક્રમે બરાબર હોય અને એક ત્રિકોણમાં એક ખુણાની સામેની બાજુ તે બીજા ત્રિકોણમાં તેના સરખા ખુણાનીસામેની બાજુની બરાબર હોય તો એવા ત્રિકોણો સર્વસમાન છે."

ઉપલા પ્રયેાગેામા ત્રિકેાણુની સર્વસમાનતા બતાવવાને માટે દરેક વખત આપણે ત્રિકેાણુના ત્રણ બાજુ અને ત્રણ ખુણા પૈકી કેટલા અંશેા લીધા હતા? ત્રણ કયા કયા? (૧)મા બે બાજુ, અને તેનેા અંતખુણેા; (૨)મા બે ખુણા અને તેઓની પાસેની બાજુ, અને (૩)મા બે ખુણા અને તેમાના સરખા ખુણાની એક જોડની સામેની બાજુ.

(अ) સમદ્વિબાજુ ત્રિકેાણુમાં બાજુ અને ખુણાનેા સબંધ.

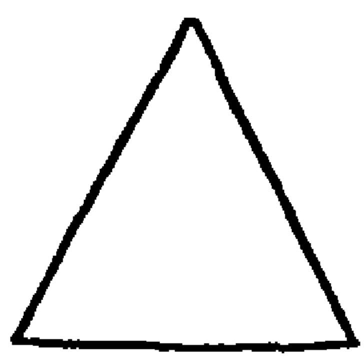
કેાઇપણ•' ખુણાની બે શાખાલીટીએા સરખી કાપી તેના છેડાએા સાધી એક ત્રિકેાણુ બનાવેા સરખી બાજુની સામેના ખુણાએા માપેા આ ખુણાએા સરખા છે? હા એ ખુણા સરખી બાજુની સામેના છે? હા એ પ્રયેાગ ચાર પાચ વખત જુદી આકૃતિ કાઢી કરેા આ ઉપરથી કેાઇપણ સમદ્વિબાજુ ત્રિકેાણુની સરખી બાજુની સામેના ખુણાએા વિષે શુ અનુમાન કરેા છેા તે કહેા





अ ब क એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકેાણુ કરેા (अब = अक) अबक ત્રિકેાણુ બરાબર કાપી કાઢી ત્રિકેાણુને, બાજુ ઉલટાવી, કાપેલા ત્રિકેાણુની ખાલી જગ્યામા એવી રીતે ગેાઠવેા કે ત્રિકેાણુ ખાલી ત્રિકેાણુ પર આવી રહે ब ખુણેા કયા પડયેા છે? ब' ઉપર એ જગ્યાએ પહેલા કયેા ખુણેા હતેા? ∠क ત્યારે ∠ब, ∠क બરાબર છે? હા તેજ પ્રમાણે ∠क, ∠ब સરખા કરેા. આ ઉપરથી શેા નિયમ છે?

કોઈપણ अबक (अब = अक) સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કરો. કાગળને સળ વાળી બેવડ વાળો અને अबને अक ઉપર પડવા દો આમ કરવાથી ब ખુણો કયા પડે છે ? ∠क ઉપર એ ખુણાઓ બરાબર મળી જાય છે ? હા સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમા સરખી બાજુની સામેના ખુણાઓનો શો સબધ છે તે આ ઉપરથી કાઇ માલમ પડે છે ? હા. એ ખુણાઓ સરખા છે આ પ્રયોગો ઉપરથી સામાન્ય નિયમ શો નીકળે છે ? "સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમા સરખી બાજુની સામેના ખુણા સરખા છે"



એક સમબાજુ ત્રિકોણ કરો. ઉપલા પ્રયોગો કરી સમબાજુ ત્રિકોણને વિષે શો નિયમ છે તે કઢાવો. એ ત્રિકોણના ત્રણ ખુણા કાપી લો અને એકમેકની ઉપર મુકી સરખાવો. શુ માલમ પડે છે ? એ ખુણા સરખા છે. કોણમાપકથી એ ખુણાઓ માપી જુઓ.

આ ઉપરથી સમબાજુ ત્રિકોણના ખુણા વિષે શો નિયમ નીકળે છે ?

"સમબાજુ ત્રિકોણના ત્રણે ખુણા સરખા છે, અને તે દરેક ખુણો ૬૦°નો કે ⅔ કાટખુણો છે."

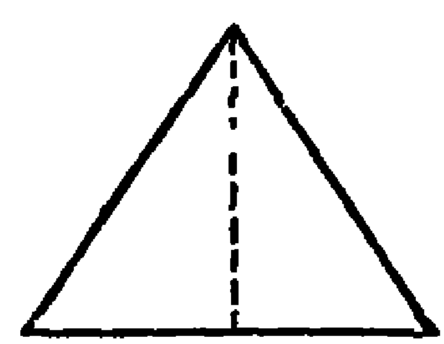
अ ब એક લીટી દોરો. अ અને ब આગળ સરખા ખુણા કરો. अबक ત્રિકોણ પૂરો કરો अबને એની ઉપરજ બેવડ વાળી ∠अ, ∠ब ઉપર આવી રહે તેમ ત્રિકોણ બેવડ વાળો अ क, ब क ઉપર પડે છે ? બરાબર મળી જાય છે ? હા આ ઉપરથી શુ અનુમાન કરો છો ?

એક अ ब લીટી લો. अ આગળ बअक ખુણો કરો અને તેવડોજ अबक ખુણો ब આગળ પણ કરો ત્રિકોણની अक, बक બાજુ માપી જોઇ શુ પરિણામ આવે છે તે કહો એ બાજુઓ સરખી છે. ત્યારે ત્રિકોણના બે ખુણા સરખા આપ્યા હોય તો તેની સામેની બાજુઓનો શો સંબંધ છે ? એ વિષે શો નિયમ નીકળે છે ?

"ત્રિકોણમાં સરખા ખુણાની સામેની બાજુઓ સરખી છે."

અ બ કોઈ પણ લીટી લો ∠અબક ને કાટખુણો કરો. ∠બઅક ને કાટખુણો કરો. ક ખુણો માપી જુઓ. કેવડો છે ? ને કાટખુણો અબક ત્રિકોણના ત્રણ ખુણા સરખા છે ? હા અ બ, બ ક, ક અ માપી જુઓ ત્રણે બાજુ સરખી છે ? આ ઉપરથી શુ અનુમાન કરો છો ?

અ બ ૪·૫ સે. મી લો. ∠અબક ૬૦° નો કરો અને ∠બઅક પણ ૬૦°નો કરો. ∠ક કેટલા અશનો છે ? ૬૦°નો અ બ, બ ક, ક અ માપો સરખી છે ? હા આ ઉપરથી ત્રિકોણમા બે ખુણા ૬૦°ના હોય તો શો નિયમ નીકળે છે ? તેનો ત્રીજો ખુણો પણ ૬૦°નો છે અને ત્રણે બાજુ સરખી છે ? ત્રણ ખુણા સરખા હોય તો ત્રિકોણ કેવો હોવો જોઈએ ? સમબાજુ



અબક એક સમબાજુ ત્રિકોણ દોરો. તેને એવી રીતે બેવડ વાળો કે અ, બ ઉપર આવે અને ક સ્થિર રહે. ત્રિકોણના બન્ને ભાગો કેવા છે ? સરખા. અ બ ખુણા કેવડા છે ? ૬૦°ના સળથી ∠કના કેવડા ભાગ થાય છે ? ૩૦°ના અડક ત્રિકોણમા ડની સામેની બાજુ માપો અને કની (૩૦°ની) સામેની બાજુ માપો આ બાજુઓને સરખાવો શુ માલમ પડે છે ?

અ ડ = ૧ ૪", ∠અ=૬૦°, ∠ડ = ૯૦° લઇ ઉપરનો ત્રિકોણ કરો

અ ડ = ૪·૭ સે મી., ∠અ = ૬૦°, ∠ડ = ૯૦°, લઈ „

અ ડ = ૨·૩", ∠અ = ૬૦°, ∠ડ = ૯૦° લઇ „

દરેકમા અ ક માપી અ ડ સાથે સરખાવો કાટખુણ ત્રિકોણમ એક ખુણો ૩૦°નો હોય તો તેની સામેની બાજુ અને કાટખુણાન સામેની બાજુ વચ્ચે શો સંબધ છે ?

“કાટખુણ ત્રિકોણમા ૩૦°ની સામેની બાજુ* કર્ણથી અર્ધી છે.”

---

*કાટખુણ ત્રિકોણમા કાટખુણાની સામેની બાજુ કર્ણ કહેવાય છે ચતુષ્કોણ વગેરેમા સામસામેના શિરોબિંદુને સાધનારી સીધી લીટી કર્ણ કહેવાય છે

(ट) બીજા સર્વસમાન ત્રિકોણો

(૪) अब ૧·૪" લો. बक ૨·૧" અને अक ૨·૫" લઇ अबक ત્રિકોણ કરો એજ લંબાઇઓ લઇ એક બીજો ત્રિકોણ अ' ब' क' કરો સરખી બાજુઓ એક બીજી ઉપર પડે તેમ अबक ત્રિકોણને ઉંચકીને अ' ब' क' ઉપર મૂકો, બન્ને અરસપરસ મળી જાય છે કે કાંઇ ફેર પડે છે ? બરાબર મળી જાય છે આજ પ્રયોગ ચાર પાચ જુદા જુદા ત્રિકોણ લઈ કરો. આ ઉપરથી શુ અનુમાન કરો છો ? ત્રણે બાજુ સરખી આપેલી હોય એવા ત્રિકોણો વિષે કાંઈ નિયમ એ ઉપરથી નીકળે છે ?

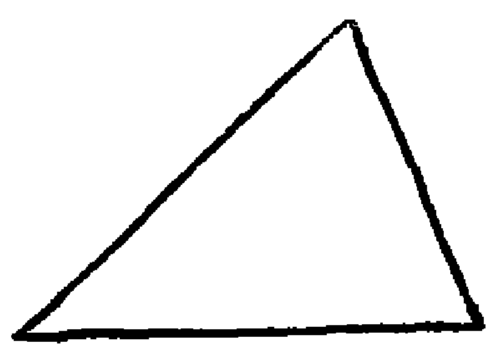
'એક ત્રિકોણની ત્રણ બાજુ બીજા ત્રિકોણની ત્રણ બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે'

(૫) ∠बअक અને ∠डइफ કાટખુણા લો. अब ૧·૪" લો, અને डइ પણ તેવડીજ લો ब મધ્યબિંદુ લઈ अकને कमा છેદે તેમ એક ત્રિજ્યા લઇ કૌંસ દોરો. इ મધ્યબિંદુ લઇ बकના જેવડીજ ત્રિજ્યા લઇ કૌંસ દોરી डफने फमा છેદો अबक, डइफ ત્રિકોણ પુરા કરો अबक ત્રિકોણને ઉંચકીને એવી રીતે डइफ ત્રિકોણ ઉપર મુકો કે કાટખુણો કાટખુણા ઉપર અને ब, इ ઉપર આવી રહે क, फ ઉપર બરાબર આવી રહે છે ? ત્રિકોણો એક બીજા ઉપર બરાબર મળી જાય છે ?

अब, डइ ૨·૩"ની લઇ ઉપર પ્રમાણે अबक, डइफ બે કાટખુણ ત્રિકોણ કરો. બન્ને ત્રિકોણમા શુ શુ સરખા આપેલા છે ? કર્ણ, એક બાજુ અને કાટખુણા ∠ब, ∠इ માપો અને સરખાવો, ∠क, ∠फ માપો અને સરખાવો. अक, डफ માપો અને સરખાવો. આ પ્રમાણે अब, डइની જુદી જુદી લંબાઇ લઇ ઘણી વખત પ્રયોગ કરો. अक, डफની સરખી જુદી જુદી લંબાઇ લઇ એ પ્રયોગ ઘણી વખત કરો આ ઉપરથી શો નિયમ નીકળે છે તે કહો.

"બે કાટખુણ ત્રિકોણોમાં એકની એક બાજુ બીજાની એક બાજુની બરાબર હોય અને કર્ણો પણ સરખા હોય તો કાટખુણ ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે."

(ઠ) ત્રિકોણુમાં અસમાન બાજુ અને ખુણાનો તેની સામેના ખુણા અને બાજુની જોડે સબંધ.



અબક, કોઇપણ ત્રિકોણુ, જેમા અબ અક કરતા મોટી હોય તેવો લો ∠બ, ∠ક માપો અને સરખાવો કયો ખુણો મોટો છે? ∠ક અબ, અકમા કયી મોટી છે? અબ ત્યારે મોટી કે નાની બાજુની સામેનો ખુણો મોટો છે? મોટી બાજુની સામેનો ખુણો મોટો છે

અબક કોઇપણ વિષમબાજુ ત્રિકોણુ લો. ∠બ, ∠કની પાતળા કાગળ પર નકલ કરો, અથવા તેને કાપી કાઢો ∠કના ઉપર ∠બ મુકી બન્નેને સરખાવો કયો મોટો છે? ∠ક. અબ, અક માપી સરખાવો કયી બાજુ મોટી છે? અબ આ ઉપરથી શુ અનુમાન કરો છો? આ પ્રયોગ દશ વિષમબાજુ ત્રિકોણુ લઇ કરો. ત્રિકોણુમા મોટી બાજુની સામેનો ખુણો અને નાની બાજુની સામેનો ખુણો એ બેની વચ્ચે શો સબધ છે? તેનો કાંઈ નિયમ નીકળે છે?

"કોઇપણ ત્રિકોણુમા એક બાજુ બીજી બાજુ કરતાં મોટી હોય તો મોટી બાજુની સામેનો ખુણો નાની બાજુની સામેના ખુણા કરતા મોટો છે"

અ બ એક લીટી લો અ આગળ એક બ અ ક ખુણો કરો. અને બ આગળ ∠અ બ ક, ∠બ અ ક કરતા નાનો કરો અ બ ક ત્રિકોણુ પુરો કરો બક, અક માપો અને સરખાવો કયી મોટી છે? બક મોટી છે ∠અ અને ∠બમા કયો મોટો છે? ∠અ. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

અબ એક લીટી દોરો, બઅક એક ખુણો કરો અને એના કરતાં મોટો ∠અબક કરો ત્રિકોણુ પુરો કરી અક, બક માપી સરખાવો. કયી મોટી છે? અક એ બાજુ મોટા ખુણાની સામેની કે નાના ખુણાની

સામેની છે ? મોટા ખુણાની સામેની. ઉપલા બન્ને પ્રયોગો પાચ પાચ વખત કરો એ ઉપરથી શો નિયમ નીકળે છે ?

"કોઈપણ ત્રિકોણમા એક ખુણો બીજા કરતાં મોટો હોય તો તે મોટા ખુણાની સામેની બાજુ નાના ખુણાની સામેની બાજુ કરતાં મોટી છે."

પ્રશ્નો.

૩૯ કાટખૂણુ ત્રિકોણમા કયી બાજુ મોટામા મોટી હોય છે તે કહો.

૪૦ પહોળખૂણુ ત્રિકોણમા કયી બાજુ મોટામા મોટી હોય છે તે કહો.

૪૧ નીચેના કોઠામા ખાલી ખાનો પુરો —

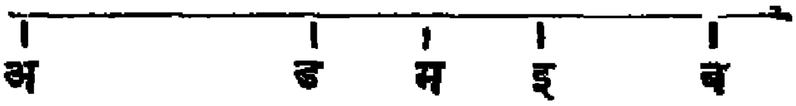
ત્રિકોણ	સાકળખુણુ છે ?	કાટખુણુ છે ?	પહોળખુણુ છે ?
સમબાજુ ત્રિકોણ			
સમદ્વિબાજુ ત્રિ			
વિષમબાજુ ત્રિ			

ટીપ. એકસારસાઇઝ બુકમા આવો કોઠો કાઢી જવાબ લખવા.

જવાબ નક્કીજ હોય તો "હા" કે "ના" લખવુ. બની શકતું હોય તો "બની શકે" કે "હોઇ શકે" લખવુ

(ઢ) ત્રિકોણની બે બાજુના સરવાળા અને બાદબાકીનો ત્રીજી બાજુ જોડે સબંધ.

અબ કોઇપણ લીટી લેા. અબને મમા દુભાગેા અ મધ્યબિંદુ અને અડ ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુળ દોરો. બ મધ્યબિંદુ



અને બઇ ત્રિજ્યા લઇ એક બીજો વર્તુળ દોરો આ વર્તુળો એક બીજાને છેદે છે ? નહિ. અબ પાયા ઉપર એ વર્તુળો દોરી ત્રિકોણ થઇ શકે છે ? નહિ. અડ, અમથી મોટી કે નાની છે ? નાની. બઇ, બમથી

નાની કે મોટી છે ? નાની. આ વર્તુળોથી ત્રિકોણ થતો નથી ત્યારે ત્રિકોણ બનાવવાને માટે શુ થવુ જોઇએ ? વર્તુળોએ અરસપરસ છેદવુ જોઇએ. વર્તુળો કયારે એક બીજાને છેદે ? अड, अइथी મોટી જોઇએ, અથવા बइ, बडथी મોટી જોઇએ. ત્યારે ત્રિકોણ બનાવવાને માટે अड + अइ ત્રિજ્યાઓનો अब સાથે શો સબધ છે ?

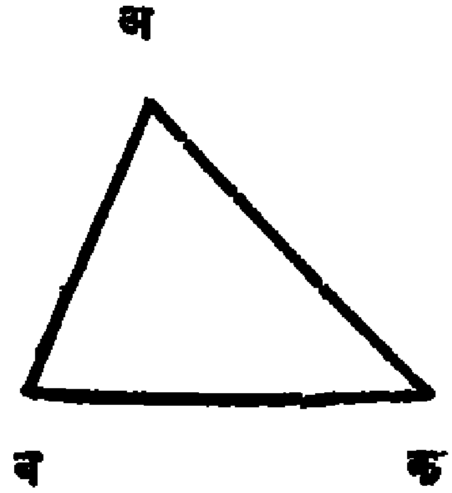
अब કોઇપણ લીટી લો. अबने ब તરફ ड સુધી લબાવો ब મધ્યબિદુ લઈ અને



बक ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુળ દોરો. अ મધ્યબિદુ અને अड ત્રિજ્યા લઇ એક બીજો વર્તુળ દોરો. આ વર્તુળો એક બીજાને છેદે છે કે નહિ ? કારણ શુ ? એક વર્તુળ બીજાની તદ્દન અદર રહી જાય છે જો એક વર્તુળ બીજાને છેદે એવો દોરવો હોય તો કેવડી ત્રિજ્યા લેવી જોઇએ ? अब – बकथी મોટી ને अकथी નાની આ ઉપરથી બે બાજુના સરવાળા કરતા ત્રીજી બાજુ મોટી હોય તો ત્રિકોણ બની શકે કે નહિ તે વિષે શુ કહો છો ? નહિ બની શકે

अब ૨·૭", बक ૧·૩', कअ ૧·૧" બાજુઓ લઇ ત્રિકોણ કાઢો. ત્રિકોણ શકય છે ? अब ૩·૫ સે મી, बक ૧·૩ સે મી कअ ૨·૨ સે મી. નો ત્રિકોણ શકય છે કે નહિ ? આકૃતિઓ કાઢો ત્રિકોણ બને છે કે નહિ ? કારણ શુ ? ત્યારે ત્રિકોણ બનાવવો હોય તો कअ ઓછામા ઓછી કેવડી લેવી જોઇએ ?

ब અને क વચ્ચેનુ અતર કેટલું છે ? बथी क સુધી સીધું અતર ન લેતા बथी ઉપર કે નીચે જઈ बअक એક વાકી લીટી દોરો बअक, बक કરતા ઓછી કે વધારે છે ? વધારે, કારણ કે बअक વાકુ અતર છે. એજ પ્રમાણે अब અતર માપો અને अकब વાકુ અતર માપો. કયુ મોટુ છે ? अकब કારણ કે अकब વાકુ અતર છે અને अक



અબક માપો. કયુ અતર મોટુ છે? અબક કારણ કે અબક અંતર વાકુ છે? આ પ્રયોગ ઉપરથી શુ અનુમાન કરો છો? ત્રિકોણની બે બાજુનો સરવાળો અને ત્રીજી બાજુની વચ્ચે શો સબધ હોવો જોઈએ?

"કોઈપણ ત્રિકોણમા બે બાજુનો સરવાળો ત્રીજી બાજુ કરતા મોટો હોય છે."

અબ ૪.૬" લો બક ૨.૫" લો. કઅ કેટલા ઇચ કરતા લાબી હોય કે ત્રિકોણ થઇ શકે? (૪.૬" – ૨.૫" =) ૨.૧" કરતા લાબી જોઈએ. આ પ્રયોગ જુદી જુદી લબાઇઓ લઇ કરો આ ઉપરથી ત્રિકોણની બે બાજુની બાદબાકી અને ત્રીજી બાજુની વચ્ચે શો સબધ હોવો જોઇએ?

" કોઈપણ ત્રિકોણમાં કોઇપણ બાજુ બીજી બે બાજુની બાદબાકીના કરતા મોટી હોય છે. "

(ઢ) અસમાન ત્રિકોણો.*

કોઇપણ બે નાના મોટા ખુણા લો જાડા દોપીસ્તાની બે સરખી પટીઓ કાપી કાઢો, અને બીજી બે સરખી પટીઓ કાપો. બન્ને જોડમાથી એકેક પટી લઇ એકેક છેડા ઉપર ટાકણી મારી તે બેની વચ્ચે મોટો ખુણો રાખો. (પટીઓ જોઇએ તેના કરતા સહેજ મોટી રાખવી કે ટાકણી મારી શકાય) બીજી બે પટીઓમા પણ ટાકણી મારી બેની વચ્ચે નાનો ખુણો રાખી પહેલી બે પટીના ખુલ્લા છેડાનુ અતર માપો કયો પાયો કોનાથી મોટો છે? કયી જોડની પટીની વચ્ચેનો ખુણો મોટો છે? બન્ને ત્રિકોણમા કેટલી કેટલી બાજુઓ સરખી છે?

$\angle$અબક મોટો અને $\angle$ ડઇફ નાનો લો બઅ, બક કોઇપણ અતર કાપો બઅ જેવડી ઇડ કાપો, બકના જેવડી ઇફ કાપો અક, ડફ સાધો બન્નેને માપો. કયી બાજુ મોટી છે? અક અક મોટી છે તેની

---

* જે ત્રિકોણોનાં બાજુ અને ખુણાઓ અનુક્રમે લેતા બરાબર ન હોય એવા ત્રિકોણ, એટલે કે જે ત્રિકોણો સર્વસમાન કે એકરૂપ નથી હોતા તે.

સામેનો ખુણો, डक નાની છે તેની સામેના ખુણા કરતા મોટો છે કે નાનો ? મોટો. આ ઉપરથી શુ અનુમાન કરો છો ?

∠अबक નાનો અને ∠डइफ મોટો લો. बअ અને इड સમાન કાપો बक અને इफ સમાન કાપો अक, डफ અતર માપો કયું અતર મોટુ છે ? डफ. આ પ્રયોગો ઉપરથી શો નિયમ નીકળે છે ?

"એક ત્રિકોણુની બે બાજુ બીજા ત્રિકોણુની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય પણ એક ત્રિકોણુની સરખી બાજુની વચ્ચેનો અતર્ખૂણો બીજા ત્રિકોણુની સરખી બાજુની વચ્ચેના અંતર્ખૂણા કરતા મોટો હોય તો પહેલા ત્રિકોણુનો પાયો બીજા ત્રિકોણુના પાયા કરતાં મોટો છે."

अब, डइ બે નાની મોટી લીટી લો अ મધ્યબિંદુ અને अक ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરો. ड મધ્યબિંદુ લઇ અને अकના જેવડીજ ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુળ દોરો. ब અને इ મધ્યબિંદુઓ અને એકજ સરખી ત્રિજ્યા લઇ બે વર્તુળો अबक, इडफ ત્રિકોણુ બને તેમ દોરો. अब, डइ માપો કયી મોટી છે ? अब ∠क, ∠फ માપો કયો ખુણો મોટો છે ? ∠क આ ઉપરથી શુ અનુમાન કરો છો ? આ પ્રયોગ પાચ જુદી જુદી લબાઇઓ લઇ કરો. શો નિયમ નીકળે છે ?

કોઈપણુ બે કાગળની પટીઓ લો અને તેના જેવડીજ લાબી બીજી બે પટીઓ લો બન્ને જોડમાથી એકેક પટી લઇ બે છેડા વચ્ચે એક ત્રીજી પટી મુકો અને બાકીના છેડાઓને પાસેપાસે લાવો એજ પ્રમાણે બાકીની બે પટી લઈ તેના છેડા વચ્ચે એક (પહેલાના કરતા નાની કે મોટી) ત્રીજી પટી મુકો અને બાકીના છેડાઓને જોડી દો. આ બે ત્રિકોણોમા કયી કયી બાજુઓ બરાબર છે ? બન્નેના પાયા માપો (ત્રીજી પટીઓ) કયો મોટો છે ? એ પાયાની સામેના ત્રિકોણુના ખુણા માપો કયો ખુણો નાનો છે ? કયો મોટો છે ? આ ઉપરથી જે નિયમ નીકળે છે તે કહો.

" કોઇપણ ત્રિકોણની બે બાજુ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય પણ એક ત્રિકોણનો પાયો બીજા ત્રિકોણના પાયા કરતા મોટો હોય તો પહેલા ત્રિકોણનો શિરોબિંદુખુણો બીજા ત્રિકોણના શિરોબિંદુખુણા કરતા મોટો છે."

(ण) ત્રિકોણનાં બીજાં લક્ષણ.

કોઇપણ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ લો સળ વાળી તેના પાયા ઉપર શિરોબિંદુમાથી લંબ દોરો પાયાના જે બે ભાગ લંબથી થાય છે તેને સરખાવો. આ પ્રયોગ ચાર પાચ વખત કરો શો નિયમ નીકળે છે ?

" સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુમાથી પાયા ઉપર લંબ દોરીએ તો તે લંબ પાયાના બે સરખા ભાગ કરે છે "

अबक એક સમદ્વિબાજુ (अक = बक) ત્રિકોણ દોરો अब પાયાને સળ વાળી મમા દુભાગો. म क ને સાધો ∠अमक, ∠बमक માપો ∠अकम, ∠बकम માપો. આ પ્રયોગ જુદા જુદા સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ લઇ કરો શો નિયમ નીકળે છે ?

" સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમા શિરોબિંદુમાંથી પાયા ઉપરના મધ્યબિંદુ સુધી દોરેલી લીટી* પાયાને લંબ છે અને શિરોબિંદુ આગળના ખુણાના બે સરખા ભાગ કરે છે "

સમબાજુ ત્રિકોણ લઇ ઉપલા બન્ને પ્રયોગો કરો એ નિયમો સમબાજુ ત્રિકોણને પણ લાગુ પડે છે કે નહિ ? પડે છે.

अबक ત્રિકોણ લો તેની બાજુના મધ્યબિંદુ શોધી કાઢો આ મધ્યબિંદુ અને સામેના શિરોબિંદુ સાધો આ લીટીઓ (મધ્યગાઓ)* ક્યા મળે છે તે જુઓ આ પ્રયોગ જુદા જુદા ત્રિકોણ લઇ કરો મધ્યગાઓના છેદનબિંદુ વિષે આ ઉપરથી શુ અનુમાન કરો છો ?

---

* ત્રિકોણની બાજુના મધ્યબિંદુને સામેના શિરોબિંદુ જોડે સાધવાથી થતી લીટી મધ્યગા કહેવાય છે

ત્રિકોણની મધ્યગાઓ એકબિંદુગામી છે, એટલે બધી મધ્યગાઓ એકજ બિંદુમા મળે છે

આ મધ્યગાઓ અરસપરસ જે બિંદુમા મળે છે તે બિંદુ આગળથી દરેક મધ્યગાના થતા બે ભાગો માપો. આ ઉપરથી શુ અનુમાન કરો છો ? **ત્રિકોણની દરેક મધ્યગા સામાન્ય છેદનબિંદુમાં ત્રીજે ભાગે છેદાય છે;** અને દરેક મધ્યગાનો શિરોબિંદુ તરફનો ભાગ તેના પાયા તરફના ભાગથી **બમણો છે.**

કોઇપણ ત્રિકોણ લો. તેના પાયા આગળના બે ખુણા દુભાગો. આ દુભાગનારી લીટી જે બિંદુમા મળે તે બિંદુને ત્રિકોણના ત્રીજા શિરોબિંદુ જોડે સાધો, અને એ લીટીથી શિરોબિંદુ આગળના ખુણાના થતા બે ભાગો માપો ત્રિકોણના ગમે તે બે ખુણા દુભાગી ઉપલો પ્રયોગ કરો. ત્રિકોણના ત્રણે ખુણા સળથી દુભાગો. આ પ્રયોગો ઉપરથી ત્રિકોણના ત્રણે ખુણાને દુભાગનારી લીટી ક્યા મળે છે તે વિષે શું અનુમાન કરો છો ? **એ લીટીઓ એકબિંદુગામી છે.**

કોઈપણ ત્રિકોણ લો તેની ત્રણે બાજુના મધ્યબિંદુ શોધો આ મધ્યબિંદુમાથી ત્રિકોણની (તેજ મધ્યબિંદુ વાળી) બાજુ ઉપર સળ વાળી લબ દોરો આ પ્રયોગ વારવાર કરો શુ અનુમાન કરો છો ?

" ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્યબિંદુમાથી તેજ બાજુઓને દોરેલા લબ એકબિંદુગામી છે. "

કોઇપણ ત્રિકોણ લો તેની બે બાજુ દુભાગો આ બાજુના મધ્યબિંદુ સાધી એક સીધી લીટી દોરો. આ લીટી અને દુભાગેલી બાજુની વચ્ચેના ખુણાઓ માપો અને ત્રિકોણના પાયા આગળના ખુણા માપો. આ ઉપરથી શુ અનુમાન કરો છો ? આ પ્રયોગ વારવાર કરો. આ ઉપરથી શો નિયમ નીકળે છે ? ત્રિકોણનો પાયો માપો અને બીજી બાજુના મધ્યબિંદુ સાધનારી લીટી માપો આ પ્રયોગ વારવાર કરો આ ઉપરથી શુ અનુમાન કરો છો ? **ત્રિકોણની બે બાજુનાં મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી ત્રીજી બાજુને સમાન્તર છે અને તેનાથી અર્ધી છે.**

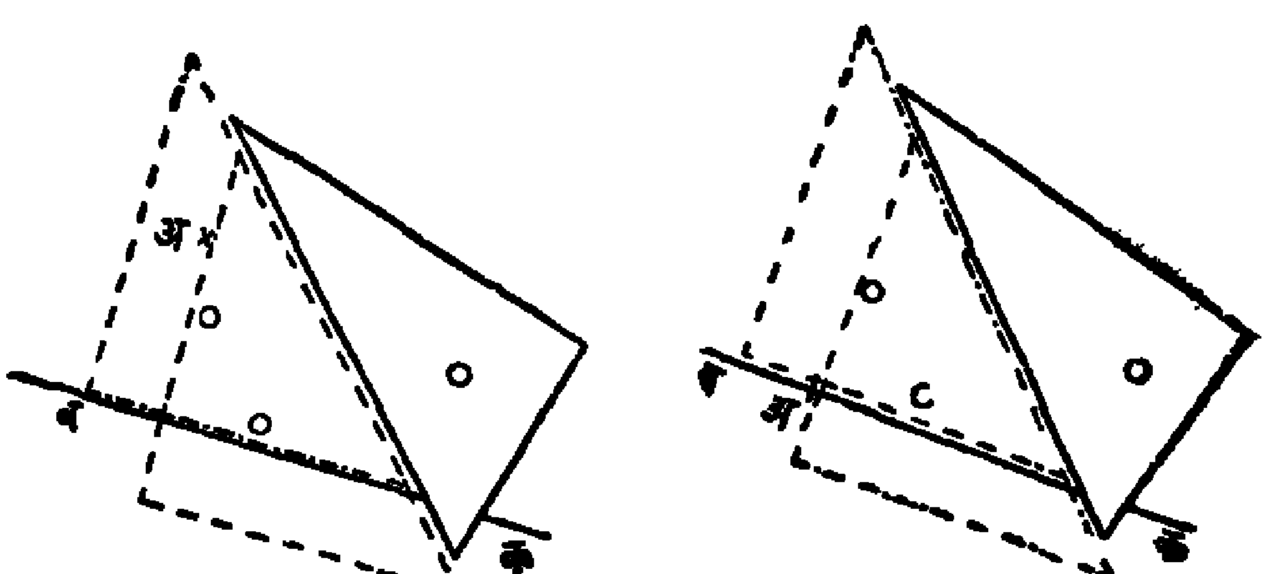
કોઈપણ ત્રિકોણ લો તેની ત્રણે બાજુ દુભાગો અને તેનાં મધ્યબિંદુઓ અરસપરસ સાંધો. આ લીટીથી થતા ચારે ત્રિકોણો કાપી લઈ સરખાવો. અથવા વચ્ચેના ત્રિકોણ ઉપર બહારના ત્રણે ત્રિકોણ વારા ફરતી મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટીની ઉપરથી બેવડ વાળો પ્રયોગ વારંવાર કરી જે અનુમાન નીકળે તે કહો **ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટીઓ ત્રિકોણમાં ચાર સર્વસમાન ત્રિકોણ કરે છે.**

કોઈપણ अबक ત્રિકોણ લો. अब બાજુના છેડા એક બીજા ઉપર બરાબર આવે તેમ સળ વાળો. આ સળ अबને કાટખુણે દુભાગે છે? बकને પણ એજ પ્રમાણે કાટખુણે દુભાગો આ બન્ને સળ ममां મળે તો मने कअना મધ્યબિંદુ જોડે સાંધો આ લીટી अकને લંબ છે? હા. આ પ્રયોગ વારવાર કરો શું અનુમાન નીકળે છે તે કહો.

“ત્રિકોણની બે બાજુનાં મધ્યબિંદુમાંથી તેજ બાજુઓને દોરેલી લંબો જે બિંદુમાં મળે તે બિંદુથી ત્રીજી બાજુના મધ્યબિંદુ સુધી દોરેલી લીટી ત્રીજી બાજુને પણ લંબ હોય છે.”

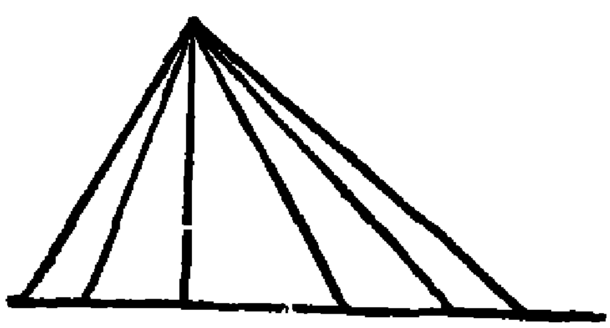
§ ૧૦. લંબ.

(क) अ બિંદુમાંથી ब क ઉપર લંબ દોરવા વિષે.



बक કોઇ પણ લીટી દોરો તેની બહાર અથવા અંદર अ બિંદુ લો. बकની સાથે સેટસ્કવેરની કાટખુણે પડતી કોર બરાબર મુકો અને તેના કર્ણની સાથે બીજો સેટસ્કવેર (અથવા ફુટપટી) મુકો આ સેટસ્કવેર સજ્જડ રાખી પહેલા મુકેલા સેટસ્કવેરને નીચે અથવા ઉપર કોરની સાથે બરાબર રાખી ખસેડો અને જ્યારે अ બિંદુ સેટસ્કવેરની કાટખુણે પડતી ઉભી કોરની નીચે બરાબર આવે ત્યારે अમાથી એ કોરની સાથે પેન્સીલથી बक ઉપર કાટખુણે પડતી લીટી દોરો.

(ख) સીધી લીટી ઉપર પડતા લંબનુ મહત્ત્વ.



अ કોઇપણ બિંદુ અને कड કોઇપણ લીટી લો. अમાથી कड ઉપર अब લબ દોરો अल, अइ, अफ કોઇપણ લીટીઓ દોરો अब માપો अल, अइ, अफ માપો કયી નાનામા નાની છે? अब अમાથી कड ઉપર अबના કરતા કોઇ નાની લીટી દોરાય ખરી? નહિ.

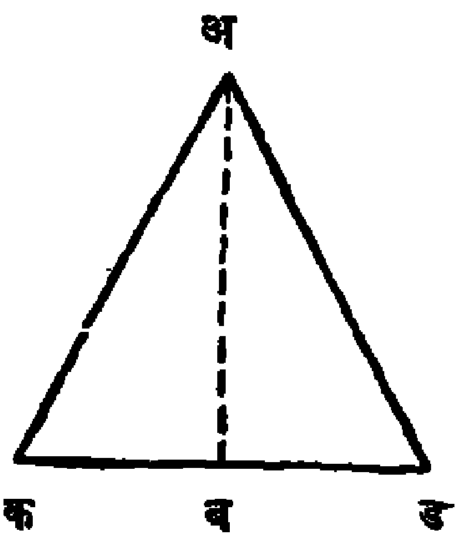
ત્યારે કોઇપણ બિંદુમાથી એક આપેલી લીટી સુધી લીટીઓ દોરીએ તો તેમાથી નાનામા નાની કયી છે એ વિષે શો નિયમ છે?

"આપેલા બિંદુમાંથી આપેલી લીટી સુધી દોરેલી બધી લીટીઓમા જે તેના પર લબ છે તે નાનામા નાની છે"

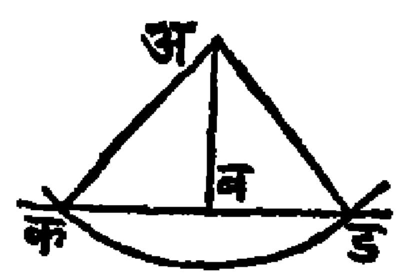
∠बअइ, ∠बअफ માપો કયો મોટો છે? अइ, अफ માપો કયી મોટી છે? ∠बअक, ∠बअड ∠માપો કયો મોટો છે? अ फ, अ ड માપો. કઈ મોટી છે? ∠बअल, ∠बअक માપો કયો મોટો છે? अल, अक માપો કયી મોટી છે? આ ઉપરથી શુ અનુમાન કરો છો? अમાથી कड સુધી જે જે લીટીઓ દોરીએ તે લીટીઓ અને अब લંબની વચ્ચેના ખુણા અને તે લીટીઓનો શો સબધ છે?

"લંબની સાથે એ (આડી, કર્ણ) લીટી જેમ જેમ મોટો ખુણો કરે છે તેમ તેમ એ લીટી મોટી થતી જાય છે "*

∠अलब, ∠अकब માપો અને अल, अक માપો તેમજ ∠अइब, ∠अफब અને अइ, अफ માપો તેમજ ∠अफब, ∠अडब અને अफ, अड માપો આ ઉપરથી શુ અનુમાન નીકળે છે ? **अમાંથી જે લીટી कड સુધી દોરીએ તે જેમ જેમ મોટી થતી જાય તેમ તેમ તે લીટી અને कडની વચ્ચેનો ખુણો નાનો થતો જાય છે.***



अ બિંદુ અને कड લીટી લો अમાથી कड ઉપર લબ દોરો कअब કોઇ પણ ખુણો કરો અને તેવડોજ बअड ખુણો કરો. अक, अड માપો આ પ્રયોગ જુદા જુદા ∠कअब લઇ કરો આ ઉપરથી શુ અનુમાન કરો છો ? **લંબની બન્ને બાજુએ જે લીટીઓ સરખા ખુણા કરે તે સરખી છે**



अ બિંદુ અને कड લીટી લો. अમાથી कड ઉપર લબ દોરો. अ મધ્યબિંદુઅને अड ત્રિજ્યા લઇ कडને ड, कમા છેદે તેમ એક કોસ દોરો. डक સાધો. ∠कअब, ∠डअब માપો. શુ અનુમાન કરો છો ? अड ત્રિજ્યા જુદી જુદી લઇ એજ પ્રયોગ ચાર પાચ વખત કરો આ ઉપરથી શો નિયમ નીકળે છે ?

લંબની આજુબાજુએ આપેલી લીટી સુધી જે સરખી લીટીઓ દોરી હોય તે લંબ સાથે સરખા ખુણા કરે છે.

* આ પ્રયોગો પરથી કાંઈ એવુ સિધ્ધ થતુ નથી કે ખુણો બમણો, દોઢો કે ત્રણગણો થાય તો લીટી પણ અનુક્રમે બમણી, દોઢી કે ત્રણગણી થાય છે, અને ઉલટું.

અબ કોઇપણ લીટી લો ક બિંદુ અબની બહાર લો. અબથી કનું અંતર કેટલું છે ? કમાથી અબ સુધી ઘણી લીટીઓ દોરો. આ લીટીઓ સરખી લબાઇની છે ? નહિ. એ બધીમા સૈાથી નાની કયી છે ? અબ ઉપર કમાથી જે લબ છે તે. ત્યારે એક લીટીથી કોઇ બિંદુનુ અતર કાઢવુ હોય તો તે આપેલી લીટી સુધી તે બિંદુમાથી જે લબ દોરીએ તે લબ તે બિંદુનું અતર લેવાય છે તેથી અબથી કનું સૈાથી નાનુ અતર, એટલે અબ ઉપર કમાથી દોરેલી લબ લઇએ છીએ આ લબના કરતા બીજુ કોઇ અતર નાનુ છે ? આ ઉપરથી કોઇ આપેલા બિંદુમાથી કોઈ આપેલી લીટી સુધીનુ અતર કાઢવાને માટે તે બિંદુમાથી તે લીટી ઉપર આપણે જે લબ દોરીએ તે તેનુ અંતર કહેવાય છે.

(ગ) નિધાન.*

કોઇપણ અબ લીટી દોરો અબને સળથી કમા દુભાગો અને કમાથી અબ ઉપર લબ દોરો આ લબમા કોઇપણ ૪ બિંદુ લો. ૪અ, ૪બ સાધો તેને માપો બન્ને અતર સરખા છે ? હા કડમા ચાર પાચ બિંદુ લઈ તેઓને અ, બ જોડે સાધો અને બન્ને અતરો માપો. કડ ઉપરના કોઇપણ બિંદુના અ, બ સુધીના બન્ને અતરો સરખાં છે ? હા આ પ્રયોગ ઉપરથી શુ અનુમાન કરો છો ?

કોઇપણ લીટીના દુભાગનાર લબ ઉપરનુ કોઇપણ બિંદુ આપેલી લીટીના છેડાથી સમાન અતરે છે*

કોઇપણ ∠બઅક ખુણો લો ∠અને સળ પાડી દુભાગો. આ સળ ઉપર કોઇપણ બિંદુ લઈ તેમાથી બઅ, કઅ શાખાલીટી ઉપર લંબ દોરો એ લબ માપો. બન્ને સરખા છે ? હા દુભાગનાર લીટી ઉપર પાચ દશ બિંદુ લઇ એજ પ્રયોગ કરો. શુ અનુમાન કરો છો ?

---

* અમુક આપેલી શરત પૂર્ણ કરે એવા બિંદુઓનો જે માર્ગ તે નિધાન કે કક્ષા કહેવાય છે.

"કોઈપણ ખુણાની દુભાગનાર લીટી ઉપરનું કોઈ-પણ બિંદુ આપેલા ખુણાની શાખાલીટીથી સરખે (કાટખુણે) અંતરે છે."*

કોઈપણ ત્રિકોણ દોરો તેના શિરોબિંદુમાથી સામેની બાજુઓ ઉપર લબ દોરો આ લબ એકજ બિંદુમા મળે છે? આ પ્રયોગ જુદા જુદા ત્રિકોણ લઇ કરો આ ઉપરથી શુ અનુમાન ઉપર આવો છો?

"ત્રિકોણના શિરોબિંદુઓમાથી સામેની બાજુઓ ઉપર દોરેલી લબો એકબિંદુગામી છે"

કોઈપણ ત્રિકોણ દોરો તેની બાજુમા મધ્યબિંદુમાથી તેજ બાજુ પર લબ દોરો આ લબો એકજ બિંદુમા મળે છે? આ પ્રયોગ પાચ જુદા ત્રિકોણ લઇ કરો. આ ઉપરથી શુ અનુમાન ઉપર આવો છો?

"ત્રિકોણની બાજુના મધ્યબિંદુમાથી તેજ બાજુઓ ઉપર દોરેલી લંબો એકબિંદુગામી છે"

§ ૧૧. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ.

(क). સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણના ગુણો.

કોઈપણ બે સમાન્તર લીટી દોરો. તેને છેદે એમ એક આડી લીટી દોરો. આ લીટીને સમાન્તર એક બીજી આડી લીટી દોરો આ આકૃતિમા કયી કયી બાજુઓ સમાન્તર છે? સામસામેની. આવી આકૃતિ **સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ કહેવાય છે.**

નિશાળના ઓરડામા કયી કયી ચીજોમા સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ માલમ પડે છે? પાટીઉ, ટેબલ, સ્લેટ, ચોપડી, ...કોઇપણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ આશરે કાઢો, તેની બાજુઓ સમાન્તર છે કે નહિ તે તપાસી જુઓ હાથથીજ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ દોરાય ત્યાં સુધી એવીજ આકૃતિ સ્લેટ ઉપર પાડ્યા કરો.

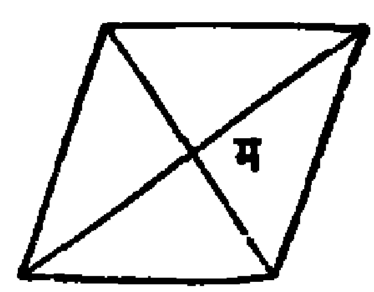
---

* અમુક આપેલી શરત સપૂર્ણ કરે એવા બિંદુઓનો જે માર્ગ તેને નિધાન કે કક્ષા કહે છે. એમા દુભાગનાર લીટી આપેલા બિંદુનુ નિધાન છે.

વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણમા સામસામેની બાજુ સમાન્તર હોય તેને સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ કહે છે

કોઇપણ જુદા જુદા સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ દોરો તેની સામસામેની બાજુ અને ખુણાઓ માપો અને સરખાવો તેના કર્ણ દોરો. આ કર્ણ અને બાજુઓની વચ્ચેના ખુણા માપી સરખાવો. આ પ્રયોગ જુદી જુદી આકૃતિઓ કાઢી કરો. આ ઉપરથી સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ વિષેનો કયો નિયમ માલમ પડે છે ? "સામસામેની બાજુ અને ખુણા બરાબર છે" "કર્ણથી થતા વ્યુત્ક્રમ ખુણા બરાબર છે" કર્ણથી થતા બન્ને ત્રિકોણો અરસપરસ લઇ સરખાવો એક ત્રિકોણ કાપી કાઢી બીજા ઉપર બરાબર બેસે એમ મૂકો જુદી જુદી આકૃતિઓ લઈ આ પ્રયોગ કરો શુ અનુમાન કરો છો ? "બન્ને ત્રિકોણો સર્વસમાન છે"

નોંધ. સંજ્ઞા–સમાન્તર સીધી લીટીઓને માટે ‖ (ઉભી બે લીટી)નું ચિહ્ન વપરાય છે, અને સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ માટે ‖કોણ અથવા સ૦ ચ૦ વપરાય છે



अबकड એક સ૦ ચ૦ લો अक સાધો, अड, कब કેવી લીટી છે ? ત્યારે ∠डअक, ∠अकब બરાબર છે ? કારણ ? अब, डक કેવી લીટી છે ? ત્યારે ∠बअक, ∠अकड બરાબર છે ? કારણ ? अकનુ મધ્યબિંદુ म લો अबकड સ૦ ચ૦ની નકલ કાગળ પર લો આ નકલને અર્ધા વર્તુળમાથી, એટલે બે કાટખુણામાથી ફેરવો. अकનુ म શુ છે ? મધ્યબિંદુ ત્યારે अ, क ઉપર પડે છે ? ∠डअक = ∠अकब છે ત્યારે अड, कब ઉપર પડે છે ? અને ∠बअक = ∠अकड, ત્યારે अब, कड ઉપર પડે છે ? मअ કયા પડે છે ? मक ઉપર. ड કયા પડે છે ? ब ઉપર. ब કયાં પડે છે ? ड ઉપર. क કયા પડે છે ? अ ઉપર.

बक કોની બરાબર થાય છે ? डअनी. अब કોની બરાબર થાય છે ? कडनी ∠ब ક્યાં પડે છે ? ∠ड ઉપર અને ∠बअड ક્યાં પડે છે ? ∠डकबनी ઉપર. ત્યારે આપો નકલ કરેલો સ૦ ચ૦ મૂળ સ૦ ચ૦ ઉપર બરાબર પડે છે ? હા. અને ड, ब ઉપર પડે છે અને ब, ड ઉપર પડે છે ત્યારે मब, કોની બરાબર છે ? मडनी. આ પ્રયોગ જુદા જુદા સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ લઈ કરો. આ ઉપરથી શા નિયમ ઉપર આવો છો ?

"કોઇપણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં

(ક) સામસામેની બાજુ બરાબર છે.

(ખ) સામસામેના ખુણા બરાબર છે.

(ગ) દરેક કર્ણ સ. ચ.ના બે સરખા ભાગ કરે છે અને

(ઘ) કર્ણો અરસપરસ દુભાગે છે."

(ख). જુદી જુદી જાતના સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણો.

अब, अक બે સરખી લીટી કાટખુણે દોરો. बमांथी बड, अकनी સમાન્તર અને कमाथी कड, अबनी સમાન્તર લીટી દોરો.

अबकड સ ચ છે ? હા. अबकडना બાજુ અને ખુણા માપો. શું માલમ પડે છે ? બધી બાજુ સરખી છે અને બધા ખુણા કાટખુણા છે. આ આકૃતિને **ચોરસ** કે **સમચોરસ** કહે છે.

કાગળમાથી બે સરખા ચોરસ કાપી એકને બીજા ઉપર જુદી જુદી રીતે ગોઠવો શું અનુમાન કરો છો ? બન્ને ચોરસના બાજુ અને ખુણા બરાબર છે

अब, अक બે અસમાન લીટી કાટખુણે દોરો अबकड स. ચ. પુરો કરો. અને તેના બાજુ અને ખુણા માપી સરખાવો. શું અનુમાન કરો છો ? બધી બાજુઓ સરખી નથી પણ બધા ખુણા કાટખુણા છે આવી આકૃતિને **લંબ ચોરસ** કહે છે.

बग, अक સમાન લીટી કાટખુણા સિવાયનો કોઇપણ ખુણો કરે તેમ દોરો अबडक સ ચ પુરો કરો આવી આકૃતિને રોમ્બસ અથવા વિષમ ચતુરસ્ર કહે છે.

કોઇપણ લબ ચોરસ દોરી તેના બાજુ અને ખુણા સરખાવો. શુ અનુમાન કરો છો ? કોઇપણ રોમ્બસ દોરી તેના બાજુ અને ખુણા સરખાવો શુ અનુમાન કરો છો ? કોઇપણ સ ચ દોરી તેના બાજુ અને ખુણા સરખાવો શુ અનુમાન કરો છો ?

"લબ ચોરસમા સામસામેની બાજુ સરખી છે અને ખુણા કાટખુણા છે" "રોમ્બસમાં બધી બાજુઓ સરખી છે અને સામસામેના ખુણા સરખા છે" "કોઇપણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેનાજ બાજુ અને ખુણા સરખા છે"

પ્રશ્નો.

૧. નીચેના માપની બાજુઓ પર સમચોરસ દોરો —
૫·૭ સે મી, ૪·૮ સે મી, ૩·૪", ૨ ૭', ૯ ૭ સે મી; ૩·૧", ૨૫ મી મી, ૮·૧ સે મી., ૫·૧", અને ૩ ૯"

૨ નીચે પાસેપાસેની બે બાજુઓ આપી છે તો લબચોરસ દોરો —
૩·૨ સે મી, ૭ સે. મી, ૪ ૫", ૩·૭", ૨ ૩", ૪·૧"; ૮·૯ સે મી, ૧·૪ સે. મી, ૭ ૮", ૫·૩", ૬·૧", ૩·૧", ૧·૯'', ૨·૩", ૨૨મી મી, ૩૯ મી મી, ૩·૯", ૨·૭".

૩. નીચેના માપ ઉપરથી રૉમ્બસ દોરો —
$\angle$ अ = ૫૧°, અ = ૫·૧'', $\angle$ ब = ૧૧૫°, બ = ૩·૨",
$\angle$ क = ૭૨°, ક = ૭·૦ સે મી, $\angle$ ड = ૬૮°, ડ = ૯·૭ સે મી.

૪ નીચેના માપ ઉપરથી સ૰ ચ૰ દોરો —
(૧) $\angle$ ड = ૩૫°, ક = ૪·૩", ડ = ૩ ૯".
(૨) $\angle$ क = ૬૭°, અ = ૭·૮ સે મી., બ = ૭·૧ સે. મી.;
(૩) $\angle$ क = ૧૧૫°, ક = ૯·૩ સે મી., બ = ૬·૧ સે. મી.;
(૪) $\angle$ ब = ૭૧°, અ = ૩·૫", બ = ૨·૭'',
(૫) $\angle$ अ = ૯૭°, બ = ૪·૨'', ક = ૩·૫".

૫. જાડા કાગળમાથી ચાર પટી કાપી કાઢી એક સ૦ ચ૦ બનાવેા. તેને મચડી એક ખુણેા કાટખૂણેા કરેા બાકીના ખુણા માપેા

૬ ઉપર પ્રમાણે એક સ૦ ચ૦ બનાવી મચડી એક લંબચેારસ બનાવેા

૭ એક સમચેારસ ચેાકઠુ બનાવી તેને સહેજ મચડેા. કેવી આકૃતિ થાય છે તે કહેા

(ગ) ચેારસ વગેરેના અન્ય ગુણ.

ચેારસ, લંબચેારસ, રેામ્બસ અને સ૦ ચ૦ના કર્ણો દેારેા. કર્ણના ભાગેા માપેા ને સરખાવેા. આખા કર્ણોને સરખાવેા. દરેકને વિષે શેા નિયમ નીકળે છે ?

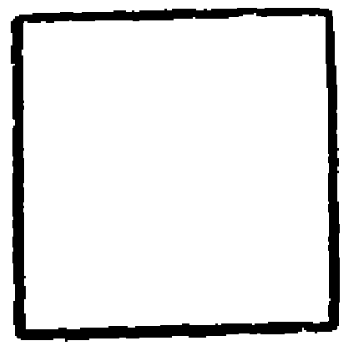
"ચેારસના કર્ણો સરખા હેાઈ કાટખુણે અરસપરસ દુભાગે છે"

"લંબચેારસના કર્ણો સરખા હેાઇ ફ્કત અરસપરસ દુભાગે છે."

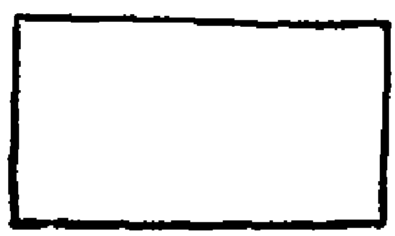
"રેામ્બસના કર્ણો અસમાન હેાઇ અરસપરસ કાટખુણે દુભાગે છે."

"સ. ચ.ના કર્ણો અસમાન હેાઇ ફ્કત અરસપરસ દુભાગે છે"

વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કેાણુની બધી બાજુ સરખી હેાય અને બધા ખુણા કાટખુણા હેાય તેને ચેારસ કે સમચેારસ કહે છે.



વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કેાણુના બધા ખુણા કાટખુણા હેાય પણ પાસેપાસેની બાજુ સરખી ન હેાય તેને લંબચેારસ કહે છે.

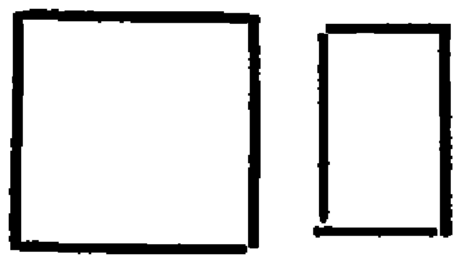


વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કેાણુની બાજુએા સરખી હેાય પણ ખુણા કાટખુણા ન હેાય તેને રેામ્બસ કે વિષમ ચતુરસ્ર કહે છે.

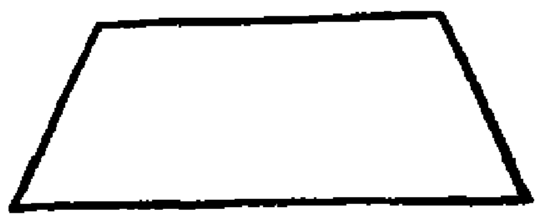




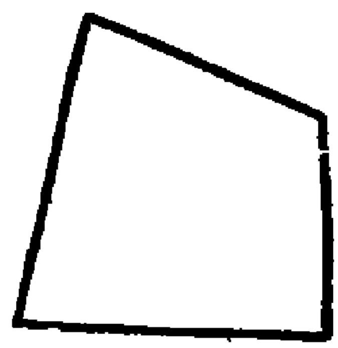
વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણુની સામેસામેની બાજુઓ સમાન્તર હોય અને ખુણા કાટખુણા હોય કે ન હોય તેને **સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણુ** કે **ચોખુણુ** કહે છે



વ્યાખ્યા-જે ચતુષ્કોણુમા બધા ખુણા કાટખુણા હોય તેને **કાટખુણુ ચોખુણુ** કહે છે



વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણુની ફક્ત બેજ બાજુઓ સમાન્તર હોય તેને **ટ્રાપિજ્યમ** કહે છે



વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણુની કોઇપણ બાજુઓ સમાન્તર ન હોય તેને **વિષમબાજુ ચતુષ્કોણુ** કે **ચોખુણુ** કહે છે

ઉપરની વ્યાખ્યા પ્રમાણે આપેલી ચોરસ, લબચોરસ, રોમ્બસ, સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણુ, કાટખુણુ ચોખુણુ, ટ્રાપિજ્યમ અને વિષમબાજુ ચતુષ્કોણુની આકૃતિઓ બરાબર આવે ત્યા સુધી પહેલા સાહિત્યોથી અને પછી હાથથીજ પેન્સીલ કે પેનથી કઢાવો

ઉપરની વ્યાખ્યાઓમા નિયમિત પ્રકારનો ચતુષ્કોણુ જે શરૂઆતમાં કહ્યો છે તે સિવાય જે ચતુષ્કોણુના ગુણો નિયમિત હોય તેવો ચતુષ્કોણુ કોઇ બીજો થઇ શકે કે નહિ તે કહો

સ૦ ચ૦ અને ટ્રાપિજ્યમની આકૃતિઓ ફક્ત હાથથીજ કાઢો. ચોરસ અને લબચોરસ એ બન્નેને માટે કયો એકજ શબ્દ વાપરીએ તો ચાલે ? કાટખુણુ ચોખુણુ

બધા કાટખુણુ ચતુષ્કોણુમા કયો ગુણુ સામાન્ય છે ?

બધા ખુણા કાટખુણા છે અને કર્ણો બરાબર છે

ચોરસ અને રોમ્બસ કયા કયા ગુણુમા મળતા આવે છે ?

બધી બાજુઓ સરખી છે અને કર્ણો કાટખુણે દુભાગે છે.

કયા કયા ગુણોમા એ બન્ને જુદા પડે છે ?

બધા સ.ચ.ના કયા કયા ગુણુ છે ?

સામસામેની બાજુ અને સામસામેના ખુણા સરખા છે.

લબચોરસ અને સ.ચ મા શો તફાવત છે ? શુ મળતાપણુ છે ? નીચેના કોઠામા બતાવેલા ખાનામા કયા કયા ગુણુ કયી કયી આકૃતિને લાગુ પડે છે તે "હા," "ના," કે "શકય" શબ્દ લખી બતાવો —

આકૃતિ	સામસામેના ખુણાને બાજુ બરાબર	કર્ણો એક બીજાને દુભાગે છે	ખુણા કાટખુણા છે	કર્ણો બરાબર છે	કર્ણો કાટખુણે છેદે છે	પાસેપાસેની બાજુ બરાબર છે.
સ૦ચ૦						
લબ-ચોરસ						
સમ ચોરસ						
રોમ્બસ						

નીચે પ્રમાણેનો એકેક પક્ષ લઈ ચતુષ્કોણુ આકૃતિ દોરો —

(૧) સામસામેની બાજુઓ બરાબર હોય, કે

(૨) સામસામેના ખુણા સરખા હોય, કે

(૩) સામસામેની બેજ બાજુ બરાબર અને સમાન્તર હોય; કે

(૪). કર્ણો અરસપરસ દુભાગે.

આ પ્રમાણેની જુદી જુદી ચતુષ્કોણ આકૃતિ દોરી તેની બાજુઓ સમાન્તર છે કે નહિ તે જુઓ. દરેક જાતની આકૃતિ વિષે શો નિયમ નીકળે છે ?

(૧) સામસામેની બાજુઓ બરાબર હોય તો ચતુષ્કોણ સ.ચ છે.

(૨) સામસામેના ખુણાઓ બરાબર હોય તો ચતુષ્કોણ સ.ચ. છે.

(૨) સામસામેની બેજ બાજુ બરાબર અને સમાન્તર હોય તો ચતુષ્કોણ સ. ચ. છે.

(૪) કર્ણો અરસપરસ દુભાગે તો ચતુષ્કોણ સ. ચ છે.

પ્રશ્નો.

૮. નીચેના માપ ઉપરથી કાટખુણ ચતુષ્કોણ દોરો —

બાજુઓ ૩·૫" અને ૨·૪", ૪·૭" અને ૫ ૩", ૭·૮" અને ૪·૧"

૪·૧ સે મી અને ૩ ૮ સે મી, ૯ ૯ સે મી અને ૬·૩ સે. મી.

૯. નીચેના માપ ઉપરથી સ૦ ચ૦ દોરો —

બાજુઓ ૪·૧" અને ૩·૩" અને એ બાજુઓની વચ્ચેનો ખૂણો ૭૫°;

બાજુઓ ૬·૧" અને ૫ ૩" અને એ બાજુઓનો અતર્ખુણો ૧૧૨°

બાજુઓ ૧૩·૩ સે મી ને ૧૦·૧ સે મી અને બાજુઓનો અતર્ખુણો ૬૭°

બાજુઓ ૮·૫ સે મી.ને ૮·૩ સે મી અને એ બાજુઓનો અતર્ખુણો ૪૫°

૧૦ નીચેના માપ ઉપરથી ચતુષ્કોણ દોરો —

નોંધ. [अबकड ચતુષ્કોણમા ∠अ, ∠ब, ∠क, ∠ड છે અને अब, बक, कड, डअને અનુક્રમે અ, બ, ક, ડ, કહી છે]

(૧) અ = ૬·૩ સે. મી., ∠ब = ૮૨°, બ = ૮·૨ સે મી, ∠क = ૯૦° અને ક = ૭·૭ સે. મી

(૨) અ = ૪·૧", બ = ૩·૫", ડ = ૨·૭", ∠अ = ૬૫° અને ∠ब = ૯૦°.

(૩) ∠ब = ૧૧૨°, બ = ૨·૧". ∠क = ૯૧°, ड = ૯૯° અને ક = ૨·૭".

(૪) ડ = ૫·૧", ∠अ = ૭૧°, ∠क = ૫૫°, અ = ૪·૭" અને ∠ब = ૧૧૫°.

(૫) ∠ब = ૯૧°, ∠अ = ૭૫°. ∠क = ૭૨°, ડ = ૭·૨ સે. મી. અને અ = ૪ ૩ સે. મી.

(૬) અ = ૨·૭″, બ = ૨·૩″, ક = ૪ ૩″, ∠ब = ૧૧૫°. અને ડ = ૩·૪″.

(૭) અ = ક = ડ = ૪·૯ સે મી., ∠अ = ૭૫° અને ∠ब = ૫૧°.

(૮) ∠क = ૫૫°, ∠अ = ૬૯°, ક = ૪·૦″, અ = ૭·૩″ અને ડ = ૩·૫″.

(૯) બ = ૧·૨″, अब = ૩·૮″, ∠ब = ૭૫°, ડ = ૨·૭″, અને ક = ૨·૫″.

(૧૦) बक = ૩·૩″, ∠क = ૧૧૩°, ∠ब = ૭૨°, અ = ૨·૭″ ને ∠अ = ૭૬°

૧૧ નીચેના ચતુષ્કોણો દોરો —

(૧) અ = ક = ૭·૨ સે. મી., બ = ડ = ૩·૯ સે મી. અને बड = ૪·૨ સે. મી.

(૨) અ = ડ = ક = ૨·૧ સે. મી, अक = ૨·૭ સે મી, બ = ૩ ૨ સે. મી.

(૩) અ = બ = ક = ડ = ૬·૧ સે મી અને अक = ૮·૩ સે. મી.

(૪) અ = ૫·૧″, બ = ૬·૨″, ક = ૬·૦″, ∠ब = ૭૨°, ∠क = ૫૧°.

(૫) અ = બ = ક = ૩·૭″, कअ = ૪·૨″, ∠अ = ૧૫૨°.

પ્રકરણ ૨જું.

ભૂમિતિનાં મૂળ તત્ત્વો.

સૂચના આ ભાગ પ્રાયોગિક ભાગ થઇ ગયા પછી શીખવવો.

ભૂમિતિશાસ્ત્ર. એક દોરી બીજી કરતા કેટલી મોટી છે તે તેની લંબાઇ ઉપરથી આપણે કહી શકીએ છીએ. એક મેદાન બીજા કરતા કેટલું મોટું છે તે તેની લંબાઈ અને પહોળાઇ ઉપરથી જાણીએ છીએ, વળી એક ટેબલ બીજા કરતા કેટલું મોટું છે તે તેની લંબાઇ, પહોળાઇ અને ઉંચાઇ ઉપરથી જાણીએ છીએ તેમજ એક ઘન બીજા કરતા કેટલો મોટો છે તે તેની લંબાઇ, પહોળાઇ અને જાડાઇ ઉપરથી આપણે કહી શકીએ છીએ લંબાઇ, પહોળાઇ અને જાડાઇ ઉપરથી એક પદાર્થ મોટો છે કે નાનો છે તે વિષે જે નિયમો છે તે નિયમો આપણે જાણવા જોઇએ. આ નિયમો દરેક પદાર્થની લંબાઇ, પહોળાઇ અને તેની વચ્ચેના ખુણાના જે ગુણો ઉપરથી નક્કી થાય છે તે ગુણોનું

વર્ણન કરવુ એ **ભૂમિતિશાસ્ત્રનુ** કામ છે [ભૂ=પૃથ્વી, જમીન; અને મિતિ=માપણી] ભૂમિતિ એટલે જમીનની માપણી. જમીન માપવાને માટે પદાર્થની લબાઇ, પહેાળાઈ, જાડાઇ અને ખુણા ઉપરથી પરિમાણેા કેમ મપાય છે તે સબધી કાંઇ નિયમેા હેાય છે અને એ નિયમેાનું વિવેચન જે શાસ્ત્રમા હેાય છે તેને ભૂમિતિ કહે છે.

પદાર્થ.

વર્ગમા પડેલી પાચ દશ વસ્તુઓ બતાવેા એ દરેકને આકાર કે રૂપ છે ? હા બીજી બહારની વસ્તુઓના નામ આપેા એ વસ્તુઓને આકાર કે રૂપ છે ? હા એ બધી વસ્તુઓને **પદાર્થ** કહે છે, કારણ કે તેઓને રૂપ અથવા આકાર છે.

આ ઘન જુઓ એ ઘન કાંઈ જગ્યા રેાકે છે ? હા જેવડી જગ્યા એ રેાકે છે અથવા જેવા પ્રકારની જગ્યા એ રેાકે છે તેવેા તેનેા **આકાર** છે. આ ગેાળ જુઓ એ કેવી જગ્યા રેાકે છે ? ગેાળ. તેથી તેનેા આકાર ગેાળ છે આ પેટી જુઓ એ કેવી જગ્યા રેાકે છે ? ચેાખુણુ. તેથી તેનેા આકાર ચેાખુણુ છે. જે પદાર્થ જેવા પ્રકારની જગ્યા રેાકે છે તેવેા આકાર તેને પ્રાપ્ત થાય છે પાણીને એક ઘડામા રેડેા પાણીને કેવેા આકાર પ્રાપ્ત થયેા ? ઘડાના અદરના ભાગ જેવેા એજ પાણીને કાઢીને તપેલામા રેડેા. હવે તેનેા કયેા આકાર થયેા ? તપેલાના જેવેા. આ ઉપરથી બધા પદાર્થને માટે કાઇ સામાન્ય નિયમ નીકળે છે ? હા. શેા ? **દરેક પદાર્થ કાંઇપણુ જગ્યા કે અવકાશનેા ભાગ રેાકે છે અને તેને કાંઈ આકાર હેાય છે.**

બબ્બે સરખી લબાઇ, પહેાળાઇ અને જાડાઈના કકડાની ત્રણુ જોડ લેા. એક જોડના એક કકડાને લબાઇ ઉપરથી થેાડેાવત્તેા કાપી કાઢેા. આ બે કકડામા હવે શેા ફેર છે ? એક બીજા કરતા વધારે લાબેા છે. બીજી જોડના એક કકડાને પહેાળાઇ ઉપરથી થેાડેાવત્તેા કાપી કાઢેા. આ બે કકડામા શેા ફેર છે ? એક બીજા કરતા વધારે પહેાળેા છે ત્રીજી જોડના એક કકડાને જાડાઈ ઉપરથી ઓછેાવત્તેા કાપી કાઢેા આ બે કકડામા શેા ફેર છે ? એક બીજા કરતાં

વધારે જાડો છે. આ પ્રમાણે દરેક પ્રયોગ બે ત્રણ વખત કરી એક પદાર્થ બીજા કરતા કેટલો મોટો છે તે માપવા માટે દરેક પદાર્થનો નીચેનો સામાન્ય નિયમ ઠસાવો. "**દરેક પદાર્થને લંબાઈ, પહોળાઇ અને જાડાઈ હોય છે.**" આ ત્રણ પરિમાણોવાળા ઘણાએક પદાર્થ બતાવવાને વિદ્યાર્થીને કહો. સર્વ પદાર્થને ત્રણ પરિમેય હોય છે તેથી તે ત્રિપરિમેયાત્મક કહેવાય છે.

જુદી જુદી લબાઇના, પહોળાઇના અને જાડાઇના પદાર્થો બતાવો. કેટલાક પદાર્થો એવા બતાવો કે તેના પરિમેયો બહુજ બારીક હોય. પૂછો કે કોઈ એવો પદાર્થ બતાવશો અથવા કહેશો કે જેને બિલકુલજ લંબાઈ, પહોળાઇ કે જાડાઈ ન હોય. કોઇજ નહિ

લંબાઈ, પહોળાઇ અને જાડાઈ.

કોઇપણ પદાર્થ લો, એની એક બાજુ બતાવો, આ બાજુને **લંબાઈ** કહે છે અને આ બન્નેને કાટખુણે મળતી આ આડી બાજુને **પહોળાઈ** કહે છે અને આ બાજુને કાટખુણે મળતી અથવા આ ઉભી બાજુને **જાડાઈ** કહે છે આ પ્રમાણે લબાઇ, પહોળાઇ અને જાડાઇ ગણવાનો સામાન્ય નિયમ છે પણ પદાર્થની સૈાથી મોટી બાજુને લબાઈ, તેથી નાની બાજુને પહોળાઇ અને સૈાથી નાની બાજુને જાડાઇ કહીએ છીએ, તોપણ વિદ્યાર્થીના મનમા બરાબર ઠસાવવુ કે કોઇપણ બાજુને લબાઇ, કોઇપણ બીજી બાજુને પહોળાઇ અને બાકીની ત્રીજી બાજુને જાડાઈ તરીકે લઇએ તોપણ તે ચાલે છે

પૃષ્ઠ કે સપાટી.

વર્ગની અદરની અને બહારની થોડીએક ચીજો લઇ નીચે પ્રમાણે પ્રશ્નો કરો આ ગોળનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે? આ પેટીનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે? આ પાટીઆનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે? આ ધનનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે? આ અર્ધ ગોળનો આકાર બધી બાજુએ સરખો

લાગે છે ? આ ચોપડીનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે ? આ પૈસો ઉપરથી જોતા કેવો દેખાય છે ? આ ખડીઓ લંબાઇ ઉપરથી જોતા કેવો દેખાય છે ? આ પેટી પહોળાઇ ઉપરથી જોતા કેવી દેખાય છે ? વગેરે ગોળ બધી બાજુએ સરખોજ દેખાય છે, પરતુ બીજી બધી વસ્તુઓ સરખી દેખાતી નથી આ પદાર્થ બધી બાજુએ સરખા દેખાતા નથી એનુ શું કારણ છે ? એની બાજુઓ જુદા જુદા પ્રકારની છે, એટલે એના પૃષ્ઠ જુદા પ્રકારના છે. આ ઉપરથી પદાર્થનો બીજો કયો ગુણ માલમ પડે છે ? **પદાર્થને પૃષ્ઠ અથવા બાજુ* હોય છે.**

જુદા જુદા નીચેના પદાર્થ બતાવી નીચે પ્રમાણે પ્રશ્નો કરો –

આ પેટીને કેટલા પૃષ્ઠ છે ? આ ઘનને કેટલા છે ? આ પાટીઆને કેટલા છે ? આ પૈસાને કેટલા છે ? આ ગોળને કેટલા છે ? આ અર્ધ-ગોળને કેટલા છે ? આ + દંડગોળને કેટલા છે ? વગેરે. ગોળને એક પૃષ્ઠ છે. અર્ધગોળને બે છે. પેટી અને ઘનને છ છે પૈસાને ત્રણ છે. દંડગોળને ત્રણ છે અનેક પૃષ્ઠ હોય એવા દાખલા આપો

ગોળ અને ઘનના પૃષ્ઠમા શો ફેર છે ? ઘનનુ પૃષ્ઠ સપાટ છે અને ગોળનુ પૃષ્ઠ વક્ર છે ત્યારે પૃષ્ઠના કેટલા પ્રકાર છે ? કયા કયા ? વક્ર પૃષ્ઠ અને સપાટ પૃષ્ઠ. સપાટ પૃષ્ઠના દશ બાર પદાર્થો બતાવો, અને દરેકને કેટલા કેટલા પૃષ્ઠો છે તે પૂછો. ઓછામા ઓછા કેટલા સપાટ પૃષ્ઠ પદાર્થમાં હોય છે ? ચાર ચારથી ઓછા સપાટ પૃષ્ઠ હોય એવો કોઇપણ બધાજ સપાટ પૃષ્ઠોવાળો પદાર્થ બતાવી શકો ખરા કે ? નહિ

આ બે પૃષ્ઠો (કોઈ પદાર્થ લઇ) જ્યા મળે છે તેને શુ કહો છો ? કોર એ કોર કોના જેવી દેખાય છે ? લીટીના જેવી ત્યારે બે પૃષ્ઠો જ્યા મળે ત્યા ભૂમિતિની કયી આકૃતિ થાય છે ? લીટી (વાંકી

---

* બાજુનો અર્થ સફાઈ અથવા કોર પણ થાય છે. માટે પૃષ્ઠ શબ્દ વાપરવો.

+ એક નળાકાર લાકડાનો કકડો જેના બે છેડાઓ સરખા, અને સમાન્તર વર્તુળ હોય.

અથવા સીધી) ત્રણે પૃષ્ઠો મળે ત્યા શું દેખાય છે ? છેડો. આ કોરો મળે છે ત્યા શુ દેખાય છે ? છેડો. છેડો ભૂમિતિની કયી આકૃતિ પ્રમાણે દેખાય છે ? બિંદુ પ્રમાણે.

ઘન, વિષમ ઘન, શકુ, પેટી, સેટસ્કવેરો, વગેરે લઇને આ પ્રમાણે પ્રશ્નો કરો — આ પિરામિડમા કેટલા પૃષ્ઠ છે ? કેટલી કોરો છે ખુણા કેટલા છે ? છેડા કેટલા છે ? બબ્બે પૃષ્ઠો કયા કયા મળે છે ? કોર—લીટીમા. કોરો કયા કયા મળે છે ? છેડા–બિંદુમા. આ પિરામિડનાં કેટલા પૃષ્ઠો એકી વખતે સાથે દેખાય છે ? વગેરે.

આ ઉપરથી ઠસાવો કે કોઇપણ પદાર્થનો ઉપલો ભાગ પૃષ્ઠ હોય છે, પૃષ્ઠનો છેવટનો ભાગ લીટી, અને લીટીનો છેવટનો ભાગ બિંદુ હોય છે

આ પૃષ્ઠને લબાઇ છે ? હા. પહોળાઇ છે ? હા. જાડાઈ છે ? ના. (કોઇ વિદ્યાર્થી "હા" જવાબ આપે તો બરાબર સમજ પડે ત્યા સુધી ઉપલોજ પ્રયોગ કરતા જવુ.) એક વાસણમા પાણી ભરો. પાણીનું પૃષ્ઠ જુઓ આ પૃષ્ઠ વાસણના અદરના ભાગને અડકેલુ છે ? હા જે જગ્યાએ આ પૃષ્ઠ લાગેલુ છે ત્યા નીચે પાણી લાગેલું છે ? ઉપર હવા લાગેલી છે ? ત્યારે એ પૃષ્ઠની નીચે શુ છે ? પાણી ઉપર શુ છે ? હવા. પાણી પુરું થાય કે તરતજ હવા લાગેલી છે. માટે આ પૃષ્ઠને કાંઇ જાડાઇ છે ? એક કાચની બાટલીમા થોડુ પાણી અને થોડુ તેલ રેડો બતાવો કે જયા પાણી પુરૂ થાય છે ત્યાંથી તરતજ તેલ શરૂ થાય છે.

એક લાકડાનો કકડો લો તેને વ્હેરતા વ્હેરતા એવો કકડો કરો કે જાણે તેને બિલકુલ જાડાઇ રહેતી નથી એમ આપણે ધારીએ લબાઇ પહોળાઇવાળા આ કકડાને પૃષ્ઠ કહે છે. અને તેને જાડાઇ નથી (એવી કલ્પના કરેલી છે) એક ખેતરનુ ક્ષેત્રફળ કાઢવુ હોય તો આપણે ફક્ત લંબાઈ અને પહોળાઇનો વિચાર કરીએ છીએ પરતુ તેની જાડાઇનો બિલકુલ વિચાર કરતા નથી. આ પ્રમાણે ખેતરની માપણી કરવામા જેનો

વિચાર કરીએ છીએ તેનેજ પૃષ્ઠ કહે છે જમીન ઉપર જે છાયડો પડે છે તેને લબાઇ અને પહોળાઇ છે, પરતુ જાડાઇ નથી તેથી છાયડો એ પૃષ્ઠનો એક બહુ સારો દાખલો છે.

કોઇપણ પદાર્થ અને અવકાશની વચ્ચેની સીમાને શુ કહો છો? પૃષ્ઠ પૃષ્ઠને કેટલા પરિમેય છે? બે. પૃષ્ઠની કોરો કયી આકૃતિના જેવી દેખાય છે? લીટીના જેવી વર્તુળ, પરિઘ, વ્યાસ, કૈાસ, જયાને કેટલા પરિમેય છે? પાતળો કાગળ અને કાગળના ઉપર જે રગ દીધેલા છે તેને કેટલા પૃષ્ઠ છે?

વ્યાખ્યા—જેને ફક્ત લબાઇ અને પહોળાઇ હોય છે, પણ બિલકુલ જાડાઈ હોતી નથી તેને પૃષ્ઠ કે સફાઈ કહે છે

પૃષ્ઠના પ્રકાર.

બે સપાટ પૃષ્ઠની વસ્તુઓ લઈ એકને બીજીની ઉપર મુકો બે વક્ર પૃષ્ઠની વસ્તુઓ લઇ એકને બીજીની ઉપર મુકો એક સપાટ પૃષ્ઠને બીજા પૃષ્ઠની ઉપર આમતેમ ફેરવી જુઓ કે વચ્ચે ખાલી જગ્યા રહે છે? નહિ વક્ર પૃષ્ઠને બીજા વક્ર પૃષ્ઠની ઉપર મૂકી આમ તેમ ફેરવી જુઓ કે બન્ને પૃષ્ઠો એક બીજાની સાથે બરાબર વળગી જાય છે? નહિ ત્યારે સપાટ પૃષ્ઠ અને વક્ર પૃષ્ઠની વચ્ચે શો ફેર માલમ પડે છે? સપાટ પૃષ્ઠો એક બીજાની સાથે મેળવતા બરાબર મળી જાય છે, અને તેઓની વચ્ચે કાઇ ખાલી જગ્યા રહેતી નથી વક્ર પૃષ્ઠોને એક બીજાની ઉપર મેળવતા વચ્ચે ખાલી જગ્યા રહે છે

સપાટ પૃષ્ઠની ઉપર બે બિંદુ લો એ બિંદુઓમા ટાકણી મારી તેની સાથે દોરી બાધી એક સીધી લીટી દોરો આ લીટી પૃષ્ઠમા પડે છે કે બહાર? વક્ર પૃષ્ઠમા બે બિંદુઓ લો. તેમા ટાકણી મારી દોરી બાધી એક સીધી લીટી દોરો આ લીટી પૃષ્ઠમા પડે છે કે બહાર? એક વક્ર પૃષ્ઠ ઉપર બે બિદુ લો ઉપર પ્રમાણે દોરી બાધી જુઓ કે તેમાં કોઈપણ સીધી લીટી આવી શકે છે? આ ઉપરથી સપાટ પૃષ્ઠ અને વક્ર પૃષ્ઠની વચ્ચે શો ફેર માલમ પડે છે? એક ગોળના

ઉપર કોઇ પણ બે બિંદુઓ સાધીએ તો તે બિંદુઓની વચ્ચે કોઇ સીધી લીટી આવી શકે ખરી કે? નહિ. જે પૃષ્ઠ સપાટ અથવા સીધુ હોય તેને **સીધી** અથવા **સપાટ** સફાઇ કહે છે કોઇપણ સપાટ પૃષ્ઠને બધી બાજુએ તેની સીધી લીટીમાજ લબાવીએ તો જે જગ્યાએ પૃષ્ઠ પ્રસરે છે તે એ પૃષ્ઠની સફાઇમા જ છે એમ કહેવાય છે

લાબી ટુકી ત્રણ લાકડી લો અને તેને ઉભી જમીન ઉપર મુકો આ લાકડીના છેવટના ભાગમા શુ છે? બિંદુ આ લાકડીના ઉપલા છેડા પર એક પાટીઉ આડુ મુકો. લાકડીના છેડાના બિંદુઓની વચ્ચેથી જે પૃષ્ઠ જાય છે તેની સફાઈ પાટીઆની સફાઇમા છે એમ માલમ પડે છે. આ પ્રયોગ આમ પાચ જુદી જુદી રીતે કરો અને બતાવો કે પાટીઆ ઉપર આ ત્રણે બિંદુમાથી જતી સફાઈ આવે છે કોઇપણ સપાટ સફાઇમા બે બિંદુઓ લો આ બિંદુને સીધી લીટીથી સાધો, આ લીટીનો કોઇપણ ભાગ સીધી સપાટ સફાઇમાજ આવેલો છે એમ બતાવો. આ સીધી લીટીનો કોઇપણ ભાગ સપાટ સફાઇની બહાર જાય તો તે સપાટ સફાઇ નથી સપાટ સફાઇનુ આ મુખ્ય લક્ષણ છે

સપાટ સફાઈ નક્કી કરવાને ઓછામા ઓછા કેટલા બિંદુ જોઇએ? ત્રણ. તમારી ચોપડીની કયી બાજુ સપાટ સફાઇ છે? અર્ધગોળની કયી બાજુ સપાટ સફાઇ છે? જુદી જુદી લબાઇની લાકડીઓ લઈ ઉભી જમીન ઉપર મૂકો. તેના ઉપલા છેડાઓ ઉપર એક પાટીઉ આડું મુકો. લાકડીના બધા છેડાઓ આ પાટીઆની સફાઇમાજ છે? નહિ થોડાક છે અને થોડાક નથી. આ ઉપરથી માલમ પડશે કે લાકડીઓના બધા છેડાઓ એકજ સફાઇમા નથી જુદા જુદા ત્રણ છેડાઓના બિંદુઓ ઉપર પાટીઉ મૂકી બતાવો કે આ ત્રણ બિંદુઓમાથી જતી સફાઇ બીજા છેડાઓના બિંદુમાથી જતી નથી, કારણ શુ? આ પ્રયોગ ઉપરથી સફાઇનો વિચાર બરાબર ઠસાવો

ટેબલના ઉપલા પાટીઆની સફાઇને આજુબાજુ દિવાલ અને બીજા પદાર્થોના જે ભાગ છે તે બતાવો ટેબલના બે પગની નીચે બે

પથરા મૂકી ટેબલને એક બાજુથી ઉંચુ કરો. ટેબલની ઉપરના પાટીઆની સફાઈની આજુબાજુ દિવાલ અને બીજા પદાર્થોના જે ભાગ આવે છે તે બનાવો એક પાટીઆને ભીંતની સાથે જુદી જુદી રીતે મૂકો અને પાટીઆની સફાઈમાથી ભીંતનો જે ભાગ જાય છે તે બતાવવા વિદ્યાર્થીને કહો. ભીંત સફાઇ છે કે નહિ તે જાણવાને માટે શુ કરવુ જોઈએ ?

એક વાસણમાં પાણી ભરો પાણીના પૃષ્ઠની સફાઇ ક્યાં છે ? એક કાગળનો કકડો લો આ કકડો સફાઇ છે એમ સમજો. કાગળ પાણીમાં વાંકો રાખી ડુબાવો. પાણીનુ પૃષ્ઠ કાગળના પૃષ્ઠથી છેદાય છે ? હા. આ બે સફાઇઓ જ્યા અરસપરસ છેદે છે તે જગ્યાએ કેવી આકૃતિ માલમ પડે છે ? લીટી એક વક્ર અને એક સીધુ, અથવા બન્ને પૃષ્ઠો અરસપરસ છેદે તેમ બે પ્રયોગ કરો જ્યા તેઓ છેદ છે ત્યા કેવી આકૃતિ છે ? લીટી. એ બધીજ સીધી લીટી છે ? ના, કોઇ વક્ર અને કોઇ સીધી છે.

લીટી (સીધી અથવા વક્ર.)

પાટીઆ ઉપર પટી મુકી ચાકથી પાટીઆ ઉપર એક બિંદુ મુકો. ચાકને સહેજ સહેજ આગળ ખસેડી પાટીઆ ઉપર બીજા બિંદુઓ મુકો. આ બિંદુઓથી લીટી દોરો આ ટપકાઓની વચ્ચે જે જગ્યા છે તેમાં ફરીથી પાસેપાસે બિંદુઓ મુકો પહેલા કરતા બિંદુઓની વચ્ચે અંતર ઓછા થયા છે ? એ પ્રમાણે પાસેપાસે બિંદુઓ મુકી બિંદુઓ તદ્દન નજીક નજીક આવી જાય તેમ એક લીટી બનાવો આ પ્રયોગમા લીટી કેમ બની છે તે વિષે શુ અનુમાન કરો છો તે પૂછો

પાટીઆ ઉપર બે બિંદુઓ લો તેને સીધી લીટીથી સાંધો, અને વચ્ચેથી વાંકી લીટીઓ દોરો દોરીથી આ બધી લીટીઓ માપો કયી લીટી સૌથી નાની છે ? સીધી લીટી. એ સીધી લીટી કરતા નાની લીટી એ બિંદુઓની વચ્ચે દોરો દોરાય ખરી કે ? નહિ આ પ્રયોગ પરથી સીધી લીટીનો કયો ગુણ માલમ પડે છે ? ગમે તે બે બિંદુની વચ્ચેની

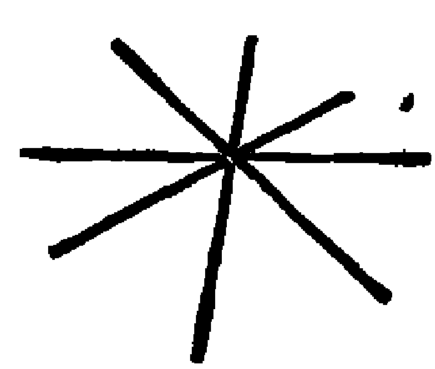
જે જે લીટીઓ કાઢીએ તે તે લીટીઓની લબાઈ ઉપરથી કહો કે કયી લીટી સીધી છે

પાટીઆ ઉપર બે બિંદુઓ લો તેમા બે ટાકણીઓ મારો. આ ટાકણીની આજુબાજુ એક દોરી ખેચી બાધો એ દોરીના કરતા સહેજ લાબી એક બીજી દોરી એ ટાકણીની આજુબાજુ બાધો આ બે દોરીથી જે લીટી થાય છે તેમા કયી સીધી લીટી જેવી દેખાય છે? બે બિંદુઓની વચ્ચે એક સીધી લીટી અને બીજી ઘણી વાકી લીટી દોરો એ બધી લીટીઓમા કયી સૌથી નાની છે એ જાણવાને કયો નિયમ આ પ્રયોગ પરથી માલમ પડે છે?

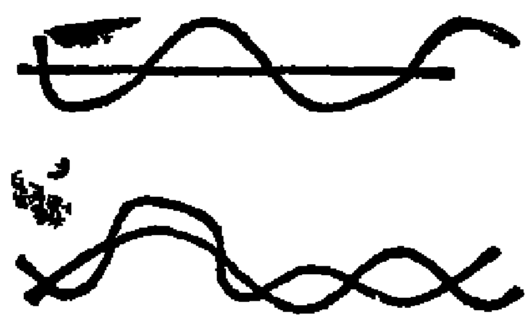
પાટીઆ ઉપર બે બિંદુ લો. તેમા ટાકણી મારો અને તેની આસપાસ એક દોરી ખેચી બાધો. બીજી દોરી પણ તેની આસપાસ ખેચી બાધો અને બન્ને દોરી એક બીજી સાથે બરાબર મળી જાય છે કે જુદે જુદે સ્થાને પડે છે? આ ઉપરથી બે બિંદુની વચ્ચે જુદી જુદી સીધી લીટી કેટલી દોરી શકાય છે તે વિષે શુ સમજ પડે છે? બે **બિંદુની વચ્ચે એકજ સીધી લીટી દોરી શકાય છે.**

બે બિંદુ લઈ તેને સીધી લીટીથી સાધો અને ફરીથી તે બન્નેને સીધી લીટીથી સાધો. આ બન્ને લીટીઓ એક બીજીથી જુદી જુદી છે? ત્યારે બે બિંદુની વચ્ચે બીજી કોઈ સીધી લીટી દોરી શકાય ખરી? નહિ. સીધી લીટીનો કયો બીજો ગુણ આ ઉપરથી માલમ પડે છે?

બે ત્રણ સીધી લીટીઓ અરસપરસ છેદે તેમ દોરો આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે એક વાકી લીટીને બીજી એક વાકી લીટી અથવા સીધી લીટી છેદવા દો. બે સીધી લીટીઓ કેટલા બિંદુમા છેદે છે? એકજ. વક્ર લીટી કેટલા બિંદુમાં છેદે છે? ઘણા. ત્યારે એક કરતા વધારે બિંદુમા છેદે તેમ સીધી લીટી દોરી શકો ખરા કે? નહિ. આ ઉપરથી સીધી લીટીનો કયો ગુણ માલમ પડે છે?



બે સીધી લીટીઓ એક કરતા વધારે બિંદુમા છેદી શકે નહિ.



બે સીધી લીટીઓ ગમે તેમ દોરી તે સફાઇનો કોઇપણ ભાગ રોકે છે કે નહિ તે જુઓ આજુબાજુની જગ્યાઓ રોકાય તેમ બે સીધી લીટી દોરી જુઓ મર્યાદિત થાય છે? નહિ. બે વક્ર લીટી દોરી આસપાસની જગ્યા રોકાય છે કે નહિ? હા આ ઉપરથી સીધી લીટી અને વક્ર લીટીના કયા કયા ગુણ માલમ પડે છે? **બે સીધી લીટીથી સફાઇનો ભાગ રોકી શકાતો નથી;** પરંતુ વાંકી લીટોથી તે રોકી શકાય છે

એક આંખ બંધ કરી બીજી આંખ આગળ ફુટપટીની સીધી કોર અથવા પાટીઆની સીધી કોર બન્ને છેડા આંખનીજ લીટીમા આવે તેમ રાખો એજ માફક એક વાંકી લીટી પણ આંખ અને તેના છેડા બરાબર સીધી લીટીમા આવે તેમ ધરો જુઓ કે બન્નેમા શો ફેર પડે છે?

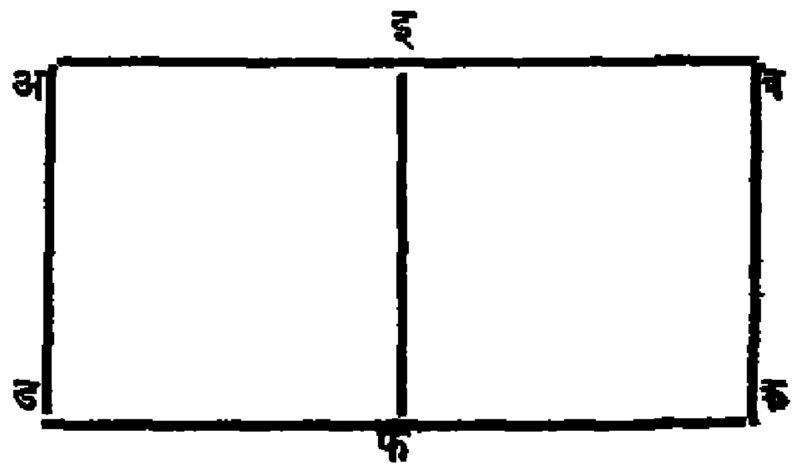
એક સીધી દોરો પાતળા કાગળ પર બરાબર તેની નકલ કરો. અને સળ વાળી તેના ચાર પાચ ભાગ કરો. દરેક ભાગને બાકીના ભાગો ઉપર આમ તેમ ઉપર નીચે રાખી મેળવો મેળવના કોઇપણ વખતે બન્ને ભાગની વચ્ચે કાંઇ ખાલી જગ્યા રહે છે ખરી? નહિ એક વક્ર લીટી લઇ પાતળા કાગળ ઉપર તેની નકલ કરી સળથી ચાર પાચ ભાગ કરી ઉપર પ્રમાણે તેના ભાગો અરસપરસ બધી રીતે સરખાવો. બન્ને ભાગોની વચ્ચે કાઇ જગ્યા રહે છે ખરી? હા ત્યારે આ બન્ને પ્રયોગ પરથી સીધી અને વક્ર લીટીની વચ્ચે શો ફેર માલમ પડે છે? સીધી લીટીનો કોઇપણ ભાગ તેના બીજા કોઇપણ ભાગ ઉપર બરાબર મળી જાય છે ત્યારે વક્ર લીટીના ભાગોની વચ્ચે ખાલી જગ્યા રહી જાય છે.

વ્યાખ્યા—જે લીટીનો કોઇપણ ભાગ ઉંચકીને બીજા ભાગ ઉપર છેડાઓ બરાબર રાખી મેળવતા બન્ને ભાગો બરાબર મળી જાય તે લીટીને **સીધી લીટી** કહે છે

એક બિંદુ अ લો, अમાંથી જે સીધી લીટી દોરીએ તે કયી દિશામા જાય છે? મરજી પડે તે દિશામા ત્યારે એકજ બિંદુ ઉપરથી કોઈ સીધી લીટીની દિશા નક્કી થઇ શકે? નહિ ત્યારે સીધી લીટી નક્કી કરવાને માટે ઓછામા ઓછા કેટલા બિંદુ જોઇએ? બે. अ, ब બે બિંદુની વચ્ચે સીધી લીટી કેવી રીતે દોરશો?

બે લીટી આપી હોય તો તેમા સીધી કયી અને વક્ર કયી તે પારખવાને માટે તેના છેડાની આસપાસ દોરી કેવી રીતે બાધશો? એક છોકરાથી બીજા છોકરા સુધી સીધી લીટી દોરવી હોય તો તે કેવી રીતે કાઢશો? બાગમા ઝાડો સીધી લીટીમા છે કે નહિ તે જાણવા માટે માળી શુ કરે છે?

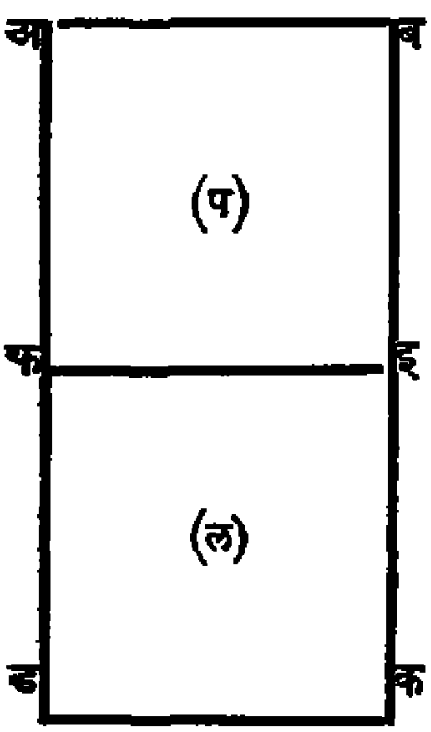
अबकड એક કાગળનો કકડો ૧૬ ઇંચ લાબો અને ૮ ઇંચ પહોળો લો એમા સળ વાળી બરાબર બે ભાગ કરી એ ભાગ કાગળમા બતાવવાના છે ધારો કે તે કાગળનો કકડો પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે છે. એ આકૃતિમા इफ લીટી શુ બતાવે છે? જે જગ્યાએ अबकड કાગળના



કકડામા સળ વાળ્યો છે તે જગ્યા इफ લીટીથી શરૂ કરી એક પછી એક એમ अड સુધી લીટીઓ દોરો. ધારો કે એવી ૮ લીટી દોરી છે. ત્યારે अથી इ સુધીની જગ્યા કેટલી લીટીથી ભરાઇ ગઇ છે? આઠ. अइની લબાઇ શી છે? આઠ ઇંચ. ત્યારે દરેક લીટી કાગળનો કેટલામો ભાગ બતાવે છે? એક ઇંચ. ત્યારે દરેક લીટી એક

ઇંચ પહેાળાઇને ભાગ બતાવે તેા इफ લીટી ખરેખર એક ઇંચ પહેાળી (જાડી) છે ? તે કેટલી પહેાળી છે ? इफ સળ ઉપરથી કાગળ ફાડીએ તેા इफ સળ કાગળના કયા ભાગમા જશે ? કેાઇપણ ભાગમા इफ ન જાય એવી રીતે આપણે કાગળને ફાડી શકીએ ખરા કે ? હા ત્યારે इफ સળની ખરી પહેાળાઈ શી ? કાંઇ નહિ इफ સળ કેવી આકૃતિ છે ? લીટી. ત્યારે इफ સળની પહેાળાઇ નથી તેા इफ લીટીની પહેાળાઇ હેાઇ શકે ખરી કે ? નહિ. આ ઉપરથી લીટીનેા કયેા ગુણ માલમ પડે છે ? **લીટીને પહેાળાઇ નથી.**

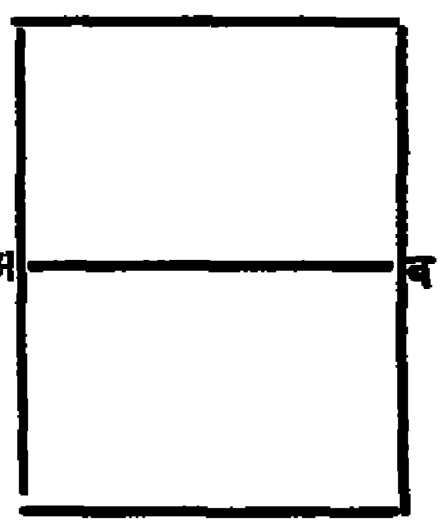
ધારેા કે अबकड જેવુ કેાઇ ખેતર प, ल બે ભાઇઓને સરખે



ભાગે વહેચવાનુ છે. તેથી તેઓએ अबइफ, फइकड જેવા બે સરખા ભાગ કરી એકેક ભાગ લીધેા ધારેા કે पએ ઉપલેા ભાગ અને लએ નીચલેા ભાગ લીધેા, ત્યારે પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે જે ભાગ પડયા છે તેની વચ્ચે કાંઈ જગ્યા રહી છે ? કાંઇ જગ્યા રહી છે એવેા જવાબ મળે તેા એ જગ્યા બે ભાઇમાથી કેાની પાસે જાય છે એ તમારે કહેવુ જોઇએ બન્ને ભાગેા વચ્ચે જગ્યા નથી ત્યારે इफ લીટી આપણે દેારી છે તે શુ બતાવે છે ? કેાઇ જગ્યા નહિ फइ લીટીથી લઇ अब લીટી ઉપર પાસે પાસેની લીટી દેારેા. ધારેા કે એવી ૧૦ લીટી દેારી છે. ત્યારે फइથી अब સુધીની જગ્યા દશ લીટીથી ભરાઇ ગઇ છે. ત્યારે फअ ૧૦ વાર લાંબી હેાય તેા દરેક લીટી કેટલી પહેાળી જગ્યા બતાવે ? એક વાર પહેાળી फइ લીટી એક વાર પહેાળી જગ્યા બતાવે ત્યારે તેની ઉપરથી એક વાર જાડી કે પહેાળી જગ્યા જે છે તે કેાના ભાગમા જાય છે ? प અને लના ભાગેાની વચ્ચે કાંઇ જગ્યા રાખવાનુ કારણ નથી ત્યારે फइ લીટી શુ કામ આપણે દેારી હશે ?

ફદ લીટી કાંઈ જગ્યા બતાવતી નથી ત્યારે ખરેખરી રીતે એ લીટી શું બતાવે છે? પનો ભાગ કયા પુરો થાય છે અને લનો ભાગ કયા શરૂ થાય છે એ ફદથી બતાવાય છે, ત્યારે ફદ લીટી ખરેખરી રીતે બન્ને ભાગો વચ્ચે શુ બતાવે છે? બન્ને ભાગોની હદ કે મર્યાદા.

બે ઘણાજ સાફ લાકડાના ઘન લો અને એ સાફ સફાઈઓને બરાબર મેળવી વળગાવીએ તો બન્નેની આકૃતિ કેવી રીતે કાઢીશુ?



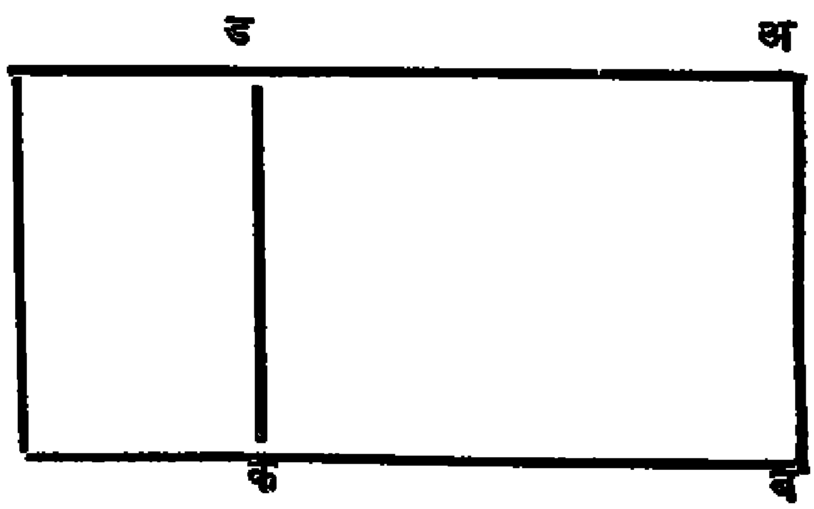
પાસેની આકૃતિમા અબ લીટી કાગળ પર થોડીક જગ્યા રોકે છે, ત્યારે એ ઘનની વચ્ચે કાંઈ થોડીક ખાલી જગ્યા રહે છે એવુ કાંઇ આ ઉપરથી માલમ પડે ખરૂ? નહિ ત્યારે અબ લીટી શુ કામ કાઢી હશે? બે ભાગની હદ અથવા મર્યાદા બતાવવાને એક સફેદ કાગળનો કકડો લો તેના થોડાક ભાગ ઉપર કોઇપણ રગ લગાડો. ત્યારે કોરો ભાગ અને રગીન ભાગની વચ્ચેની જે હદ છે તેનો કેવો રગ છે? તેનો રગ નથી ત્યારે એ હદ બતાવનારી લીટી કેટલી પહોળી છે? એ હદની લીટી કાંઈપણ પહોળી (જાડી) હોઇ શકે ખરી? હા.

ઉપલા પ્રયોગમા જ્યા બે ભાગો એક બીજાની પાસે પાસે મળે છે અથવા બે ઘન એક બીજાની સાથે વળગે છે ત્યા તે જગ્યા કેટલી પહોળી છે? (બીલકુલ) નહિ. તેમ તેને લબાઇ છે ખરી? હા.

એ હદ બતાવવાને માટે જે લીટી આપણે દોરીએ તેને થોડીક પહોળાઈ તો છે પણ સમૂળકીજ પહોળી ન હોય એવી જગ્યા બતાવવાને શુ કામ આપણે કાંઇક પહોળી એવી લીટી દોરી છે? કાંઈપણ પહોળાઇ વગર લીટી આપણે દોરી શકીએ ખરા કે? નહિ. કાંઇક પહોળાઇ વગરની લીટી દોરી શકાય નહિ તેથી આપણે કાંઇક પહોળી લીટી દોરીએ

છીએ ખરેખરી રીતે જોતાં લીટીને કાંઇ પણ પહોળાઇ નથી. *

લીટી દોરવાનો હેતુ—કોઈ પદાર્થ ક્યાથી શરૂ થાય છે ? ક્યા પુરો થાય છે ? તેનો આકાર કેવો છે ? અથવા તે કયી દિશામા જાય છે ? એ બતાવવાને માટે આપણને લીટી દોરવી પડે છે તેથી તેને લબાઇ છે પણ (ખરી) પહોળાઇ નથી. આવી વ્યાખ્યા લીટીની આપી છે બહુજ પાતળો દોરો લઇએ તો તે લીટી બતાવે ખરો ? નહિ. કારણ શું ? પૃથ્વી પરના અક્ષાશ વૃત્ત, રેખાશ વૃત્ત, વગેરે લીટી ખરી કે ? કારણ આપો ત્યારે લીટીને લબાઇ, પહોળાઈ, અને



* પાસેની એક ખેતરની આકૃતિમા कथी એક કરોડીએ ड સુધી પોતાનો તતુ બાધ્યો છે એ ખેતરનુ સ્કેલ આપ્યુ હોય તો એ તતુની લબાઈ આપણે કહી શકીએ ખરા કે ? ધારો કે ૧ ઈચે ૧૦ ફુટનુ સ્કેલ આપ્યુ છે ત્યારે कड તતુ કેટલો લાબો છે ? कड માપો ધારો કે તે ૧૨ ઇચ લાબો છે ત્યારે ૧૨ ને ૧૦વડે ગુણી જે ગુણાકાર આવે તેટલા ફુટ સમજવા कड લીટી કેટલી પહોળી છે ? કાઈ નહિ એવો જવાબ મળે कडથી લઈ આકૃતિના છેડા સુધી એકેકની પાસેપાસે લીટી દોરો ધારો કે ૧૮૦ લીટી એ પ્રમાણે દોરવાથી બધી જગ્યા પુરાઈ ગઈ. ब સુધીનુ અતર જો ૧૫ ફુટ હોય તો દરેક લીટી ૧૫×૧૨ = ૧૮૦ = ૧ ઈચ અતર બતાવે છે કરોળીઆએ તતુ બાધ્યો છે તે તતુ લીટી જો એક ઈચ પહોળાઈ બતાવે તો તે તતુ લીટી એક ઈચ પહોળી કેમ ન હોય ? જેમ લીટીની લબાઈ ઉપરથી તતુની લબાઈ કાઢી છે તેમ તેની પહોળાઈ કેમ ન કાઢી શકીએ ? તતુની પહોળાઈ બરાબર બતાવે એવી લીટી દોરો આવી લીટી દોરી શકાય ખરી કે ? નહિ ત્યારે લીટીને પહોળાઈ નથી એમ આપણે માની શકીએ ખરા કે ? હા

જાડાઈ પૈકી કયો પરિમેય હોય છે? લંબાઇજ. ત્યારે લીટીને કેટલા પરિમેય હોય છે તે કહો. એકજ.

બિંદુ.

એકમેકને છેદે તેમ બે લીટી अमब, कमड દોરો અમબ, कमड લીટી જ્યા અરસપરસ છેદે ત્યા म આગળનો ભાગ સહેજ રહેવા દઇ બાકીનો ભાગ ભૂસી-કાઢી નાખો म આગળનો રહેલો ભાગ જુઓ. ત્યારે જે જગ્યાએ બે લીટીઓ છેદે ત્યા કેવી આકૃતિ થઇ છે? બિંદુ.

એક દશાંશ ઇંચ જાડી બે લીટીઓ म મા છેદે તેમ દોરો. ત્યારે म આગળની આકૃતિ કેવી છે? બિંદુ એની પહોળાઇ (જાડાઈ) શી છે? એક દશાશ ઇચ એક વીશાંશ જાડી બે લીટી જે જગ્યાએ-બિંદુમાં છેદે ત્યા તે બિંદુની જાડાઈ શી? એક વીશાંશ ઇંચ ત્યારે ખરૂ જોતાં ખરી લીટીમા કાઇપણ જાડાઇ (પહોળાઇ) છે? નહિ ત્યારે કાઈ-પણ જાડાઇ વગરની બે લીટીઓ જે બિંદુમા-જગ્યામા-છેદે તે બિંદુની જાડાઈ-પહોળાઇ શી? કાઇ નહિ. બે લીટીઓ અરસપરસ છેદે ત્યારે જે જગ્યાએ તે છેદે ત્યા શુ હોય છે? બિંદુ. લીટીને કાઇપણ પહોળાઈ નથી ત્યારે બિંદુને પણ કાઈ પહોળાઇ છે? નહિ. ત્યારે બિંદુ ફક્ત અમુક જગ્યા બતાવે છે, એટલે તેને ફક્ત સ્થિતિ એટલે તેનુ સ્થાનજ છે.

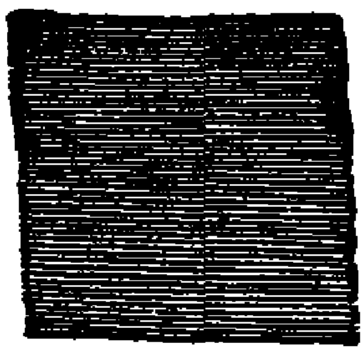
આ ઉપરથી બિંદુની વ્યાખ્યા શી હોઇ શકે? જેને ફક્ત **સ્થિતિજ હોય પરંતુ કાંઇપણ પરિમાણ-મહત્ત્વ ન હોય તેને બિંદુ કહે છે.** "મહત્ત્વ" એટલે લબાઈ, પહોળાઇ, વગેરે.

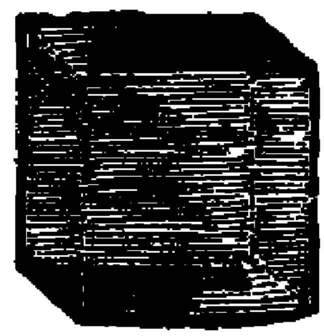
વર્તુળનું મધ્ય બિંદુ, બાલનો છેડો, સોયની અણી, ખુણાનો છેડો, ગુરૂત્વ મધ્ય, વગેરેમા બિંદુ કોણુ છે અને કોણુ નથી તે કહો.

સમૂળકીજ પહોળાઇ ન હોય એવી લીટી દોરી શકાય નહિ; તેમજ સમૂળકીજ લબાઇ અને પહોળાઇ ન હોય એવું બિંદુ પણ કાઢી શકાય નહિ. તેથી ઉપલી વ્યાખ્યાઓ જે લીટી કે બિંદુ આપણે કાઢીએ તેને ખરેખરી રીતે લાગુ પડી શકતી નથી.

નોંધ. એક બિંદુને આગળ આગળ ખસેડીએ તો તેમ કરવાથી આપણને **લીટી** મળે છે







નોંધ. તેમજ એક લીટીને આગળ અને આગળ ખસેડીએ તો તેમ કરવાથી આપણે **સફાઇ** બનાવી શકીએ છીએ.

નોંધ. અને તેજ પ્રમાણે એક સફાઇને આગળ ને આગળ ખસેડીએ તો તેમ કરવાથી આપણે એક **ઘન** બનાવીએ છીએ

નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧લાનો પ્રાયોગિક ભાગ સમાપ્ત.

નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧લો. સિદ્ધ ભાગ.

વિભાગ ૨જો પ્રમેય ભાગ

§ ૧૨. પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ અને સ્વીકૃત કૃત્ય, વગેરે

પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો.

કર્તવ્ય ભાગમા આપણે જોયુ છે કે આપેલા સાહિત્યની મદદથી આ કાગળ વાળવાની રચનાથી જે જે આકૃતિઓ કરી છે તે તે આકૃતિના અમુક તત્ત્વો સાહિત્યોની મદદથી પ્રયોગ કરી આપણે અમુક સબંધદર્શક બતાવ્યા છે; પણ તે બતાવવાને માટે કોઇપણ રીતે આપણે કાઇ **તર્કશાસ્ત્રની રીતે** સાબિતિ આપી નથી, હવે કોઇપણ આકૃતિ લઇ તેની અમુક સત્યતા તર્કશાસ્ત્રના નિયમથી સિદ્ધ કરવી જોઇએ, પછી તેના અવયવો સર્વ માપી શકાય એવા હોય યા ન હોય. આ કામ ભૂમિતિના **સિદ્ધ ભાગનું** છે અને આ ભાગમા તે આપણે હાથ ધરીશું.

સિદ્ધ ભાગમા જે તર્કશાસ્ત્રના નિયમથી સિદ્ધ થાય તેજ સત્યતા લઈ શકાય છે, તેથી કોઇપણ બાબત આપણે કહેવા તત્પર થયા તો, તેને માટે જો આપણી પાસે સબળ કારણ પુષ્ટિ અર્થે હોય તોજ તે કહેવી. નહિ તો કોઈપણ બાબત આશરે સત્ય લાગવાથી અગીકાર કરવી નહિ. ઉપર દર્શાવેલા કારણ સિવાય પણ આ કારણોથી કર્તવ્ય ભાગથી સિદ્ધ ભાગ ચઢતો છે એમ કહી શકાશે જે જે કારણો આપણે આપણા સિદ્ધ ભાગમા આપીશુ તે તે આપણે પાછળના ભાગમા સિદ્ધ કરી ગયા હશે, અથવા વ્યાખ્યામા આવ્યા હશે અથવા પ્રત્યક્ષ પ્રમાણથી લીધા હશે. આ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો એવા છે કે તે સાદામા સાદા છે, અને નહિ કે તે કોઈપણ સત્યતા ઉપરથી ભૂમિતિની રીતે સાબિત કરવામા આવ્યા છે; અને એથી વધારે સાદા એવા પ્રમાણ નીકળી શકતા નથી, તે કોઈપણ સામાન્ય માણસને પણ સત્ય લાગે છે તેથી જ તેને પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો કહેવામાં આવે છે. દરેક શાસ્ત્રીય વિષયમા પ્રત્યક્ષ પ્રમાણની ખાસ જરૂર છે અને એવા પ્રમાણો દરેક શાસ્ત્રમા અગીકાર કરવામા આવ્યાં છે અને તેની મદદથી ગહન સિદ્ધાતો સાબિત કરવામા આવ્યા છે; તેજ પ્રમાણે ભૂમિતિશાસ્ત્રમા પણ ભૂમિતિના પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો* છે અને તેની મદદથી ભૂમિતિના સિદ્ધાતો સાબિત કરવામા આવે છે. સિદ્ધ ભાગમાં જેમ જેમ વધારે પ્રત્યક્ષ પ્રમાણોની જરૂર પડશે તેમ તેમ તેઓ કહેવામાં આવશે. અત્રે નીચેના પ્રમાણો* કહેવામા આવ્યા છે —

ઉ. રામની ચોપડીની કીંમત ત્રણ રૂપીઆ છે અને ગોવિંદની ચોપડીની કીંમત ત્રણ રૂપીઆ છે તો રામની અને ગોવિંદની ચોપડીની કીંમતો બરાબર છે કારણ કે બન્ને ચોપડીની કીંમત ત્રણ ત્રણ રૂપીઆ છે માટે

---

* આ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો ને સ્વીકૃત કૃત્યો વિદ્યાર્થી પાસે મ્હોડે કરાવવાનાં નથી પરતુ શિક્ષકે તેની યોગ્ય સમજ આપવી

(૧). જે પરિમિતો એકજ પરિમિતની બરાબર છે તે અરસપરસ બરાબર છે.

ઉ. રામ અને ગોવિંદ પાસે પાચ પાચ રૂપીઆ છે અને દરેકને બબ્બે રૂપીઆ આપ્યા હોય તો બન્ને પાસે સાત સાત રૂપીઆ થશે, કારણ કે બન્ને પાસે સરખા રૂપીઆ હતા અને બન્નેને સરખા રૂપીઆ આપ્યા છે માટે

(૨). સમ પરિમિતોમાં સમ પરિમિતો ઉમેરીએ તો સરવાળો બરાબર છે.

ઉ. રામ અને ગોવિંદ પાસે દશ દશ રૂપીઆ છે અને દરેકની પાસેથી બબ્બે રૂપીઆ લઇ લીધા હોય તો બન્નેની પાસે આઠ આઠ રૂપીઆ રહે છે, કારણ કે બન્નેની પાસે સરખા રૂપીઆ હતા અને બન્નેની પાસેથી સરખા રૂપીઆ લઇ લીધા છે માટે

(૩). સમ પરિમિતોમાથી સમ પરિમિતો લઇ લઇએ તો બાદબાકી સમ પરિમિતો રહે છે.

ઉ. રામ અને ગોપાળ પાસે ત્રણ ત્રણ રૂપીઆ હોય અને બન્નેના રૂપીઆ ચારચારગણા કર્યા હોય તો બન્ને પાસે ૧૨, ૧૨ રૂપીઆ થશે કારણ કે બન્ને પાસે સરખા રૂપીઆ છે અને બન્ને રકમ સરખીગણી કરી છે. માટે

(૪). સમ પરિમિતો એકજગણા કર્યા હોય તો ગુણાકાર પણ સમ પરિમિતો છે.

ઉ. ગોવિંદ અને ગોપાળ પાસે વીશ વીશ રૂપીઆ છે, અને દરેકની પાસેના રૂપીઆના પાચ પાચ સરખા ભાગ કર્યા હોય તો દરેકની પાસે ચાર ચાર રૂપીઆ રહેશે, કારણ કે બન્નેની પાસે સરખા રૂપીઆ છે અને બન્નેની રકમના સરખા ભાગ કર્યા છે. માટે

(૫). સમ પરિમિતોના સરખા ભાગ કર્યા હોય તો ભાગાકાર પણ સમ પરિમિતો છે.

(૬). આખી વસ્તુ તેના કોઈપણ ભાગથી મોટી છે. (અથવા કોઈપણ ભાગ એકમથી નાનો છે.)

વળી એક કાગળને બીજા ઉપર મૂકતા જો બરાબર તે અરસપરસ વધ્યા ઘટયા વગર આવી રહે તો તે બરાબર હોવા જોઇએ, અથવા તો

(૭). એક બીજાની સાથે અરસપરસ મળી જતા પરિમિતો બરાબર છે.

ઉપરતું દૃષ્ટાંત ફક્ત કાગળ માટે છે પણ ઉપરતું પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ કોઇપણ વસ્તુને લાગુ પડે છે ભાવાર્થ કે કોઇપણ લીટી, ખુણો યા આકૃતિને ઉચકી, બીજી લીટી, ખુણો યા આકૃતિ ઉપર અનુક્રમે મૂકતા અરસપરસ સરખાવવાથી વધ્યા ઘટયા વિના આવી રહે ત્યારે તે રીતિને **સ્થાનોપરિ** અથવા **સમાધાન સ્થિતિ** કહે છે અને પહેલો પરિમિત બીજાની ઉપર **સ્થાનોપરિ સ્થિત** કહેવાય છે.

આ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો અત્રે આપ્યા છે તેથી એમ નહિ સમજવુ કે એનો ઉપયોગ અત્યાર સુધી આપણે કર્યો નથી, સામાન્ય રીતે દરેક કાર્યમા એનો ઉપયોગ થાય છે અને તેથીજ તેની સત્યતાની કાઇપણ સાબિતી જોઇતી નથી

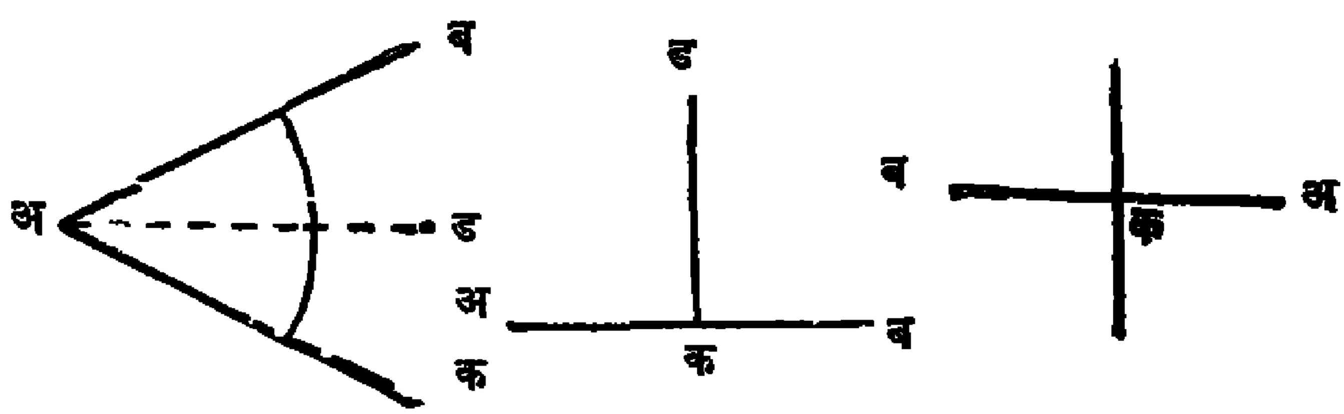
સ્વીકૃત કૃત્યો.

સીધી લીટીની વ્યાખ્યા ઉપરથી સ્પષ્ટ થાય છે કે બે આપેલાં બિંદુઓની વચ્ચે હમેશા એકજ સીધી લીટી હોઈ શકે છે કારણ કે જો બે બિંદુની વચ્ચે બે સીધી લીટી હોય તો બન્નેની દિશા બે આપેલા બિંદુની દિશા હોઇ શકતી નથી, અથવા તો બે સીધી લીટીથી અવકાશની સીમા થઇ શકતી નથી. અને બે સીધી લીટીઓને–એકની ઉપર બીજીને–એ પ્રમાણે મૂકીએ અને એકને બીજીની આસપાસ એક છેડો (બન્નેને) સ્થિર રાખી ફેરવીએ તો તે ફરતી લીટી સ્થિર લીટી સાથે એક ખુણો કરે છે. આ ખુણો કરતી વખતે ફેરમા એવી જગ્યામા તે આવી હશે કે તેથી પ્રથમના ખુણાના બે સરખા ભાગ થશે, આવી

ફરતી લીટી એક ખુણાના બે સરખા ભાગ કરતી સ્થિતિમા એકજ વખતે આવશે. વળી ઉપરની ફરતી લીટી જો ફરતી ફરતી દ્વિકાટખુણુ ખુણેા કરે તેા તે એવી એક જગ્યામા આવી હશે કે તે જગ્યાએ આડી લીટીને તે લબ થશે, એટલે કે તે દ્વિકાટખુણુ ખુણાના બે સરખા ભાગ કરશે. ફરતી લીટીની આવી સ્થિતિ ૦°થી ૧૮૦°નેા ખુણેા ફરીને કરતી વખતે એકજ વખત આવશે એજ પ્રમાણે જો अब લીટી ઉપર क બિંદુ अथी ब તરફ જાય તેા તે એવી એક જગ્યાએ આવશે કે તે તે જગ્યાએ अ અને ब બન્ને છેડાથી સરખે અતરે છે અને ફરતા બિંદુની આવી સ્થિતિ એકજ આવશે. આ ઉપરથી આપણે નિશક ધારી શકીએ કે

(૧) એક ખુણાના બે સરખા ભાગ કરી શકાય છે.

(૨) એક સીધી લીટી ઉપર એક લબ દોરી શકાય છે; અને (૩). એક સમર્યાદ સીધી લીટીના બે સરખા ભાગ કરી શકાય છે



(૧) ∠बअड = ∠कअड. (૨) कड ⊥ अब (૩) बक = अक.

કર્તવ્ય ભાગમા આપણે જોયું છે કે ઘણી જાતના પ્રશ્નોમાં સાહિત્યની મદદ લેવી પડે છે, અને તે ચેાક્કસ માપના હેાય છે. સિદ્ધ ભાગમા આવા ચેાક્કસ માપવાળા સાહિત્યેા અને એટલા બધાં સાહિત્યેાની જરૂર નથી. કારણ કે એ ભાગમા જે કાંઇ સિદ્ધ કરીશુ તે તેવી જાતના કેાઇપણ પરિમિતને લાગુ પડશે અને કેાઇ કેાઈ પરિમિતનાં

ચોક્કસ માપ લઇ શકાતા નથી; તેથી સિદ્ધ ભાગમાં જો કોઇપણ સાહિત્યની મદદ લેવી પડે છે તો તે નીચેના છે —

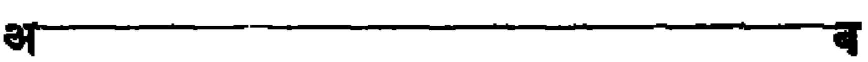
(૧) એક સીધી આકણી (ઇંચ વગેરેમા આંકેલી હોય યા ન હોય);

(૨) કંપાસ યા કર્કટ

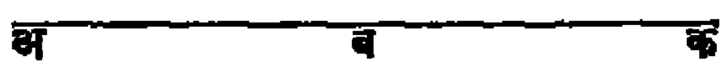
આ સાહિત્યોની જરૂર નીચેનાં કામમા પડે છે. યૂક્લિડના સમયથી ભૂમિતિશાસ્ત્રકારોએ કોઇપિણ સત્યતા ભૂમિતિમા તર્કશાસ્ત્રના નિયમને અનુસરી સાબિત થઇ શકે તેટલા માટે નીચેના સાદા અને સહેલા કાર્યો અંગીકાર કરેલા છે. એ કાર્યો એવા છે કે કોઈ સારો ચિત્રકાર એની મેળેજ તેઓને એ સાહિત્યો વિના સહેલાઇથી કરી શકે છે, અને તે વખતે એ સાહિત્યોની મદદ જરૂરની પણ નથી એ પ્રમાણે અંગીકાર થએના કાર્યોને સ્વીકૃત કૃત્ય કહે છે, એટલે કે એ કૃત્યો આપણે સ્વીકારી લીધેલા છે

સ્વીકૃત કૃત્યો:—

(૧). એક બિંદુથી બીજા બિંદુ સુધી એક સીધી લીટી દોરી શકાય છે



(૨). એક સીધી લીટીને તેની પોતાની લંબાઇમાંજ લંબાવી શકાય છે.



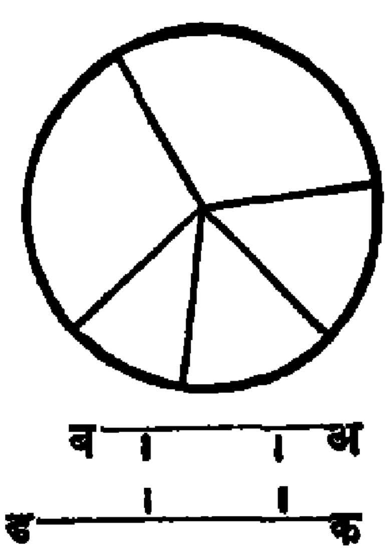
(૩) કોઇપણ બિંદુને મધ્યબિંદુ લઇ અને કોઇપણ ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુળ દોરી શકાય છે.

(૪) કંપાસ વડે મોટી લીટીમાથી એક નાની લીટી બરાબર ભાગ પાડી શકાય છે. અને

(૫) કોઈપણ લીટીને બે, ત્રણ, ચાર,... ગણી કરી શકાય છે.

આ સિવાય બીજા પણ સ્વીકૃત્ય કૃત્યો આપેલા છે પણ તે ઘણાજ સહેલા છે અને કવચિત્‌જ વાપરવામા આવે છે, જેમ કે અવ-

કાશમાં એક બિંદુ લેવું, એક લીટીને બીજી લીટી ઉપર મૂકવી, વગેરે. સ્વીકૃત કૃત્યોને આપણે શરૂઆતમાજ સ્વીકૃત યા કબુલ કરીએ છીએ. પહેલા સ્વીકૃત કૃત્યમા બે બિંદુની વચ્ચે સીધી લીટી દોરવી હોય તો આંકણી મૂકી આકણી સાથે પેન્સીલ ફેરવી બન્નેને સાધીએ તો બન્ને સીધી લીટીથી સંધાય છે. તેમજ બીજા સ્વીકૃત કૃત્યમા કોઇપણ સમર્યાદ લીટી આપી હોય અને તેને લબાવવી હોય તો તેની સાથે બરાબર આકણી મૂકી આકણીની સાથે મરજી પડે તે દિશામા તેને લબાવાય છે આ બન્ને કૃત્યોમાં કોઇપણ જગ્યાએ એવુ કહેલુ નથી કે બન્ને બિંદુની વચ્ચે આટલુજ અતર છે (પાચ ઇંચ) યા સમર્યાદ લીટી આટલીજ લાબી છે (૨.૪ ઇંચ) અને તેને આટલીજ લબાવવી; બિંદુઓ ગમે ત્યા આપ્યા હોય છે અને સમર્યાદ લીટીને ગમે તેટલી લંબાવી શકાય છે ત્રીજા સ્વીકૃત કૃત્યમા ત્રિજ્યા જે લીટીની બરાબર લેવાની હોય તે લીટીના છેડા ઉપર કપાસના છેડા ગોઠવવા અને તીણો છેડો આપેલા મધ્યબિંદુ ઉપર મૂકી ચાક અથવા પેન્સીલવાળા બીજા છેડાને તે મધ્યબિંદુની આસપાસ બધી બાજુએ તેટલીજ ત્રિજ્યા રાખી ફેરવી વર્તુળ દોરવો.



આ ઉપરથી કપાસનો એક મુખ્ય ઉપયોગ જોવામા આવે છે કે અમુક અતરને એક સ્થાનથી બીજા સ્થાનમા લઇ જવુ હોય તો તે કપાસની મદદથી લઇ જઇ શકાય છે. તેમજ એક મોટી લીટી ઉપરથી નાનો કટકો કાપવો હોય (અબ બરાબર) તો મોટી લીટીના છેડા ઉપર મધ્યબિંદુ રાખી નાની લીટીની ત્રિજ્યા લઈ જો એક વર્તુળનુ કૌંસ મોટી લીટીને છેદે તેમ દોરીએ તો તરતજ જોઇએ તેવડો કટકો મળી આવે છે.

આ સ્વીકૃત કૃત્યો મુખ્ય છે અને સાદામા સાદા છે તેમજ એ સિવાયના ઉપર બતાવેલા બીજા ત્રણ કૃત્યો પણ (જેવા કે ખુણો દુભાગવાનું, લીટી દુભાગવાનું અને લીટી ઉપર લબ દોરવાનું) ધારી

લીધેલા છે. જો કે આ કૃત્યોની સિદ્ધતા આગળ આવેલી છે, તો પણ આપણું કામ સરળ કરવાને માટે સિદ્ધ થયા અગાઉ તેઓને ધારી લીધા છે.

પ્રમેય અને કૃત્ય.

કર્તવ્ય ભાગમા બતાવ્યા પ્રમાણે આકૃતિઓ સપાટ સફાઈમાં હોય છે (અને નક્કર આકૃતિ યા ઘન આકૃતિ પણ હોય છે) આ ભાગમા ફક્ત સપાટ સફાઈમા જે લીટી યા આકૃતિ દોરી શકાય છે તેવીજ લીટી યા આકૃતિઓના ગુણ અને રચનાનુ વર્ણન કરવામા આવશે. આ પ્રમાણે વિષયનું વર્ણન કરવાને માટે દરેક સત્યતા જુદા જુદા પ્રકરણમા બતાવવામા આવી છે. ભૂમિતિના જે ભાગમા સપાટ સફાઈની આકૃતિનુ વર્ણન કરવામાં આવે છે તેને **સપાટ ભૂમિતિ** કહે છે અને જુદી જુદી સત્યતા બતાવનાર પ્રકરણને **સિદ્ધાંત** કહે છે. કોઈ વખત એકજ પ્રકરણ યા સિદ્ધાતમા જુદી જુદી સત્યતાઓ બતાવી છે, પણ તેનુ કારણ એટલુજ છે કે એવી સત્યતાઓ અરસપરસ નિકટ સંબંધ ધરાવે છે. એક સિદ્ધાતમાં સાબિત થએલી સત્યતા આગળના કોઈપણ સિદ્ધાતમા સાબિતિ તરીકે આપી શકાય છે, અને એક પછી એક એમ જુદા જુદા સિદ્ધાતમા પાછળનાથી ચઢતી યા સ્વતંત્ર સત્યતા સાબિત કરવામા આવે છે સત્યતાના સ્વરૂપ પ્રમાણે સિદ્ધાતના નીચેના બે ભાગ કર્યા છે —

(૧) **પ્રમેય.** જે સિદ્ધાતમા કાંઈ સાબિત કરવામા આવ્યુ છે— જેમકે કોઈપણ ત્રિકોણના ત્રણ ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે, યા કોઈપણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમા સામસામેનાં બાજુ અને ખુણા બરાબર છે તેને **પ્રમેય** કહે છે પ્રમેયમા કોઈ વખતે નવુ કાર્ય કરવામા આવે છે પણ ફક્ત તે અમુક ગુણ સાબિત કરવાને માટેજ અંગીકાર કરવામાં આવ્યું હોય છે, અને તે એવા સિદ્ધાતનો મુખ્ય ઉદ્દેશ નથી પણ ગૌણરૂપે હોય છે.

પ્રમેયમાં મુખ્ય ઉદ્દેશ કાંઈપણ સાબિત કરવાનોજ છે.

(૨) કૃત્ય જે સિદ્ધાતમા કોઇપણ ભૂમિતિની રચના કરવામાં આવી હોય છે તેને કૃત્ય કહે છે પ્રમેય સિદ્ધાતમાં જ્યારે કાઇ સાબિત કરવાનુ હોય છે ત્યારે કૃત્ય સિદ્ધાતમાં હમેશા કાઇક નવી રચના કરવાની હોય છે, જેમકે આપેલા ખુણાની બરાબર એક ખુણો બનાવવો અથવા એક આપેલી લીટીના અમુક સરખા ભાગ કરવા, વગેરે

આ નવી રચના કરવી એજ કૃત્યનો મુખ્ય ઉદ્દેશ છે

વળી કોઇપણ સિદ્ધાતના પાચ ભાગ સામાન્ય રીતે હોય છેઃ—

(૧) સિદ્ધાતમા જે કાઇ સાબિત કરવાનુ હોય અથવા નવું રચવાનુ હોય તેવી સત્યતા જે સામાન્ય શબ્દસમૂહમા કહેવામા આવી હોય તે સમૂહને સિદ્ધાતની સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા અથવા ઉદ્દેશ કહે છે. જેમકે કોઇપણ ત્રિકોણના ત્રણ ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર થશે.

(૨). જે ભાગમા સામાન્ય પ્રતિજ્ઞામા જે કાંઈ ફક્ત શબ્દસમૂહમા કહેવામા આવ્યુ હોય તેનું આકૃતિ સહિત ચોકકસ શબ્દોમા વર્ણન કર્યું હોય તેને વિશિષ્ટ પ્રતિજ્ઞા યા સાધન કહે છે જેમકે (૧)મા બતાવેલી સાધારણ પ્રતિજ્ઞાને ત્રિકોણની આકૃતિ કાઢી ખુણાનાં નામ આપી કહેવુ કે ફલાણા ત્રિકોણના ફલાણા ત્રણ ખુણાઓ બે કાટખુણા બરાબર થશે.

(૩) સિદ્ધાતની સત્યતા બતાવવાને માટે અથવા કાઇ નવી રચના કરવાને માટે જે કાઇ નવી લીટી યા આકૃતિ દોરવામા આવે તે ભાગને સિદ્ધાતની રચના કહે છે જેમકે (૧)મા બતાવેલી પ્રતિજ્ઞાને આકૃતિ સાથે વર્ણવ્યા પછી સમાન્તર સીધી લીટી દોરવી અને પાયાને લંબાવવો એ રચના છે.

(૪) જે ભાગમા સાબિતિ સહિત પ્રમેયની સત્યતા બતાવી આપી હોય અથવા કૃત્યનુ કાર્ય કરી આપ્યુ હોય તે ભાગને સિદ્ધાતની સાબિતિ યા સિદ્ધતા કહે છે, જેમકે; (૧)મા બતાવેલી સત્યતા સાબિત કરી આપવી યા એક ખુણાની બરાબર બીજો ખુણો કરવો.

(૫) સિદ્ધાંતના પાયમા અને છેલ્લા ભાગમા પ્રતિજ્ઞામા બતાવેલી સત્યતા યા કાર્ય થઇ રહ્યુ છે એમ કહેવામા આવે છે અને એ ભાગને **સમાપ્તિ અથવા નિગમન કહે છે.**

ઉપલા પૃથક્કરણુથી સ્પષ્ટ થશે કે કોઇપણુ સિદ્ધાંતમા પ્રતિજ્ઞા—સામાન્ય અને વિશિષ્ટ—અને સમાપ્તિમા તર્કશાસ્ત્રની મદદ જોઇતી નથી; કારણુ કે જે સાધારણુ શબ્દોમા કહ્યુ હોય તે તેમા ચોક્કસ શબ્દોમા કહેવામા આવે છે **મુખ્ય ભાગો રચના અને સિદ્ધતા છે.** કારણુ કે સિદ્ધાંતમા એવી રચના લેવી જોઇએ કે જેથી માગેલી સત્યતા બતાવી શકાય અને સાબિતી એવી અંગીકાર કરવી જોઇએ કે જેથી સિદ્ધાંતમા માગેલી સત્યતા નીકળી શકે, આ ભાગોમા તર્કશાસ્ત્રનો પ્રવેશ થાય છે. માટે આ ભાગનુ મનન આગ્રહપૂર્વક કરવુ

વળી કાંઇપણુ સિદ્ધ કરવામાં આવ્યુ હોય અથવા બનાવવામા આવ્યુ હોય તે ઉપરથી નિકટ સબંધ ધરાવનારી કોઇપિણુ સત્યતા નીકળી શકતી હોય તો તેને તે સિદ્ધાંતનો **ઉપસિદ્ધાંત** કહે છે આ ઉપસિદ્ધાંતની સત્યતા તેની ઉપરના સિદ્ધાંત પરથી તરતજ દેખાઇ આવે છે અને તેને માટે સામાન્ય રીતે જુદી સિદ્ધતા આપવામા આવતી નથી, પણુ તેને સિદ્ધાંતના ઉપસિદ્ધાંત તરીકે લેખવામા આવે છે, અને તેને સિદ્ધાંતના અનુમાન તરીકે આપવામા આવે છે

કોઇપણુ પ્રતિજ્ઞામા બે ભાગ હોય છે, જે ભાગ આપેલો હોય તેને **પક્ષ** કહે છે અને જે માગેલો હોય તેને **સાધ્ય** કહે છે.

દરેક પ્રમેયમા કાંઇપણુ સિદ્ધ કરવાનુ હોય છે અને કૃત્યમા કાંઇપિણુ રચવાનું હોય છે તેથી પ્રમેય અને કૃત્ય પુરૂ થતા અનુક્રમે **પ્ર૦ સિ૦** અને **કૃ૦ કૃ૦** યા **પ્રમેય સિદ્ધ** અને **કૃત્ય કૃત** એવા શબ્દો લખાય છે.

સંજ્ઞા.

ભૂમિતિનાં કાર્યમા નીચે પ્રમાણે સંજ્ઞા તથા ચિહ્ન આપવામા આવ્યા છે:—

∴ માટે અથવા તેથી; ∵ કારણુ કે, મી. મીટર,

= બરાબર યા બરાબર છે; ∠ ખુણો, " ઇંચ.

△ ત્રિકોણ. ∟ કાટખુણો. ′ ફુટ.
∥ સમાન્તર સીધી લીટીઓ. ⊥ લંબ મી મી મીલીમીટર
સ૦ ચ૦ = ∥કોણ = સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ, સે મી. સેન્ટીમીટર
≡ સર્વ સમાન કે એકરૂપ. (બધી રીતે બરાબર) ડે મી ડેસીમીટર
> મોટી છે. < નાની છે.

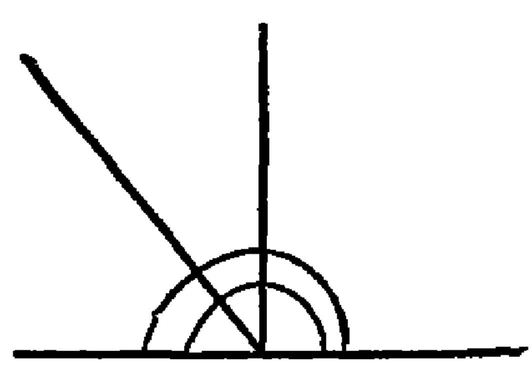
ટીપ. શરૂઆતમા આ સજ્ઞા ધીમે ધીમે વાપરવામા આવી છે અને વિદ્યાર્થીઓને અનુભવ થયા પછીજ ધીમે ધીમે વધારે સજ્ઞા વાપરતા જવું.

§ ૧૩. સીધી લીટી અને તેથી થતા ખુણાઓનો સંબંધ.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧.

પ્રતિજ્ઞા સામાન્ય. એક સીધી લીટીની એક બાજુએ બીજી સીધી લીટીથી થતા પાસેપાસેના ખુણા બન્ને મળીને બે કાટખુણાની બરાબર છે

પ્રતિજ્ઞા વિશિષ્ટ. अब સીધી લીટીની એકજ બાજુએ डक સીધી લીટી अकड અને बकड એ પાસેપાસેના ખુણા કરે છે,
ત્યારે તે બન્ને મળીને બે કાટખુણાની બરાબર થશે.



રચના. ધારો કે क બિંદુમાથી अब ઉપર कइ લંબ દોરી છે. (સ્વી).
સિદ્ધતા. કારણ કે अकड અને बकड ખુણા મળીને अकइ, इकड અને इकब ખુણા બરાબર છે. (પ્ર૦ પ્ર૦)

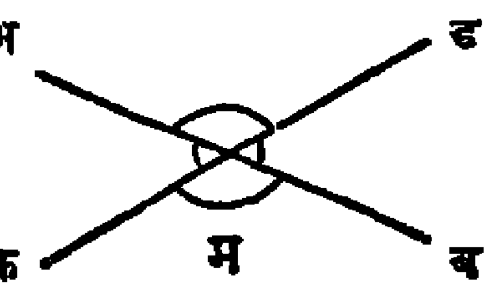
અને તેમજ अकइ અને इकब ખુણા મળીને એજ ત્રણ अकइ, इकड અને डकब ખુણા બરાબર છે (પ્ર૦ પ્ર૦)

તેથી ∠अकड અને ∠बकड = ∠अकइ અને ∠इकब, (પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ ∠अकइ અને ∠इकब = ૨ કાટખુણા, (રચના)

નિગમન. તેથી ∠अकड અને ∠बकड = બે કાટખુણા. (પ્ર૦ પ્ર૦) પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત ૧. જો કોઇ બે સીધી લીટી એક બીજીને છેદે તો *છેદનબિંદુ આગળ થતા ચાર ખુણાનો સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે.



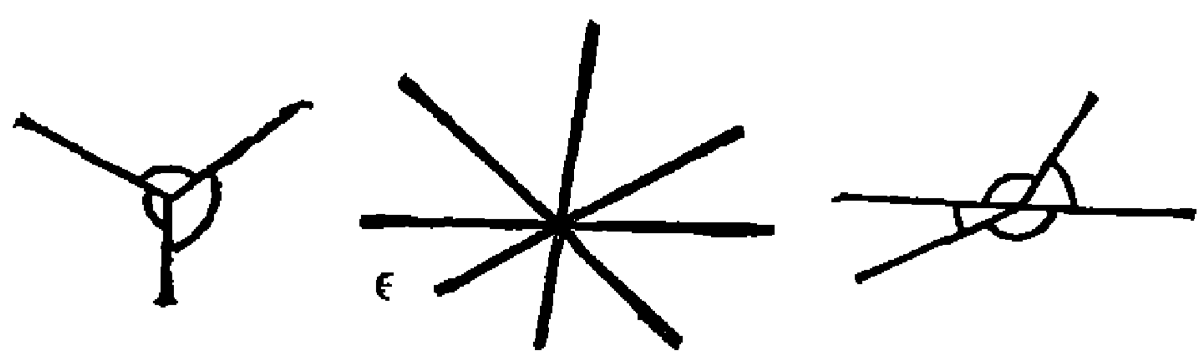
કારણકે ∠अमक + ∠कमज મળી બે કાટખુણા બરાબર છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧)

અને ∠बमड + ∠डमअ મળી પણ બે કાટખુણા બરાબર છે (પ્ર૦ સિ૦ ૧)

∴ એ ચાર ખુણા મળી ચાર કાટખુણા બરાબર છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૨. ગમે તેટલી સીધી લીટીઓ એકજ બિંદુમાં આવી મળે તો આ છેદનબિંદુ આગળ થતા બધા ખુણાનો સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે.

કારણકે ગમે તે એક લીટીને લબાવીએ તો સામાન્ય છેદનબિંદુ આગળના સર્વ ખુણાઓ ચાર કાટખુણા બરાબર છે. (ઉ૦ સિ૦ ૧)



પ્રશ્નો.

૧, ૨૭°, ૫૩°, ૧૧૨°, ૧૭૯°, ૨૧°, ૫૯°, ૧૦૧° અને ૫૨°ના ન્યૂનતાપૂરક યા દ્વિકાટખુણપૂર્ણ ખૂણા કહો.

---

*બે અથવા વધારે લીટીઓ જે બિંદુમા છેદે તેને છેદનબિંદુ કહે છે.

૨. ૧૨°, ૨૩°, ૪૯°, ૫૫°ના કોટિખુણા યા એક કાટખૂણપૂર્ણી ખૂણા કહો.

૩. જો એક સીધી લીટી બીજી સીધી લીટીને છેદીને એક ખુણો કાટખુણો કરે તો બાકીના ખુણાઓ પણ કાટખુણા છે એમ બતાવો.

*૪. સરખા ખુણાના કોટિખુણાઓ બરાબર છે એ સિદ્ધ કરો.

૫. સરખા ખુણાના ન્યૂનતાપૂરક ખુણા બરાબર છે.

૬. △ अबकમા ∠ अबक = ∠अकब, અને बकને બન્ને દિશામા લબાવીએ તો બતાવો કે એ પ્રમાણે થતા બહારના ખૂણા પણ બરાબર છે.

૭ △ अबकમા ∠ अबक = ∠अकब, અને બેઉ अब અને अकને લંબાવીએ તો બતાવો કે પાયાની બહારના ખુણા પણ બરાબર છે

૮. જો એક સીધી લીટી ઉપર બીજી સીધી લીટી પડે તો પાસેપાસેના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ અરસપરસ લબ છે

૯ એકજ શાખાલીટીની આસપાસ બે ખુણા (દરેક) ૭૫°ના છે તો બન્નેને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખુણો કેવડો ?

૧૦ એકજ શાખાલીટીની આસપાસ બે ખુણાઓ ૭૨° અને ૧૦૮° છે તો બન્નેને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખુણો કેવડો ?

૧૧ ત્રણ ખુણાઓ અનુક્રમે ૬૭°, ૧૧૦° અને ૩૩°ના એકજ શિરોબિદુ આગળ પાસેપાસે છે જો ત્રણેને દુભાગીએ તો છેલ્લી અને પહેલી દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખુણો કેવડો ?

૧૨ પ્રશ્ન ૧૧મામા બબ્બે દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેના ખુણા કેવડા?

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨.

સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા. જો પાસેપાસેના ખુણા ન્યૂનતાપૂરક હોય તો તે ખુણાની બહારની લીટીઓ એકજ સીધી લીટીમા છે.

વિશિષ્ટ પ્રતિજ્ઞા કે સાધન. ∠अबइ અને ∠डबइ પાસેપાસેના ખુણા ન્યૂનતાપૂરક છે, ત્યારે તેની બહારની શાખાલીટીઓ अब અને डब એકજ સીધી લીટીમા થશે, એટલે अबड સીધી લીટી થશે.

---

* આવા બીબામા આપેલા પ્રશ્નો વધારે અગત્યના છે.



રચના. अबને क સુધી લબાવેા. (સ્વી૦ ફ૦)

સિધ્ધતા. કારણુ કે अबक એક સીધી લીટી છે, અને इब તેની ઉપર પડે છે.

∴ ∠अबइ અને ∠कबइ ન્યૂનતાપૂરક છે (પ્ર૦ સિ. ૧)

પણુ ∠अबइ અને ∠डबइ ન્યૂનતાપૂરક છે, (પ્રતિજ્ઞા)

∴ ∠अबइ + ∠डबइ = ∠अबइ + ∠कबइ. (પ્ર૦૧૦)

એ બન્ને જોડમાથી સામાન્ય ∠अबइ લઇ લેા,

∴ ∠डबइ = ∠कबइ. (પ્ર૦પ્ર૦)

અને આ બે સરખા ખુણાઓની એક શાખાલીટી बइ સામાન્ય છે અને એ ખુણાઓ એ સામાન્ય શાખાલીટીની એકજ બાજુએ છે.

∴ बक, बड એકજ સીધી લીટીમા હેાવી જોઇએ.

અને अबक એક સીધી લીટી છે (રચના)

નિગમન ∴ अबड પણુ સીધી લીટી છે પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નેા.

૧. अबની સાથે बक અને बड વિરૂદ્ધ બાજુ ઉપર અનુક્રમે ૬૫° અને ૧૧૫°ના ખુણા કરે છે તેા बक અને बड એકજ સીધી લીટીમા છે.

૨ बक સાથે વિરૂધ્ધ બાજુએ बअ અને बड અનુક્રમે એકેક કાટખુણેા કરે છે તેા बअ અને बड એકજ સીધી લીટીમા છે

૩. ∠बअक = ૬૦° અને बअ = ૨″ અને अक = ૨″, ∠बअकને દુભાગનારી લીટી बकને डमा મળે છે તેા बड અને डक માપેા, અને ∠अडबના ન્યૂનતાપૂરક અને કેાટિખુણા કહેા.

૪. अबक લીટીની વિરૂધ્ધ બાજુએ ∠अबड અને ∠कबइ બરાબર છે તેા બતાવેા કે डब અને बइ એકજ સીધી લીટીમા છે.

૫ પાસેપાસેના ખૂણાઓને દુભાગનારી લીટીઓ જો કાટખુણે મળતી હેાય તેા એ ખુણાની બહારની શાખાલીટીઓ એકજ સીધી લીટીમા છે.

૬. સામસામેના ખુણાઓને દુભાગનારી લીટીઓ એકજ સીધી લીટીમા છે એમ સિધ્ધ કરેા

૭. કેાઇપણુ પેન્સીલને વચ્ચેથી પકડી આમ તેમ ફેરવીએ તેા તેના બન્ને ભાગેા સરખા ખુણામાથી ફરશે

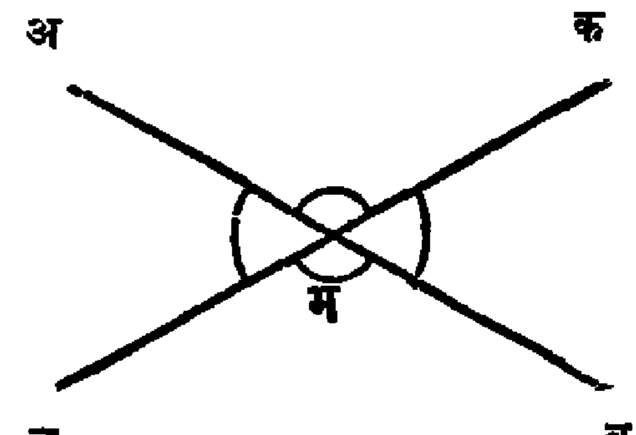
૮ अबक અને डबइ સીધી લીટીઓ એક બીજીને बमा છેદે તેા ∠अबइ + ∠इबक = ? અને ∠इबक + ∠कबड = ?

૯ એકજ લીટીની આસપાસ બે ખૂણાઓ ૭૨° અને ૧૦૯°ના છે તેા બહારની શાખાલીટીઓ એકજ સીધી લીટીમા છે ?

૧૦ બે સીધી લીટીઓ એકજ બિંદુમા છેદે તેા સામસામેના ખુણાની કેટલી જોડ થશે ?

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૩

સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા જો બે સીધી લીટીઓ એક બીજીને છેદે તેા સામસામેના ખુણાઓ બરાબર છે



વિશિષ્ટ પ્રતિજ્ઞા. अब અને कड બે સીધી લીટીઓ म બિંદુમાં છેદે છે તેા ∠अमक = ∠बमड થશે, અને ∠ अमड = ∠ कमब થશે.

સિધ્ધતા. ∵ कड એક સીધી લીટી છે અને अम તેની ઉપર પડે છે.

.. ∠अमक + ∠अमड = ૨ કાટખુણા. (પ્ર૦ સિ૦ ૧)

અને ∵ डम, अब ઉપર પડે છે,

. ∠अमड + ∠बमड = ૨ કાટખુણા. (પ્ર૦ સિ૦ ૧)

.. ∠अमक + ∠अमड = ∠अमड + ∠बमड. (પ્ર૦ પ્ર૦)

આ બન્ને સરખી જોડમાથી સામાન્ય ∠अमड લઇ લેા;

નિગમન. ∴ ∠अमक = ∠बमड, (પ્ર૦ પ્ર૦)

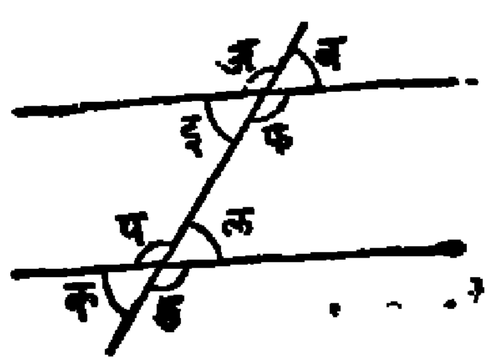
અને તેજ પ્રમાણે ∠अमड = ∠कमब પણ છે પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નેા.

૧ ઉપલા સિદ્ધાતમા ∠अमड = ∠कमब છે તે પૂર્ણ સિદ્ધાત લખી એ સિદ્ધાત સાબિત કરેા.

૨ કોઇપણ ત્રિકેાણુની સઘળી બાજુએા બને દિશામા લબાવી કહેા કે કયા કયા ખુણા બરાબર છે

૩. નીચેની આકૃતિમા જો ∠अ = ∠इ તેા ∠इ = ∠फ, જો ∠ब = ∠ल તેા ∠इ = ∠क, જો ∠ब = ∠ल, તેા ∠फ = ∠ड અને ∠इ = ∠ल, જો ∠इ + ∠प = ૨ ∟, તેા ∠फ + ∠ल = ૨ ∟, ∠ब + ∠ड = ૨ ∟, અને ∠अ + ∠क = ૨ ∟ છે,



૪ બે લીટીએા એક બીજીને છેદે તેા એક ખુણાને દુભાગનારી લીટી સામેના ખુણાને પણ દુભાગે છે એમ સાબિત કરેા.

૫ સામસામેના ખુણાને દુભાગનારી લીટીએા એકજ સીધી લીટીમાં છે.

૬ પ્રમેય સિધ્ધાત ૩જાની આકૃતિમા જો

(૧) ∠अमक = ૬૧°, તેા બીજા ખુણા કેવડા ?

(૨) ∠अमक + ∠बमड = ૨૨૦° તેા બીજા ખુણા કેવડા ?

(૩) ∠अमक + ∠अमड + ∠डमब = ૨૩૧° તેા દરેક ખુણેા કેવડેા ?

૭. बड, ∠अबकने દુભાગે છે તેા बड ઉપર ∠अबकने

બેવડ વાળીએ ત્યારે અબ ક્યા પડશે ? અબ, બકની બહાર અને અંદર ક્યારે ક્યારે પડશે ?

૮. બે લીટીઓ એક બીજીને છેદતા એક ખૂણો ૧૫°નો કરે છે તો બાકીના ખુણા કેવડા ?

૯ ત્રણ લીટીઓ એકજ બિંદુમા છેદતા પાસેપાસેના બે ખુણા ૨૫° અને ૬૧°ના કરે છે તો બાકીના ખુણા કેવડા ?

૧૦ એક ચતુષ્કોણમા બાજુઓ અનુક્રમે લંબાવતા બહારના ખુણા ૮૬°, ૧૧૫°, ૭૫°, ૮૪°, થાય છે તો તેની પાસેના ખુણા કેવડા ?

૧૧ એક આકણી એક લીટી ઉપર ફરીને ૨૭°, ૧૧૨°, ૭૭°, અને ૮૮°ના ખુણા કરે છે તો તેની પાસેના અને સામેના ખુણા તે કેવડા કરશે ?

§ ૧૪ સમાન્તર સીધી લીટી અને તેથી થતા ખુણાઓનો સંબંધ

સમાન્તર સીધી લીટીઓ એકજ સફાઈમા હોવી જોઈએ. જો એક લીટી એક ચોપડી પર હોય અને બીજી લીટી એક સ્લેટ પર હોય અને આ લીટીઓ જો કે ગમે તેટલુ લબાવવાથી મળતી નથી તો પણ આ ભૂમિતિમા એવી સમાન્તર લીટીઓ લેવામા આવી નથી. આ ભૂમિતિમા એકજ સફાઈમા પડતી સમાન્તરો લીધી છે. બે લીટી ઉપર એક આડી લીટી પડે અને એ પ્રમાણે જે જે ખુણાઓ બબ્બે લીટીથી થાય છે તેની સમજણ માટે કર્તવ્ય ભાગમા જુઓ.

પ્રમેય સિધ્ધાત ૪થો વિદ્યાર્થીને ભારી લાગશે માટે તે શીખવવા અગાઉ શિક્ષકે નીચે પ્રમાણે પ્રયોગ કરી બતાવવો —

अब, कड બે લીટીને છેદતી એક पफ આડી લીટી દોરો અને તેમાં ∠अइल અને ∠इलड દરેક ૭૦°નો કરો, પછી ∠बइल અને ∠इलकના માપ લો

પછી बइलड ભાગની નકલ પાતળા કાગળ પર કરો અને તેને ફેરવીને (ડાબા હાથ તરફ) कलइअ ભાગ ઉપર એવી રીતે મૂકો કે इल લીટી लइ સાથે મળી જાય. इब, लडनु શુ થાય છે ? કારણ શુ ?

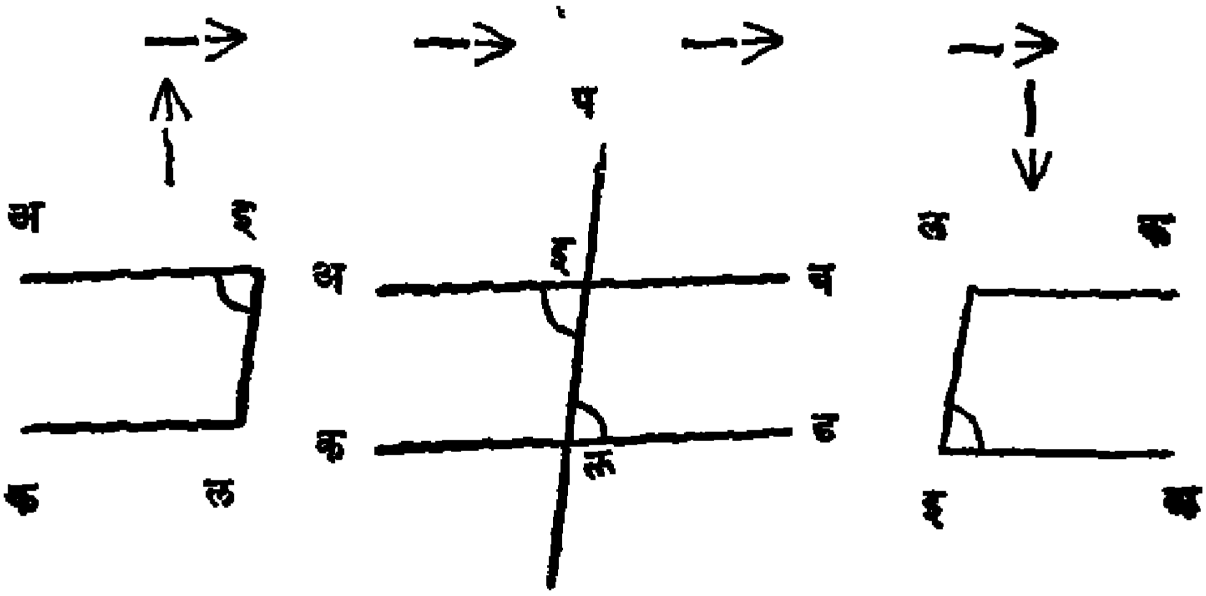
જો इअ, लकने લબાવતા તેઓ મળે તો लड, इबने વિષે શું અનુમાન કરો ? તેથી अइब, कलड વિષે તમો શુ અનુમાન કરો ?

જો इअ, लकને લબાવતા તેઓ ન મળે તો શું અનુમાન નીકળે છે? આ પ્રમાણે બતાવો કે अब ‖ कड છે

પ્રમેય સિધ્ધાંત ૪.

એક સીધી લીટી બીજી બે સીધી લીટીને છેદે ત્યારે જો વ્યુત્ક્રમ ખુણાનુ જોડકું બરાબર હોય તો તે બે લીટીઓ સમાન્તર સીધી લીટીઓ છે

अब, कड બે સીધી લીટીઓને पफ એક આડી સીધી લીટી इ, ल મા અનુક્રમે છેદે છે ત્યારે જો ∠ अइल = ∠ इलड, હોય, તો अब ‖ कड થશે.



આકૃતિમાથી अइलक ભાગ (કાપીને કે નકલ કરીને) છૂટો કરી તીરની દિશામા ફેરવીને એવી રીતે મુકો કે ल, इ ઉપર અને इ ल ઉપર પડે.

∵ इल = लइ અને ∠ अइल = ∠ इलड, ∴ इअ, लड ઉપર પડશે.

અને ∵ ∠ अइल = ∠ इलड, ∴ તેઓના ન્યૂનતાપૂરક ∠ बइल = ∠ कलइ(?)

∴ लक, इब ઉપરજ પડશે.

હવે જો अब, कड લીટીઓ સમાન્તર ન હોય તો તેઓ લંબાવતાં જમણી કે ડાબી બાજુએ મળશે. ધારો કે તેઓ ब, ड તરફ લંબાવતા મળે છે પણ लड, इबની જે દિશા છે તેજ દિશા इअ, लकની પણ છે, તેથી इअ, लक પણ अ, क તરફ લબાવતા મળશે એટલે अब, कड બે સીધી લીટી અવકાશનો ભાગ રોકી શકે છે. પણ એ બન્ને સીધી લીટી હોવાથી એ અશક્ય છે.

∴ કોઇપણ બાજુ પર अब, कड મળે નહિ. ∴ अब ‖ कड છે. પ્ર. સિ.

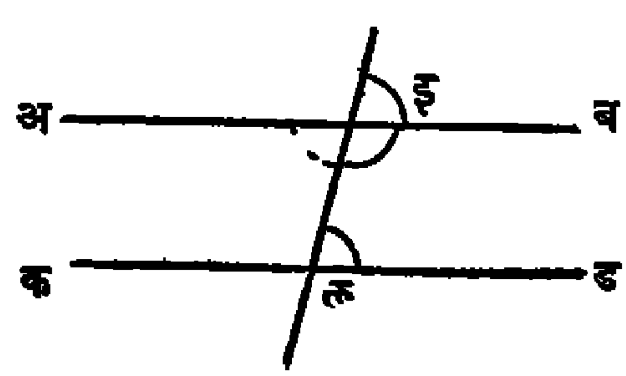
પ્રમેય સિદ્ધાંત ૫.

જો એક સીધી લીટી બીજી બે સીધી લીટીને છેદે ત્યારે જો–

(૧) બહારનો એક ખુણો આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના માંહેના સામેના ખુણાની બરાબર હોય, અથવા

(૨) આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના માહેના બે ખુણાનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર હોય,

તો તે બે લીટીઓ સમાન્તર સીધી લાટીઓ છે.



पफ આડી લીટી अब, कड બે સીધી લીટીને અનુક્રમે इ, लमां છેદે છે. ત્યારે

(૧) જો બહારનો ∠पइब = ∠पलड હોય, તો अब ‖ कड થશે.

કારણકે ∠पइब = ∠पलड, (∠इलड),

અને ∠पइब = ∠अइल, (પ્ર० સિ० ૩)

∴ ∠अइल = ∠ इलड (∠पलड), (પ્ર० પ્ર०)

પણ આ વ્યુત્ક્રમ ખુણા છે,

∴ પ્રમેય સિધ્ધાત ૪ પ્રમાણે अब ‖ कड છે

(૨). જો ∠बइल + ∠इलड = ૨ L, તો अब ‖ कड થશે

કારણ કે ∠बइल + ∠इलड = ૨ L, (પ્રતિજ્ઞા)

અને ∠बइल + ∠अइल = ૨ L, (પ્ર० સિ० ૧)

∴ ∠बइल + ∠इलड = ∠बइल +∠ अइल (પ્ર० પ્ર०)

બન્ને જોડમાથી સામાન્ય ∠बइल લઈ લો.

∴ ∠ इलड = ∠ अइल. (પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ આ વ્યુત્ક્રમ ખુણા છે,

∴ પ્રમેય સિદ્ધાત ૪ પ્રમાણે अब ‖ कड છે. (પ્ર૦ સિ૦)

ઉપસિદ્ધાંત. જો બે સીધી લીટી બન્ને ત્રીજી સીધી લીટીને લંબ હોય તો તે બે લીટીઓ સમાન્તર સીધી લીટી છે.

પ્રશ્નો (સિ. ૪ ને ૫ ઉપર).

૧. સિદ્ધાત ૪થાનો ઉપસિદ્ધાત સાબિત કરો.

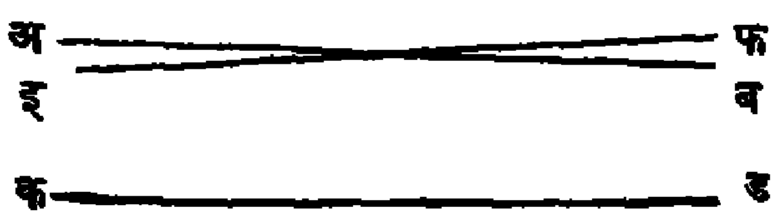
૨ બે અથવા વધારે સમાન્તર સીધી લીટીને મળતી આડી લીટીઓ જો ‖ને લંબ હોય તો એ પ્રમાણે થતા ચતુષ્કોણો સમાન્તરબાજુ છે

૩ अबकड ચતુષ્કોણમા ∠ बअक = ∠ अकड અને ∠ डअक = ∠ अकब તો ચતુષ્કોણ સમાન્તર બાજુ છે એમ બતાવો.

૪ अबकड ચતુષ્કોણમાં ∠ अ = ∠ ब અને बक = अड, તો આકૃતિને કાપીને, ઉલટ પાલટ ફેરવીને અને મૂળ સ્થિતિમા પાછી ગોઠવીને બતાવો કે अब ‖ कड,

૫. લીટીના પરિવર્તનથી ખૂણો થાય છે એ સત્યતાને આધારે ઉપલો સિદ્ધાત સાબિત કરો.

પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ એક બીજીને છેદતી બે લીટીઓ બન્ને ત્રીજી લીટીને સમાન્તર હોઈ શકે નહિ. અથવા કોઈપણ બિંદુમાથી એકજ લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર દોરી શકાય છે.



अब, इफ, અરસપરસ છેદે છે.

આ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ **પ્લેફેરનું પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ** કહેવાય છે.

ટીપ જો अब, कड સમાન્તર હોય તો अब, कड વચ્ચેનું અતર બધી જગ્યાએ એકજ છે અને अब ને इफ છેદે છે તેથી कड, इफ વચ્ચેનુ અતર अब, कड વચ્ચેના અતર કરતા કોઈ જગ્યાએ વધે અને કોઈ જગ્યાએ ઘટે, તેથી इफ, कड વચ્ચેનુ અંતર એકજ રહી શકે નહિ, તેથી इफ, कड સમાન્તર હોઈ શકે નહિ.

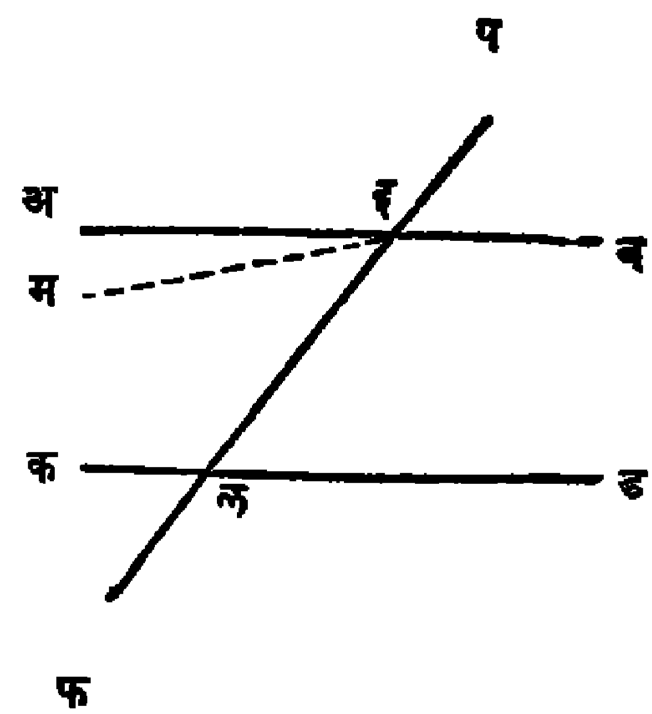
પ્રમેય સિદ્ધાંત ૬.

જો એક સીધી લીટી બે સમાન્તર સીધી લીટીને છેદે તો

(૧) વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓ બરાબર છે

(૨) બહારનો ખુણો માંહેના સામેના આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના ખુણાની બરાબર છે, અને

(૩) આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના માંહેના બે ખુણાનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે.



अब, कड બે સમાન્તર સીધી લીટીને पफ એક આડી સીધી લીટી અનુક્રમે इ, लમા છેદે છે તો

(૧) ∠अइल = ∠इलड થશે,

(૨) બહારનો ∠पइब = માહેના સામેના ∠इलड થશે, અને

(૩) માહેના ∠इलड + ∠बइल = ૨ ∟ થશે.

(૧) જો ∠अइल, ∠इलडની બરાબર ન હોય તો

ધારો કે ∠मइल = ∠इलड છે.

∵ ∠मइल = ∠इलड, ∴ मइ ‖ कड છે (પ્ર० સિ० ૪)

પણ अब ‖ कड, (१)

∴ मइ અને अइब બન્ને ‖ कड છે.

પણ એ અશક્ય છે (પ્લેફેરનું પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ)
∴ ∠अइल અને ∠इलड બરાબર નથી એ અશક્ય છે.
∴ ∠अइल = ∠इलड છે.

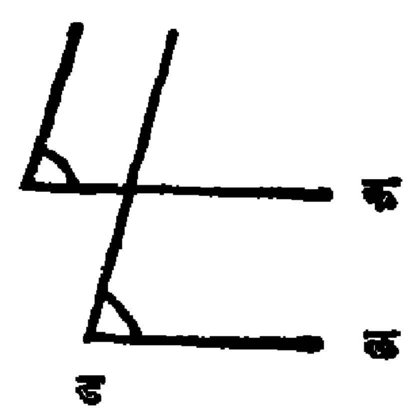
(૨) હવે ∠अइल = ∠इलड, (સિદ્ધ)
અને ∠पइब = ∠अइल, (પ્ર૦ સિ૦ ૩)
∴ ∠पइब = ∠इलड છે. (પ્ર૦ પ્ર૦)

(૩). હવે ∠अइल = ∠इलड; (સિધ્ધ)
માટે બન્નેમા ∠बइल ઉમેરીએ તો
∠अइल + ∠बइल = ∠इलड + ∠बइल, (પ્ર૦ પ્ર૦)
પણ ∠अइल + ∠बइल = ૨ ∟ (પ્ર૦ સિ૦ ૧)
∴ ∠इलड + ∠बइल = ૨ ∟ છે (પ્ર૦ પ્ર૦) પ્ર. સિ.

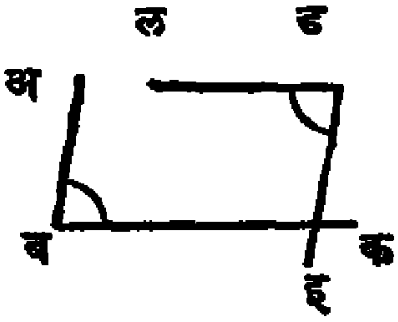
ઉપસિદ્ધાત કોઇપણ ખુણાની શાખાલીટીઓને સમાન્તર બે લીટીઓ દોરી હોય તો આ બે લીટીનો અંતર્ખુણો આપેલા ખુણાની બરાબર છે, અથવા ન્યૂનતાપૂરક છે.

अबक આપેલો ખુણો છે અને बअ સમાન્તર डइ, અને बक સમાન્તર डल દોરી છે.

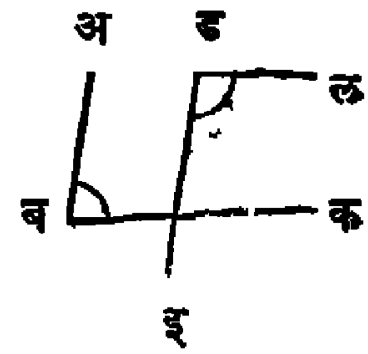
(૧) જો बअની દિશામા डइने અને बकની દિશામા डलने દોરી હોય તો ∠अबक, ∠इडल બરાબર છે



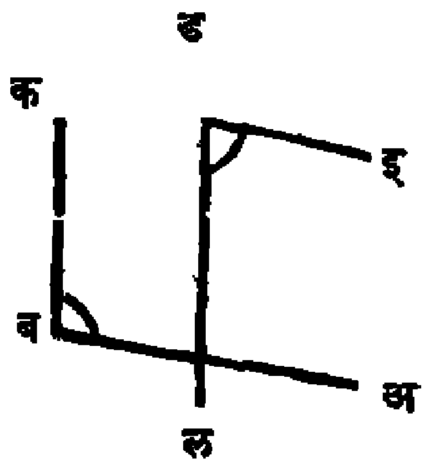
(૨) જો बअની વિરૂદ્ધ દિશામા डइने, અને बकની વિરૂદ્ધ દિશામાં डलने દોરી હોય તો ∠अबक, ∠इडल બરાબર છે.



(૩) જો बअनी વિરૂધ્ધ દિશામા डइने, અને बकनीज દિશામા डलने દોરી હોય તો ∠अबक, ∠इडल ન્યૂનતાપૂરક છે



(૪) જો बअनीज દિશામા डइने, અને बक ની વિરૂદ્ધ દિશામા डलने દોરી હોય તો ∠अबक, ∠इडल ન્યૂનતાપૂરક છે



પ્રશ્નો.

૧ બે અથવા વધારે સમાન્તર લીટીને છેદતી આડી લીટી જો એકને લબ હોય તો તે બધી સમાન્તરોને લંબ છે એમ બતાવો.

૨ સિધ્ધાત ૬મા પહેલા ભાગની મદદ વિના બીજો ભાગ સિધ્ધ કરો.

૩ બે સમાન્તર લીટીની બે જોડ અરસપરસ છેદી એક સમાન્તર-બાજુ ચતુષ્કોણ કરે છે તો બતાવો કે (૧) કયા કયા ખૂણા બરાબર છે, (૨) કયા કયા ખુણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર છે, અને (૩) કયા કયા ખુણા અરસપરસ દ્વિકાટખૂણપૂર્ણી છે

૪ એક સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમા કર્ણ દોરીને કહો કે કયા કયા ખુણા બરાબર છે ?

૫. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેના ખુણા સરખા છે.

૬ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમા બધા ખુણાનો સરવાળો કેટલો ?

૭ પ્રશ્ન ૬ પરથી ત્રિકોણના ખુણાનો સરવાળો કરો

૮. જો કોઇપણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમા એક ખુણો કાટખુણો હોય તો તે લબચોરસ છે

૯. કોઇપણ ખુણાની શાખાલીટીની સમાન્તર બે

લીટી દોરી હોય તો આ બે લીટીનો અતખુંણો આપેલા ખુણાની બરાબર છે, અથવા ન્યૂનતાપૂરક છે.

૧૦. अबक △ મા ∠ब = ∠क ને डइ ‖ बक તો ∠अडइ = ∠अइड છે.

૧૧ ત્રિકોણની બહારના ખૂણાને દુભાગનાર લીટી એક બાજુને સમાન્તર હોય તો ત્રિકોણમાં બે ખૂણા સરખા છે એમ બતાવો.

૧૨ એકજ લીટીને દોરેલી બધી લંબો અરસપરસ સમાન્તર છે.

૧૩ * अब ‖ पफ અને बक ‖ पल તો ∠ब અને ∠पને દુભાગનારી લીટીઓ સમાન્તર અથવા લબ છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૪ * સિ ૬મા इ, ल આગળના અદરના ચાર ખુણાને દુભાગનાર લીટીઓ એક લબચોરસ બનાવે છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૫ * સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણના અદરના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ એક લંબચોરસ બનાવે છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૬.* अब ‖ कड છે, તેઓને આડી લીટી प, रમા છેદે છે ∠ प, ∠ रને દુભાગનાર લીટીઓ मમા મળે છે. સળ રચનાથી બતાવો કે (मप, मर ઉપર સળ વાળીને) म, अब અને कडથી સમાન અતરે છે

૧૭ * એક લીટી ખીંચી બે લીટીને છેદે અને માંહેના એક બાજુ તરફના બે ખુણાઓ મળી બે કાટખુણા કરતાં ઓછા હોય તો જે બાજુ ઉપર બે ખુણાઓ મળી બે કાટખુણા કરતા ઓછા હોય તે બાજુ તરફ એ બે લીટીઓ લબાવતા મળે છે એમ બતાવો.

૧૮ * બે લીટીઓની વચ્ચેનો સાકડો ખુણો તે બે લીટીઓને સમાન્તર દોરેલી લીટીઓની વચ્ચેના સાકડા ખુણાની બરાબર છે, અને પહોળો ખુણો પહોળા ખુણાની બરાબર છે એમ બતાવો,

૧૯ * કોઈપણ ત્રિકોણના શિરોબિંદુમાથી પાયાને સમાન્તર લીટી દોરી સિદ્ધ કરો કે ત્રિકોણના ત્રણે ખુણા મળી બે કાટખૂણા બરાબર છે

---

* ફુલડીવાળા પ્રશ્નો વધારે ઉપયોગી છે તેમજ ઘણી વખત કઠણ પણ છે એવા અને મોટા અક્ષરોવાળા પ્રશ્નોના આધાર આગળના પ્રશ્નોની સિદ્ધતામાં કોઈ કોઈ જગ્યાએ લીધા છે.

૨૦.* એક ત્રિકોણના બે શિરોબિંદુમાથી સામેની બાજુને સમાન્તર લીટી દોરી એક સ ચ. પુરો કરી બતાવો કે ત્રિકોણના ત્રણ ખૂણા મળી બે કાટખૂણા બરાબર છે.

સિધ્ધતાનો પ્રકાર.

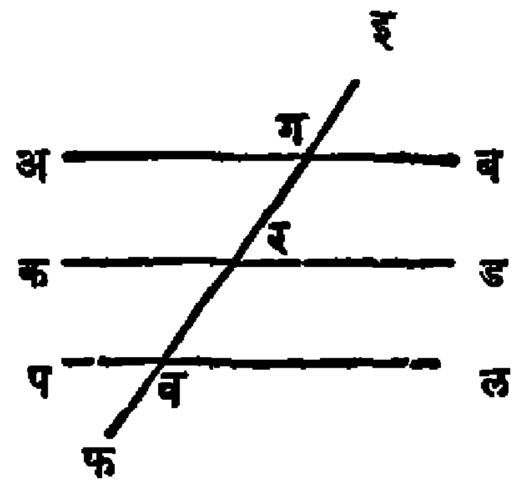
સિધ્ધાત ૬ઠ્ઠા ઉપરથી માલમ પડશે કે પહેલા પાચ સિધ્ધાંતમાં જે રીતની સિધ્ધતા વાપરી છે તેનાથી એ સિધ્ધતા જુદીજ છે. પહેલા પાંચની સિદ્ધતા **સુલટી** છે અને ૬ઠ્ઠામા એ સિધ્ધતા **ઉલટી** છે. કોઇ પણ સિધ્ધાત આપણે સિદ્ધ કરવાનો છે અને જ્યારે આપણે બતાવીએ છીએ કે એ સિધ્ધાત ખોટો નથી, કારણકે જો ખોટો હોય તો કાઇ વિપરીત પરિણામ આવે છે, ત્યારે તે ઉલટી સિધ્ધતા કહેવાય છે. ૬ઠ્ઠા સિધ્ધાતમા આપણે સાધ્યને ખોટો માની તેથી ઉલટુ પરિણામ આણ્યુ છે અને જ્યા જ્યા આવી ઉલટી સિધ્ધતા અગીકાર કરવામાં આવે છે ત્યા ત્યા એવા ઉલટા અને વિપરીત પરિણામ આવે છે.

પ્રતીપ યા વ્યત્યાસ સિધ્ધાંતો.

જ્યારે એક સિદ્ધાતનો પક્ષ ભાગ બીજા સિદ્ધાતનો સાધ્ય ભાગ હોય અને પહેલાનો સાધ્ય ભાગ બીજાનો પક્ષ ભાગ હોય ત્યારે એવા સિદ્ધાતો એક બીજાના **પ્રતીપ** યા **વ્યત્યાસ** કહેવાય છે. સિદ્ધાત ૪ના ને ૫ના પક્ષમા ખુણાઓનો સબધ આપેલો છે અને સાધ્યમા લીટી ‖ કરવાની છે ત્યારે સિધ્ધાત ૬ઠ્ઠાના પક્ષમા લીટી ‖ આપેલી છે અને સાધ્યમા ∠ઓનો સબધ શોધવાનો છે તેથી એ બે સિધ્ધાતો પ્રતીપ યા વ્યત્યાસ છે 'પ્રતીપ' યા 'વ્યત્યાસ' નો અર્થ 'ઉલટો' છે આ ઉપરથી સમજાશે કે કોઇપણ સિદ્ધાતનો પ્રતીપ સિદ્ધાત હોઈ શકે છે, પણ એક સિધ્ધાત સત્ય હોય તો તેનો પ્રતીપ સિદ્ધાત હમેશા સત્ય છે એવું નથી, જેમકે બે ત્રિકોણોમા ત્રણે બાજુ અનુક્રમે બરાબર હોય તો ખુણા પણ બરાબર છે. પણ તેનો પ્રતીપ ખુણા બરાબર હોય તો બાજુઓ પણ બરાબર છે એ હમેશા સત્ય નથી.

પ્રમેય સિધ્ધાંત ૭.

જે સીધી લીટીઓ એકજ સીધી લીટીને સમાન્તર છે તે અરસપરસ સમાન્તર છે.



अब અને कड લીટી બન્ને पलને ‖ છે તો अब, कड ‖ થશે.

રચના इफ આડી લીટી ત્રણે લીટીને અનુક્રમે ग, र, वમા છેદે તેમ દોરો.

સિધ્ધતા ∵ अब ‖ पल, અને इफ બન્નેને છેદે છે,

∴ ∠अगर = ∠गवल (પ્ર૦ સિ૦ ૬)

અને ∵ कड ‖ पल અને इफ બન્નેને છેદે છે,

∴ ∠गरड = ∠गवल. (પ્ર૦ સિ૦ ૬)

પણ ∠अगर = ∠गवल, (સિધ્ધતા)

∴ ∠अगर (એટલે ∠अगव) = ∠गरड, (१)

પણ આ વ્યુત્ક્રમ ખુણા છે

નિગમન ∴ अब ‖ कड છે (પ્ર૦ સિ૦ ૪). પ્ર૦ સિ૦

નોંધ સિધ્ધાત ૭માં જ્યારે पल લીટી अब અને कडની મધ્યે હોય ત્યારે સિધ્ધતા નહિજ જેવી છે, કારણકે

अब ‖ पल અને कड ‖ पल છે.

∴ अब, पल અને कड, पल કદી પણ મળશે નહિ તો અશક્ય છે કે पलની બહારની લીટીઓ, अब, कड મળી શકશે.

પ્રશ્નો.

૧. જો એક લીટી બીજી બે સમાન્તર લીટીમાથી એકને સમાન્તર હોય તો બીજીને પણ તે સમાન્તર છે એમ બતાવો.

૨ જો એક લીટી બીજી બે સમાન્તર લીટીમાથી એકને લબ હોય તો બીજીને પણ તે લબ છે એમ બતાવો

૩. સિદ્ધાત ૭ને પ્લેફેરના પ્રત્યક્ષ પ્રમાણથી સિદ્ધ કરો.

૪ સિદ્ધાત ૭મામા "સમાન્તર" ને બદલે "સરખી" અને "લબ" શબ્દ મૂકીએ તો એથી થતા સિદ્ધાતો પણ ખરા છે કે નહિ તે બતાવો.

૫. કોઇ પણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમા જો એક બાજુને સમાન્તર લીટીઓ દોરી હોય તો આ પ્રમાણે થતા ચતુષ્કોણો પણ સમાન્તરબાજુ છે.

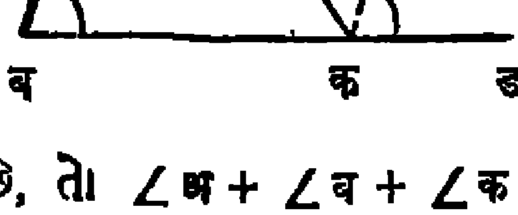
૬ લંબચોરસની બાજુના મધ્યબિંદુમાથી બાજુઓને સમાન્તર દોરેલી લીટીઓ મોટા લંબ ચોરસના ચાર સરખા લબ ચોરસો બનાવે છે.

૭ પ્રશ્ન ૬ઠ્ઠામા જો ચોરસ લઇએ તો ચાર નાના ચોરસ થશે

§ ૧૫ ત્રિકોણના બધા ખુણાનુ અને બહુકોણના અંતર્ખુણાનુ અને બાહ્યખુણાનું એકદર મહત્ત્વ.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૮.

કોઈપણ ત્રિકોણના ત્રણે ખુણા મળીને બે કાટખુણા બરાબર છે.



अबक એક ત્રિકોણ છે, તો $\angle$ अ + $\angle$ ब + $\angle$ क = બે કાટખુણા થશે.

રચના. बकने ड સુધી લબાવો, અને ધારો કે कइ, अबने ‖ છે.

સિદ્ધતા ∵ अब ‖ कइ, ∴ $\angle$ अ = $\angle$ अकइ, (પ્ર૦ સિ૦ ૬)

અને ∵ अब ‖ कइ, ∴ $\angle$ ब = $\angle$ इकड, (પ્ર૦ સિ૦ ૬)

∴ $\angle$ अ + $\angle$ ब = $\angle$ अकइ + $\angle$ इकड, (પ્ર૦ પ્ર૦).

હવે બન્ને જોડમા $\angle$ अकब ઉમેરો.

∴ ∠अ + ∠ब + ∠अकब = ∠अकइ + ∠इकड + ∠अकब;
પણ क આગળના ત્રણ ખુણા બે કાટખુણા બરાબર છે (પ્ર૦ સિ૦ ૧)
નિગમન. ∴ ∠अ + ∠ब + ∠अकब = ૨ ⌊ છે
એટલે ત્રિકોણના ∠अ + ∠ब + ∠क = બે કાટખુણા પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાત ૧. કોઇપણ ત્રિકોણની એક બાજુ લંબાવીએ તો બહારનો ખુણો માહેના સામેના બે ખુણાની બરાબર છે, અને તે માહેના સામેના કોઇપણ ખુણાથી મોટો છે.

ઉપસિદ્ધાત ૨. જો બે ત્રિકોણમાં એકના બે ખુણા બીજાના બે ખુણાની અનુક્રમે બરાબર હોય તો ત્રીજા ખુણા પણ બરાબર છે.

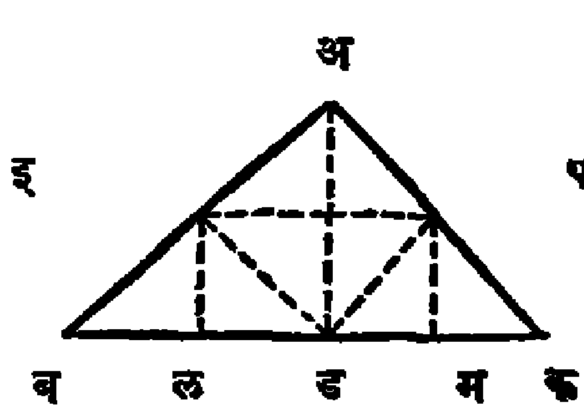
ઉપસિદ્ધાત ૩ કોઇપણ ત્રિકોણમા બે ખુણા મળી બે કાટખુણા કરતા ઓછા છે

ઉપસિદ્ધાંત ૪ કોઇપણ ચતુષ્કોણમા બધા ખુણાનો સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે

ઉપસિદ્ધાત ૫ કોઇપણ ત્રિકોણમાં ઓછામાં ઓછા બે ખુણા સાકડા ખુણા હોય છે

પ્રશ્નો.

૧ નીચે પ્રમાણે ત્રિકોણ રચના કરી પ્ર સિ ૮મો સિધ્ધ કરો
[△ अबकमा अड, बक પર ⊥ છે અને इ, अबનુ અને फ, अकનુ મધ્યબિંદુ છે, ને इल અને फम, बक ને ⊥ છે]



૨ કોઇપણ કાટખુણ △મા બે સાકડા ખુણા કોટિખુણા છે.

૩ જો કોઇપણ ત્રિકોણમાં બે ખુણા મળી ત્રીજાની બરાબર હોય તો ત્રિકોણ કાટખુણ ત્રિકોણ છે.

૪. કાટખુણુ ત્રિકોણુમા કર્ણું ઉપર જો કાટખુણામાથી લબ દેરો હોય તો બન્ને ત્રિકોણો મૂળ ત્રિકોણુ સાથે સમકોણુ છે

૫. अबक $\triangle$મા बक ની ‖ લીટી अમાથી દેારી પ્ર૦ સિ૦ સિધ્ધ કરો.

૬ $\triangle$ अबकમા बक લબાવતા બહારનો $\angle$ अकड = ૧૨૨° અ $\angle$ अ = ૫૨° છે તો બીજા ખુણા કેવડા ?

૭. બે લીટીઓ અનુક્રમે બીજી બે લીટીને લબ હોય તો પહેલ જોડની વચ્ચેનો સાકડો ખુણો બીજી જોડની વચ્ચેના સાકડા ખુણાની બરાબર છે

૮. કોઈપણુ ત્રિકોણુના પાયાને બન્ને બાજુ લબાવીએ તો બહાર ખૂણાઓ બે કાટખુણા અને પાયાની સામેના ખુણાના સરવાળા બરાબર છે

૯* $\triangle$ अबकમા $\angle$ ब, $\angle$ कને बड, कड અનુક્રમે દુભાગે છે $\angle$ बडक = ૯૦° + $\angle$ अ/૨.

૧૦* $\triangle$ अबकમા अब, अकને લબાવતા બહારના ખૂણાને बड कड દુભાગે છે તો $\angle$ बडक = ૯૦°– $\angle$ अ/૨

૧૧ * બે સમાન્તર લીટીને એક આડી લીટી છેદે તો તેની એક બાજુના માહેના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ કાટખુણે મળે છે

૧૨ * $\triangle$ अबकમા अब = अक અને बअને ड સુધી લબાવ अक = अड હોય તો डक, बक ને લબ છે એ સિધ્ધ કરો

૧૩ કોઇપણુ ચતુષ્કોણુમા પાસેપાસેના ખુણાને દુભાગનારી લીટી થતો અતર્ખુણો બાકીના ખુણાના સરવાળાથી અર્ધો છે એમ બતાવો

૧૪ * કોઇપણુ ત્રિકોણુની એક બાજુને બને બાજુ લબાવી તો બહારના ખુણા બે કાટખુણા કરતા મોટા છે એ સિદ્ધ કરો

૧૫ કોઇપણુ પાયા ઉપર બે ત્રિકોણો એક બીજાની અદર છે પાયાની સામેનો ત્રિકોણુનો ખુણો અદરના ત્રિકોણુના ખુણા કરતા નાનો

૧૬* अवक$\triangle$મા $\angle$ अ, $\angle$ बने દુભાગનારી લીટીઓ डमा તો $\angle$ अडब એક $\llcorner$ થી મોટો છે એ સિદ્ધ કરો

૧૭ अबकड ચતુષ્કોણુમા अक કર્ણ $\angle$ अ અને $\angle$ कને દુભ છે તો ब અને ड આગળના બહારના ખુણા બરાબર છે.

૧૮ પાયા આગળથી $\triangle$ની બે બાજુ લબાવતા થતા બહારના ખૂણાઓ મળી બે કાટખુણા કરતા મોટા છે

૧૯. એક $\triangle$મા ત્રણે ખુણા બરાબર હોય તો દરેક ખુણો કેવડો ?

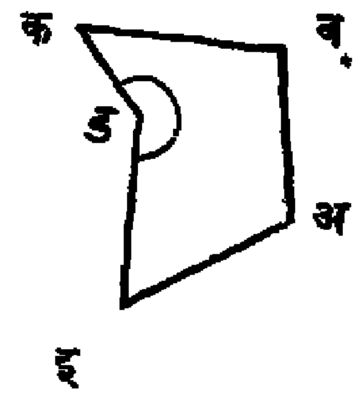
૨૦. એક $\triangle$મા બે ખુણા બરાબર છે અને ત્રીજો પહેલા કરતા ૩૦ અંશ મોટો છે તો દરેક ખુણો કેવડો ?

૨૧ अबकड ચતુ૦મા अब, डक લબાવતા મળે છે, તો ब, क આગળના બહારના $\angle$ઓ મળી अ, ड આગળના અંદરના $\angle$ઓ બરાબર છે.

૨૨. પંચકોણના બધા ખુણા મળી ૬ કાટખુણા બરાબર છે.

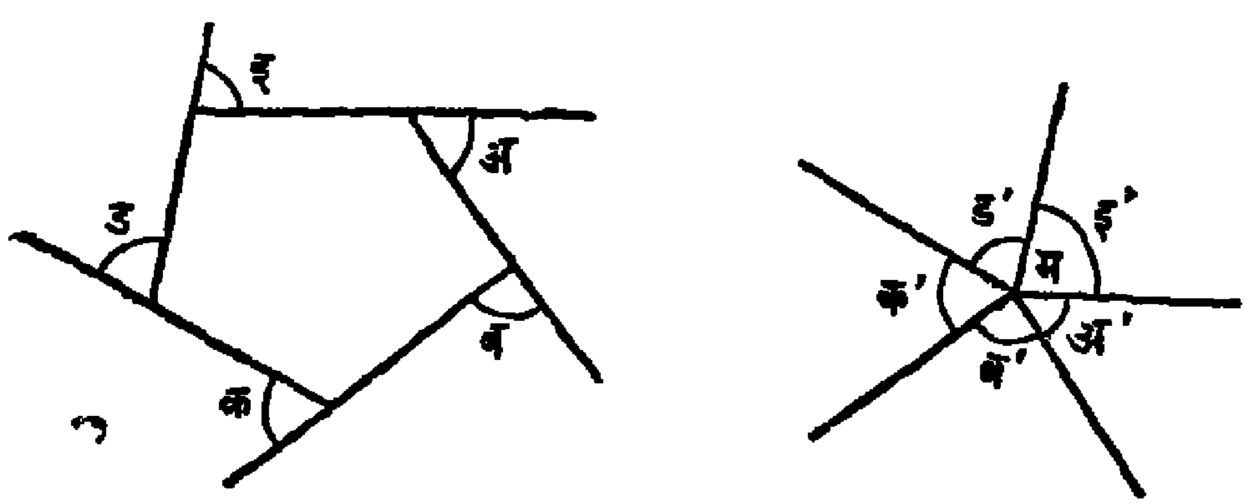
૨૩ નિયમિત ષટ્કોણ અને અષ્ટકોણમા દરેક ખુણાનુ શુ મહત્ત્વ છે ?

નોંધ—પાસેની આકૃતિમા બતાવેલો ड ખુણો અતિદ્વિકાટખુણ યા અંતર્ગામી યા 'રીફ્લેક્ષ' ખુણો છે જુઓ કર્તવ્ય ભાગમા. એ ખુણો બે કાટખુણાથી મોટો છે.



પ્રમેય સિદ્ધાંત ૯.

કોઇપણ સીધીલીટીઆકૃતિ એવી હોય કે તેનો કોઈ-પણ ખુણો અંતર્ગામી ન હોય તો તેની બધી બાજુ અનુક્રમે બહાર લંબાવીએ ત્યારે આ પ્રમાણે થતા બધા બહારના ખુણાનો સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે.



સાધન अबकडइ એક એવી સીધીલીટીઆકૃતિ છે કે તેનો કોઇપણ ખુણો અંતર્ગામી નથી, અને તેની બધી બાજુ અનુક્રમે વધારવાથી બહારના ∠अ, ∠ब, ∠क, ∠ड, ∠इ, ખુણા થાય છે.

ત્યારે ∠अ + ∠ब + ∠क + ∠ड + ∠इ = ૪ કાટખુણા થશે.

રચના म જેવા કોઇપણ બિંદુમાથી આપેલી આકૃતિની બાજુઓની દિશામાજ એ બાજુઓની સમાન્તર લીટીઓ દોરો.

∠अ, ∠ब, ∠क, ∠ड, ∠इ, ખુણાઓ કરતી બાજુઓની સમાન્તર જે લીટીઓ मમાથી દોરી છે તેની વચ્ચે अ', ब', क', ड', इ', ખુણાના નામ આપો

સિદ્ધતા. એકજ દિશામા જતી બબ્બે સમાન્તરોની વચ્ચે સરખા ખુણા હોય છે,

. ∠अ = ∠अ', ∠ब = ∠ब', ∠क = ∠क', ∠ड = ∠ड', ∠इ = ∠इ' છે (પ્ર સિ. ૬, ૭૫)

આકૃતિના બધા બહારના ખુણાનો સરવાળો = म આગળના બધા ખુણાઓનો સરવાળો છે

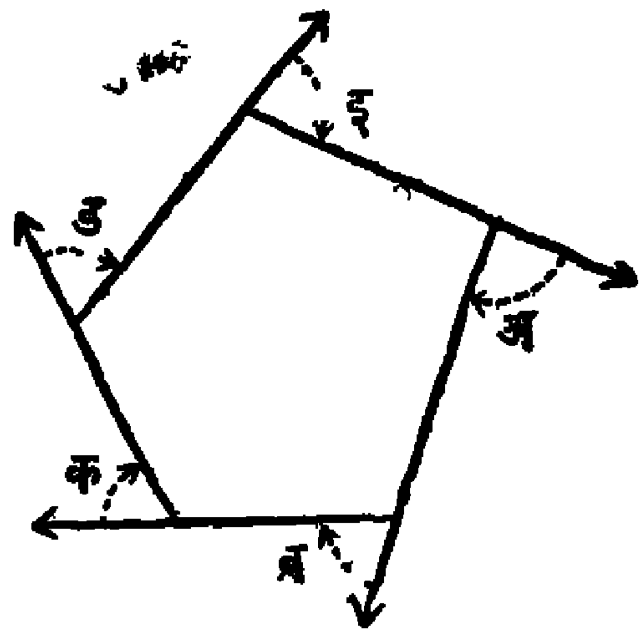
પણ म આગળના બધા ખુણાઓનો સરવાળો = ૪ કાટખુણા. (પ્ર સિ ૧, ૭૫)

આકૃતિના બધા બહારના ખુણા મળી ચાર કાટખુણા બરાબર છે પ્ર. સિ.

ટીપ,–ઉપલી આકૃતિમા બહુકોણની ગમે તેટલી બાજુ લઇ શકાય છે.

ઉપસિદ્ધાંત કોઇપણ સીધીલીટીઆકૃતિના અંદરના બધા ખુણા અને ચાર કાટખુણાનો સરવાળો આકૃતિની જેટલી બાજુ છે તેનાથી બમણા કાટખુણા બરાબર છે.

અથવા, સીધીલીટીઆકૃતિની બાજુની સંખ્યા અ હોય તો બધા અંદરના ખુણા મળી (૨×અ–૪) કાટખુણા બરાબર છે.



અનુક્રમે કોઈપણ સીધી લીટી આકૃતિ લો, તેની બાજુઓ અનુક્રમે લંબાવો

∵ આકૃતિની જેટલી બાજુ છે તેટલા શિરોબિંદુ છે અને દરેક શિરોબિંદુ આગળના બહારના અને અંદરના ખુણા મળી બે કાટખુણા છે

∴ બધા બહારના અને બધા અંદરના ખુણા મળી આકૃતિની જેટલી બાજુ છે તેટલા બમણા કાટખુણા બરાબર છે.

પણ બધા બહારના ખુણા મળી ચાર કાટખુણા બરાબર છે (પ્ર૦ સિ૦ ૯)

∴ આકૃતિના બધા અંદરના ખુણા અને ચાર કાટખુણા મળી જેટલી બાજુ છે તેનાથી બમણા કાટખુણા બરાબર છે

∴ બધા અંદરના ખુણા મળી = (૨×અ−૪) કાટખુણા છે.

પ્રશ્નો.

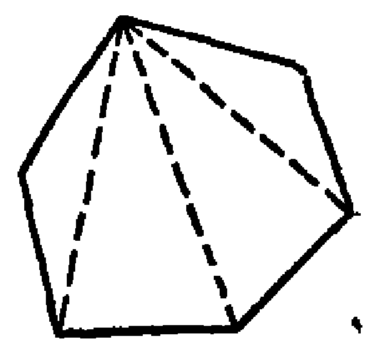
૧ એક ચતુષ્કોણના બહારના ખુણા ૭૨°, ૧૧૨°, અને ૫૫° છે તો ચોથો બહારનો ખુણો કેવડો ? અને અંદરના બધા ખુણા કેવડા ?

૨ એક પંચકોણના ત્રણ બહારના ખુણા ૬૭°, ૨૫°, અને ૩૮° છે અને બાકીના બહારના ખુણા સરખા છે તો સઘળા ખુણા કેવડા ?

૩ * કોઈપણ બહુકોણમાં અ બાજુની સંખ્યા હોય તો તેના અંદરના ખુણા (૨ × અ−૪) કાટખુણા બરાબર છે એમ બતાવો.

૪ * કોઈપણ સમકોણમાં અ બાજુ હોય તો દરેક અંદરનો ખુણો (૨ × અ − ૪) − અ કાટખુણા બરાબર છે એમ બતાવો.

૫. એક △ માં પાયા ઉપરનો ખુણો અનુક્રમે સામેના ખુણાથી ત્રણગણો અને પાંચગણો છે તો દરેક ખુણો કેવડો ?



૬. * કોઈપણ બહુકોણમાં ગમે તે શિરોબિંદુને બીજાં બધા શિરોબિંદુ સાથે સાંધી ઉપલો ઉપસિદ્ધાંત સાબિત કરો.

૭. એક △ના પાયા ઉપરના ખુણાઓ ૬૫° અને ૮૩° છે તો તેની સામેનો ખુણો કેવડો ? સામેના ખુણાને દુભાગનારી લીટી પાયા સાથે કેવડા ખુણા કરે છે ?

૮ પ્રશ્ન ૭માંના પાયા ઉપરના ખુણાઓને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખુણો કેવડો ?

૯ એક ચતુષ્કોણમાં ત્રણ ખુણાઓ અનુક્રમે ચોથાથી પાંચગણા, ચારગણા અને આઠગણા છે તો દરેક ખુણો કેવડો ?

૧૦ * એક સમબહુકોણમાં દરેક ખુણો (૧) ૧૦૮°, (૨) ૧૭૦°, (૩) ૧૭૫°, (૪) ૧૭૭$\frac{1}{2}$° છે તો તેની કેટલી કેટલી બાજુઓ છે ?

૧૧. ઓછામાં ઓછી બાજુવાળા સમકોણમાં દરેક ખુણો કેવડો ?

૧૨ કોઈ સમબહુકોણમાં બહારનો દરેક ખુણો (૧) ૩૦°, (૨) ૧૨°, (૩) ૪૦°, (૪) ૯°, (૫) ૧૫°, (૬) ૩૬°, (૭) ૯૦°, (૮) ૨૪°, (૯) ૪°, અને (૧૦) ૧૦° છે તો તેની કેટલી કેટલી બાજુ હશે ?

૧૩. ૧૨, ૧૦, ૫ અને ૩ બાજુના સમકોણમાં બહારનો અને અંદરનો દરેક ખુણો કેવડો ?

૧૪. ૭°, ૧૧°, ૧૩°, ૧૫°, ૨૧° અને ૩૩°નો બહારનો ખુણો હોય તો એવા સમબહુકોણ બની શકે ? કારણ આપો.

૧૫ બહારનો ખુણો પહોળો ખુણો હોઈ શકે એવો સમકોણ કયો ?

૧૬ ૩, ૪, ૫, ૬, ૮, ૧૦, ૧૨ અને ૧૫ બાજુના સમબહુકોણના અંદરના અને બહારના ખુણાના માપનો કોઠો બનાવો.

૧૭ પ્રોટ્રેકટરથી ૨·૦"ની બાજુ ઉપર એક સમષટ્કોણ બનાવો.

૧૮. પ્રશ્ન ૧૭માંમા બાજુ ૪·૨ સે મી. હોય ત્યારે સમષટ્કોણ બનાવો.

૧૯. ૧૦૪"ની બાજુ ઉપર એક સમદ્વાદશકોણ બનાવો.

૨૦. પ્રશ્ન ૧૭મામા એકેક શિરોબિંદુ છોડી દઈ બીજા શિરોબિંદુઓ અનુક્રમે જોડી એક આકૃતિ બનાવો, આ આકૃતિ કેવી છે? તેના બાજુ અને ખુણાના માપ કાઢો.

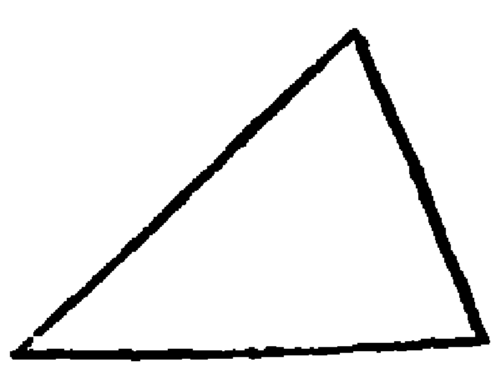
૨૧. એક ત્રિકોણની ત્રણે બાજુ અનુક્રમે લબાવતા બે બહારના ખુણાનો સરવાળો ત્રીજા બહારના ખુણાથી બમણો હોય તો ત્રિકોણમાં એક ખુણો ૬૦°નો છે

§૧૬. ત્રિકોણની સર્વ સમાનતા અને સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ.

જ્યારે એક આકૃતિને ઉંચકાને બીજી ઉપર સમાનતા બતાવવાને મૂકવામા આવે ત્યારે એ રીતિને **સ્થાનોપરિ** યા **સમાધાન સ્થિતિ** કહે છે. આ પ્રમાણે જ્યારે આકૃતિઓ **સ્થાનોપરિ** સ્થિતિથી એક બીજીની બરાબર થાય છે ત્યારે તેઓ "બરાબર" થાય છે એટલે "**સર્વ રીતે બરાબર**" થાય છે

આકૃતિઓ જ્યારે સ્થાનોપરિ સ્થિતિથી બરાબર થાય છે ત્યારે ક્ષેત્રફળમા પણ તેઓ બરાબર છે પણ જો આકૃતિઓ ક્ષેત્રફળમા બરાબર હોય તો હમેશા તે સર્વ રીતે બરાબર થતી નથી એમ આગળ બતાવવામા આવશે

વળી કોઈપણ ત્રિકોણ પર નજર નાખતા માલમ પડે છે કે તેના છ "તત્ત્વો" યા "અંગો" છે, ત્રણ ખુણાઓ ∠अ, ∠ब, ∠क અને ત્રણ બાજુઓ અ,બ,ક (ખુણાની સામેની) છે જ્યારે એક ત્રિકોણ બીજાની બરાબર છે ત્યારે એક ત્રિકોણના છ અંગો તે બીજા ત્રિકોણના છ અંગોની બરાબર



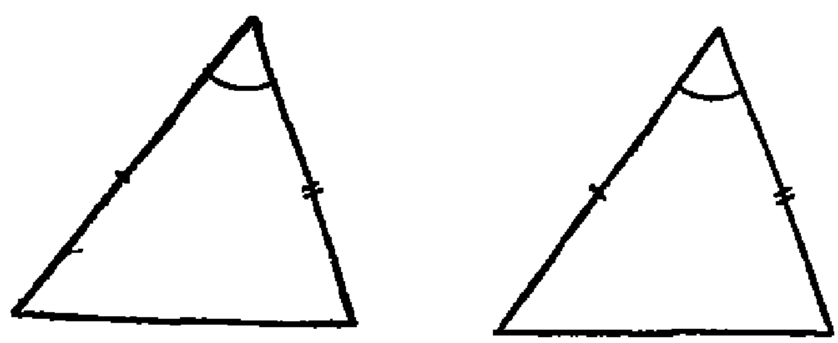
અનુક્રમે છે, અને ત્રિકોણોના ક્ષેત્રફળો પણ બરાબર છે. જ્યારે આકૃતિઓ સર્વ અંગોમા બરાબર હોય છે ત્યારે સરખી બાજુઓ સરખા ખુણાની

સામેની હોય છે અને સરખા ખુણાઓ સરખી બાજુની સામેના હોય છે આકૃતિઓ સવ અગમા બરાબર છે એમ બતાવવાને માટે

"એક આકૃતિ ≡ બીજી આકૃતિ" લખાય છે, એટલે એક આકૃતિ સર્વ અંગમાં બીજી આકૃતિની બરાબર છે, એટલે બન્ને એકરૂપ છે.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૦.

જો એક ત્રિકોણની બે બાજુ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય અને આ બાજુથી થતા અંતર્ખુણાઓ પણ બરાબર હોય તો તે બન્ને ત્રિકોણ સર્વ રીતે બરાબર છે



સાધન. अबक અને डइफ ત્રિકોણોમા अब = डइ અને अक = डफ અને ∠अ = ∠ड છે, તો △अबक ≡ △डइफ થશે.

સિદ્ધતા. △अबकને ઉંચકીને △डइफ ઉપર એવી રીતે મૂકો કે अ, ड ઉપર પડે અને अब, डइ ઉપર પડે, અને

∵ अब = डइ, ∴ ब, इ ઉપર પડે છે.

વળી ∵ ∠अ = ∠ड, તેથી अक, डफ ઉપર પડે છે.

અને ∵ अक = डफ, ∴ क, फ ઉપર પડે છે

અને ∵ ब, इ ઉપર અને क, फ ઉપર પડે છે

∴ बक, इफ ઉપર પડે છે, ∵ बक, इफ સીધી લીટીઓ છે

∵ △ अबक, △डइफ ઉપર બરાબર પડે છે,

નિગમન ∴ △ अबक ≡ △डइफ. પ્ર० સિ०

સૂચના–ઉપરના સિદ્ધાતમા અવશ્ય યાદ રાખવાનુ છે કે બાજુની વચ્ચેના અતર્ખુણાજ બરાબર આપ્યા છે. સમકોણુ △ ઓમા સરખા ખુણાઓની સામેની બાજુને 'મળતી આવતી' કે 'સગત બાજુ' કહે છે

પ્રશ્નો.

૧ સિદ્ધાત ૧૦મો કાગળમાથી બે ત્રિકોણો કાપી સ્થાનોપરિસ્થિતિમા મૂકી સાબિત કરો

૨ સિ૦ ૧૦મા કયા કયા ખુણા અને બાજુ બરાબર થયા છે ?

૩ સિ૦ ૧૦મો બીજી બે બાજુ અને તેનો અતર્ખુણો લઇ સિદ્ધ કરો

૪* કોઇપણુ બે ત્રિકોણુ લઇ તેમાં બબ્બે બાજુ બરાબર લઇ અને અતર્ખુણા સિવાયના ખૂણા બરાબર લઇ △ ઓ બરાબર છે કે નહિ તે બતાવો.

૫. કોઇપણુ ત્રિકોણુમા મધ્યગા પાયાને લંબ હોય તો ત્રિકોણુ સમદ્વિબાજુ છે એમ બતાવો.

૬ ચતુષ્કોણુમા કર્ણો કાટખુણે દુભાગાય તો ચ૦ રોમ્બસ કે ચોરસ છે.

૭ अबના મધ્યબિંદુ कમાંથી अब ઉપર कड લંબ દોરીએ તો कडનુ કોઇપણુ બિંદુ अ અને बथी સમાન અંતરે છે એમ સિદ્ધ કરો.

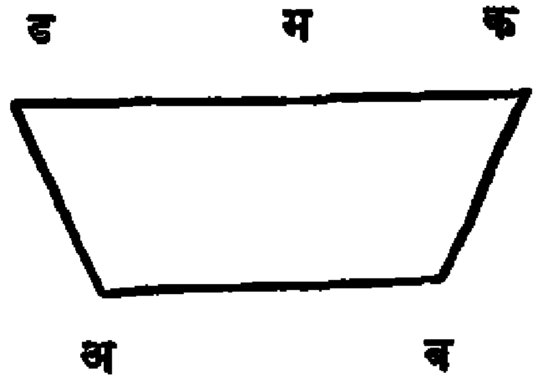
૮ अब અને कड અરસપરસ મધ્યમા દુભાગે તો △ अमक ≡ △ बमड.

૯ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણુમા સમ બાજુના અંતર્ખુણાને દુભાગનારી લીટી પાયાને લબ છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૦. △ अबकમા अब = अक અને अब અને अक માથી અનુક્રમે अड = अइ કાપી છે, તો कड = बइ છે એમ બતાવો

૧૧ अबकड ચોરસમા ल, म, फ અનુક્રમે अब, बक, कडના મધ્યબિંદુ છે તો (૧) अफ = अम, (૨) बफ = डम, (૩) लम = मफ, અને (૪) अम = डम છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૨. △ अबक ≡ △ डइफ છે અને म, बकનુ અને ल, इफનુ મધ્યબિંદુ હોય તો अम = डल અને ∠ अमब = ∠ डलइ છે એ સિદ્ધ કરો



૧૩ अबकड ટ્રાપિઝ્યમમા अड = बक અને ∠ड = ∠क, અને डकमा म એવુ છે કે मड = मक તો अम = बम સિદ્ધ કરો.

૧૪ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણુમા સમ બાજુઓ શિરોબિંદુની બહાર સરખી લબાવીએ તો આ પ્રમાણે થતા ત્રિકોણો સર્વ રીતે બરાબર છે

૧૫ △ अबकमा अड મધ્યગા છે, અને अडने લબાવતાં अड = डइ તો △कडइ = △ बडअ અને △बडइ = △कडअ

૧૬ * अब, कड, मभा દુભાગે તો अक ‖ बड, અને अड ‖ बक

૧૭ अब, कड કાટખુણે દુભાગે તો अकबड રોમ્બસ કે ચોરસ છે

૧૮ *अब = અને ‖ कड તો अक = અને ‖ बड છે.

૧૯.* अबक △ની अब, अक બાજુઓ ઉપર अबइ અને अकड સમબાજુ △ઓ બહારથી દોર્યા હોય તો कइ = बड છે એ સિદ્ધ કરો.

૨૦ अबकडइ નિયમિત પચકોણુમા अक=बड=कइ=डअ=इब છે.

૨૧ * अबकडइफ નિયમિત ષટ્કોણુમા अकइ અને बडक સમબાજુ △ ઓ છે એમ બતાવો

૨૨ બે લીટીઓ અરસપરસ દુભાગે તો તે સ૦ ચ૦ના કર્ણો છે.

૨૩. એક ચતુષ્કોણુમા સામસામેની બાજુઓ બરાબર છે અને સામ॰ સામેના ખુણાની એક જોડ બરાબર છે તો ચતુષ્કોણુ સ૦ ચ૦ છે

૨૪ ચોરસના કર્ણો તેના ખુણાઓને દુભાગે છે.

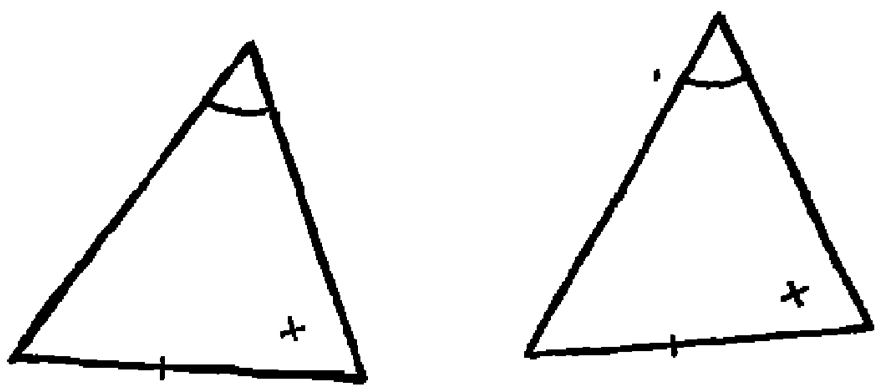
૨૫ अबक ત્રિકોણુની अब, अक ઉપર બહારથી अबहइ, अकलर ચોરસ દોર્યા હોય તો बर = इक છે એમ બતાવો

૨૬. अबकड ચોરસમા म કોઇપણુ બિંદુ છે मअ ઉપર अबनी સામેની બાજુએ अमरल ચોરસ દોર્યો હોય તો बम = डल છે એમ બતાવો.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૧.

જો કોઈ ત્રિકોણુનાં બે ખુણા અને એક બાજુ બીજા

ત્રિકોણનાં બે ખુણા અને મળતી આવતી બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે.



अबक અને डइफ △ઓમા बक = इफ અને પહેલાના બે ખુણાઓ બીજાના બે ખુણાની અનુક્રમે બરાબર છે તો △ अबक ≡ △ डइफ થશે

સિદ્ધતા. ∵ △ अबकના ત્રણ ખુણા = ૨ કાટખુણા = △ डइफના ત્રણ ખુણા છે, (પ્ર૦ સિ૦ ૮)

અને ∵ △ अबकના બે ખુણાઓ = △ डइफના બે ખુણાઓ,

∴ △ अबकનો ત્રીજો ખુણો = △ डइफनो ત્રીજો ખુણો.

(પ્ર૦ સિ૦ ૮ ઉ.)

∴ ∠ अ = ∠ ड, ∠ ब = ∠ इ, ∠ क = ∠ फ છે.

હવે △ अबकને △ डइफ ઉપર એવી રીતે મૂકો કે ब, इ ઉપર પડે અને बक, इफ ઉપર પડે,

અને ∵ बक = इफ, ∴ क, फ ઉપર પડે છે.

અને ∵ ∠ ब = ∠ इ, ∴ बअ, इड ઉપર પડશે.

અને ∵ ∠क = ∠फ, ∴ कअ, फड ઉપર પડશે.

∴ बअ અને कअनु સામાન્ય બિંદુ इड અને फडના સામાન્ય બિંદુ ઉપરજ પડશે, કારણ કે તે બધી સીધી લીટીઓ છે.

∴ △ अबक, △ डइफ ઉપર બરાબર પડે એ

∴ △ अबक ≡ △ डइफ છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧. કાગળમાથી બે ત્રિકોણો પક્ષ પ્રમાણે કાપી સિદ્ધાંત ૧૧ સિદ્ધ કરો.

૨ अबक, डइफ બે △ ઓમા अब = इफ અને ∠ अ = ∠ इ અને ∠ ब = ∠ ड તો △ ઓ સરખા છે? કારણ આપો

૩. *△ अबकमा ∠ ब = ∠ क અને अड, ∠ अने દુભાગે છે તો बड = कड સિદ્ધ કરો

૪ એક ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુખુણાને દુભાગનારી લીટી પાયાને કાટખુણે મળે છે તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

૫. △ अबक ≡ △ डइफ અને ∠ अ અને ∠ डને દુભાગનારી લીટીઓ પાયાને અનુક્રમે प, लમા મળે છે તો अप = डल સિદ્ધ કરો.

૬. કોઇપણ ખુણાને દુભાગનારી લીટીના એકજ બિંદુમાંથી શાખાલીટીઓ પર દોરેલી લબ બરાબર છે એમ બતાવો

૭ કોઇપણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમા સામસામેની બાજુ સરખી છે

૮ કોઇપણ લીટીના મધ્યબિંદુમાથી જતી લીટી પર પહેલી લીટીના છેડામાથી દોરેલી લબ બરાબર છે

૯ કોઇપણ ત્રિકોણમા શિરોબિંદુ ખુણાને દુભાગનારી લીટીની સામેના પાયા ઉપરના ખુણા સરખા હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

૧૦ अबकड ચતુષ્કોણમા अक, ∠ अ, ∠ कને દુભાગે તો ચતુષ્કોણમા સરખી બાજુના બે જોડકા છે, અને अक ⊥ बड એ સિદ્ધ કરો.

૧૧ કોઇપણ બે સમાન્તર લીટીની વચ્ચે જો કોઈપણ લીટીનો અતર્ભાગ હોય તો આ અંતર્ભાગનુ મધ્યબિંદુ સમાન્તર લીટીથી સમાન અતરે છે એમ બતાવો

૧૨ પ્રશ્ન ૧૧માંમા મધ્યબિંદુમાથી બીજી કોઇપણ લીટી સમાન્તર લીટી સુધી દોરીએ તો તે ત્યા દુભાગાય છે

૧૩ પ્રશ્ન ૧૧માંમા મધ્યબિંદુમાથી બીજી કોઇપણ બે લીટી સમાન્તર લીટી સુધી દોરીએ તો તેઓની વચ્ચેના સમાન્તર લીટીના અંતર્ભાગ સરખા છે

૧૪ નીચે પ્રમાણે ભૂમિતિ રચના કરવાથી કોઇપણ નદીની પહોળાઇ ઓળંગ્યા વિના નીકળી શકે છે એમ બતાવો —

એક માણસ કિનારા પર अ બિંદુ આગળથી તદ્દન સામેના કિનારા પર ब ઝાડ અથવા કોઇ સ્પષ્ટ દેખાય એવી વસ્તુ જુએ છે આ કિનારા પર તે अथी કિનારાની સમાન્તર અમુક અંતર જાય છે અને આ લીટી अबने કાટખુણે આવે તે પ્રમાણે એની ઉપર क બિંદુ લાકડીથી યા શંકુથી નક્કી કરે છે વળી अकनी સીધી લીટીમા વધારે દૂર कड = अक થાય તેમ જઈ તે ड આગળ અટકે છે, અને डथी बनी સામેની દિશામા अबनी સમાન્તર એટલે अडने કાટખુણે જાય છે, અને इ બિંદુ આગળ આવી જુએ છે તો ब, क, इ, એકજ સીધી લીટીમા આવેલા છે, તો નદીની પહોળાઇ डइ જેટલી છે

૧૫ પાયા ઉપરના ખૂણામાથી સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમા સામેની બાજુને દોરેલી લંબો બરાબર છે એમ બતાવો

૧૬. अबकड ચતુષ્કોણમા अइ, कफ બન્ને ⊥ बड છે તો જ્યારે अइ = कफ ત્યારે बड, अकने દુભાગે છે એમ બતાવો

૧૭ फगह △મા फग = फह, ને गक ⊥ फग હોઈ फहने कमा અને हल ⊥ हफ હોઇ फगने लमा મળે છે તો गल = हक સિદ્ધ કરો

૧૮. * કોઇપણ ત્રિકોણની બહાર ત્રણ એવા બિંદુઓ છે કે જેમાનુ દરેક ત્રણે બાજુથી એકજ અંતરે છે અને ત્રિકોણની અંદર પણ એવુ એક બિંદુ છે તે શોધી કાઢો

૧૯ સર્વસમાન ત્રિકોણોમા સમાન ખુણાઓમાથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલી લંબ બરાબર છે એ સિદ્ધ કરો.

૨૦. अबक △મા ∠ अ = ∠ ब, તો अ, बमाथी સામેની બાજુ ઉપર દોરેલી લંબ બરાબર છે.

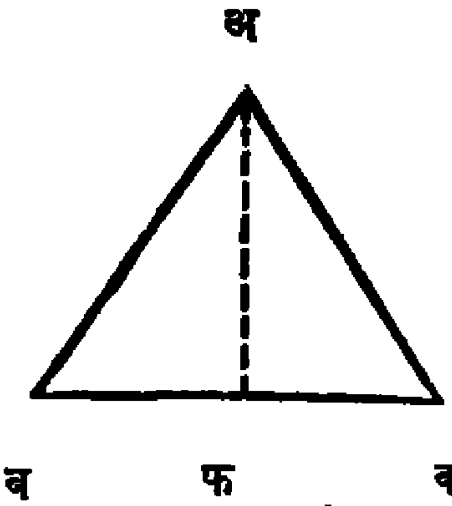
૨૧ એક આપેલી લીટીમા એવુ એક બિંદુ શોધી કાઢો કે તે બીજી બે આપેલી લીટીઓથી સમાન અંતરે હોય

૨૨ * સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમા સામસામેની બાજુઓ બરાબર છે, અને કર્ણો એક બીજાને દુભાગે છે એમ સિદ્ધ કરો

૨૩ अब લીટીના अ, बमाथी अबने अड, बइ લંબ દોરી છે. અને अबना म મધ્યબિંદુમાથી દોરેલી કોઇપણ લીટી આ લંબને ड, इमां છેદે તો अड = बइ અને मड = मइ છે એમ સિદ્ધ કરો.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૨.

સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં પાયા ઉપરના ખુણા બરાબર છે.



સાધન △ अबक મા अब = अक તેા ∠ अकब = ∠अबक થશે.

રચના. ધારેા કે अफ, ∠बअकने દુભાગી बकने फमा મળે છે.

સિદ્ધતા. ∵ △ बअफ અને △ कअफमा

बअ = कअ અને अफ સામાન્ય છે, (પ્રતિજ્ઞા)

અને ∠ बअफ = ∠ कअफ, (રચના)

△ बअफ ≡ △ कअफ, (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

∴ ∠ अबफ = ∠ अकफ.

એટલે . अबक △મા ∠ क = ∠ब છે પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત ૧. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની સરખી બાજુ अब, अकने ड, इ સુધી અનુક્રમે લંબાવીએ તેા ∠डबक = ∠ इकब.

(∵ આ ખુણા સરખા ब, क ખુણાના દ્વિકાટખુણપૂર્ણા છે)

ઉપસિધ્ધાંત ૨ સમબાજુ ત્રિકોણ સમકોણ છે, કારણ કે ગમે તે સ્થિતિમાં સમબાજુ ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

ઉપસિદ્ધાત ૩ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમા પાયાની સામેના ખુણાને દુભાગનારી લીટી પાયાને કાટખુણે દુભાગે છે.

સૂચના. સમદ્રિબાજુ △મા બાજુ એટલે સરખી બાજુ, પાયેા એટલે ત્રીજી બાજુ, શિરેાબિંદુ એટલે પાયાની સામેનું શિરેાબિંદુ અને શિરેાબિંદુ આગળનેા ખૂણેા એટલે પાયાની સામેનેા ખૂણેા સમજવેા.

વ્યા૦—કોઇપણ ત્રિકોણમા કોઇપણ શિરોબિંદુમાથી સામેની બાજુના મધ્યબિંદુ સુધી દોરેલી લીટી મધ્યગા કહેવાય છે.

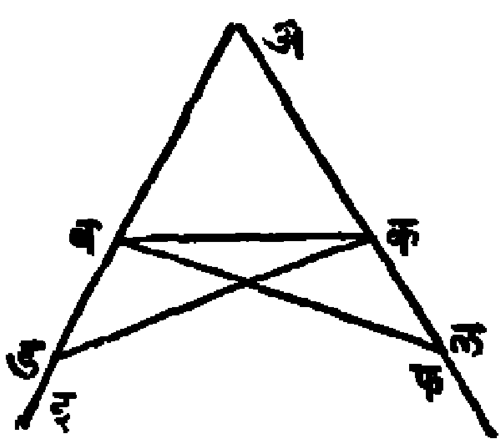
પ્રશ્નો.

૧. પ્ર૦ સિ૦ ૧૨મા △अबक, अफની આસપાસ સમ્મિતરૂપ છે

૨ સમબાજુ ત્રિકોણ કોઇપણ મધ્યગાની આસપાસ સમ્મિતરૂપ છે.

૩ ઉ૦ સિ૦ ૧મા જો (૧) ∠डबक = ૭૨° તો ∠डबक કેવડો ? અને (૨) ∠अकब = ૬૭° તો ∠इकब કેવડો ?

૪. એક ત્રિકોણમા ∠अ = ૩૨°, अब = अक = ૫.૨″ તો પાયા ઉપરના ખુણા કેવડા ?



૫ अबक સમદ્વિબાજુ △ની સરખી બાજુ अब, अक લબાવતા बड = कल છે તો (૧) △अबल ≡ △अकड અને (૨) △डबक ≡ △लकब. આ ઉપરથી સિદ્ધ કરો કે ∠अबक = ∠अकब.

૬ સમદ્વિબાજુ △ अबक અને △ डबक વિરૂદ્ધ બાજુએ છે તો (૧) ∠अबड = ∠अकड (૨) ∠बअड = ∠कअड અને ∠बडअ = ∠कडअ

૭ પ્ર૦ સિ૦ ૧૨મા બતાવો કે अफ અને बक એક બીજાને લબ છે.

૮ अबक અને लबक △ઓ बक પાયા પર એકજ બાજુએ સમદ્વિબાજુ છે તો (૧) ∠अबल = ∠अकल, (૨) △अकल ≡ △अबल, (૩) ∠बअल = ∠ कअल, એ સિદ્ધ કરો

૯. अबक △મા अब = अक = ૭.૫ સે. મી. અને ∠क = ૭૮° છે તો બાકીના ખુણા શોધી કાઢો

૧૦. △ अबक સમદ્વિબાજુ છે અને ड, इ, फ બાજુઓના મધ્ય બિંદુ છે તો △ डइफ પણ સમદ્વિબાજુ છે એમ બતાવો.

૧૧ △ अबक સમદ્વિબાજુ છે, इ, फ, સરખી બાજુ अक અને अबના મધ્યબિંદુ છે તો बइ = कफ અને △ बइक ≡ △ कफब.

૧૨ △ अबकमा अब = अक છે અને बइ અને कफ પાયા ઉપરના ખુણાને દુભાગી સામેની બાજુને મળે છે તો बइ = कफ સિદ્ધ કરો.

૧૩. △ अबकमा अब = अक છે અને ∠ क, ∠ बने દુભાગી कड, बड લીટીઓ डमा અનુક્રમે મળે તેા डअ, ∠अने દુભાગે છે.

૧૪ अबक △મા अब = अक અને डब, इक પાયાને (बकने) લબ છે અને अक, अबने ड, इमा મળે છે તેા △डबक ≡ △ इकब.

૧૫ સમબાજુ ચતુષ્કેાણુમા સામસામેના ખુણા બરાબર છે

૧૬ સમ ચેારસમા કર્ણ અને બાજુની વચ્ચેના અ તર્ખુણેા ૪૫° છે.

૧૭ अबकड સમબાજુ ચતુષ્કેાણુ છે અને बड કર્ણ છે તેા (૧) ∠अडब = ∠कडब, (૨) ∠कबड = ∠अबड, (૩) ∠अबक = ∠अडक છે.

૧૮.* સમદ્વિબાજુ ત્રિકેાણુની સરખી બાજુ લબાવીએ તેા બહારનેા ખુણેા એક કાટખુણા કરતા મેાટા છે એમ સિદ્ધ કરેા

૧૯ * કેાઇપણુ સીધી લીટી સુધી બહારના કેાઇ બિંદુથી બે કરતાં વધારે સરખી લીટી દેારી શકાય નહિ એમ બનાવેા

૨૦ * કેાઇપણુ સમદ્વિબાજુ ત્રિકેાણુમા પાયાને લબાવતા થતેા બહારનેા ખૂણેા અ દરના કેાઇપણુ ખુણા કરતા મેાટા છે એમ બતાવેા.

૨૧ * કેાઇપણુ સમદ્વિબાજુ △મા પાયા ઉપરના ખુણા સાકડા છે.

૨૨.* પાયા ઉપરના ખુણામાથી સમદ્વિબાજુ કે સમબાજુ ત્રિકેાણુમા સામી બાજુ ઉપર દેારેલા લબેા બરાબર છે.

૨૩. કેાઇપણુ સમદ્વિબાજુ ત્રિકેાણુમા પાયાના મધ્યબિંદુમાથી સામેની બાજુ ઉપર દેારેલી લબેા બરાબર છે એમ બતાવેા.

૨૪ * કાટખુણુ ત્રિકેાણુની કર્ણનું મધ્યબિંદુ ત્રણે શિરેાબિંદુથી સરખે અ તરે છે એમ સિદ્ધ કરેા.

૨૫ સમબાજુ △મા દરેક ખુણેા ⅔ કાટખુણાની બરાબર છે.

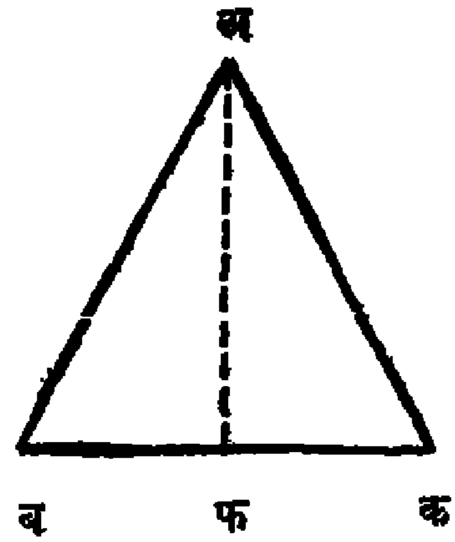
૨૬. કાટખુણુ સમદ્વિબાજુ △મા દરેક ખુણેા ½ કાટખુણેા છે.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૩.

કેાઇપણુ ત્રિકેાણુમા જો બે ખુણા બરાબર હેાય તેા તેની સામસામેની બાજુએા પણુ બરાબર છે, એટલે કે ત્રિકેાણુ સમદ્વિબાજુ છે.

अबक △માં ∠ क = ∠ ब તો अब = अक થશે

રચના ધારો કે अफ લીટી ∠ बअकने દુભાગે છે. (સ્વી. ૬)



સિદ્ધતા હવે ∵ △ अबफ અને △ अकफમાં

{ ∠ ब = ∠ क, (પ્રતિજ્ઞા)
∠ बअफ = ∠ कअफ. (રચના)
અને अफ સામાન્ય છે,

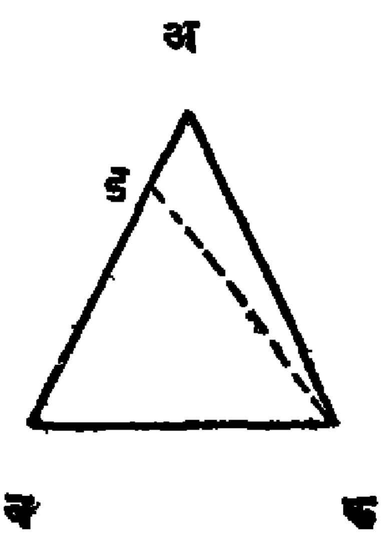
∴ △ अबफ ≡ △ अकफ; (પ્ર૦ સિ૦ ૧૧)

∴ अब = अक. પ્ર૦ સિ૦

અથવા :—

સાધન अबक ત્રિકોણમાં ∠ अकब = ∠ अबक છે તો अब = अक થશે.

રચના. अब, अकની બરાબર ન હોય તો તેમાથી એક બાજુ બીજીથી મોટી હોવી જોઇએ ધારો કે अब, अकथी મોટી છે.



अबमाथी अक = बड કાપો અને कड સાધો. (સ્વી૦ કૃ૦)

સિધ્ધતા. હવે ∵ △अकव અને △डवकमા

अक = डव (રચના), अकव ખુણો = अवक ખુણો (પ્રતિજ્ઞા)

અને वक સામાન્ય છે

∴ △ अकव = △डवक છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

એટલે આખો ત્રિકોણ તેના એક ભાગની બરાબર છે,

પણ એ અશક્ય છે

તેથી अव, अकथी મોટી નથી, તેમજ તે નાની પણ નથી.

∴ अव = अक. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિધ્ધાંત. સમકોણ ત્રિકોણ સમબાજુ છે

પ્રશ્નો

૧. △अवकनी બે બાજુ લંબાવતા બહારના ખુણા બરાબર છે તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે

૨. △अवकमा अव = अक અને क ને व ખુણાને દુભાગનારી कड અને वड લીટી डमा મળે તો △डवक સમદ્વિબાજુ છે.

૩ પ્રશ્ન ૨મા डअ લીટી अ ખુણાને દુભાગે છે એમ બતાવો

૪ अवकडमा अव =अड અને ∠व =∠ड તો कव = कड છે.

૫. △अवकमा वकमा प અને ड એવા બિંદુ છે કે ∠वअप = ∠कअड અને अप = अड તો अव = अक છે એમ સિદ્ધ કરો

૬. △अवकमा ∠व =∠क = ૨ ∠अ, અને ∠वने દુભાગનારી वड લીટી अकने डमा મળે છે તો अड = वड છે એમ સિદ્ધ કરો

૭. જો કોઇ △ના બહારના ખુણાને દુભાગનારી લીટી સામેની બાજુને ‖ હોય તો △ સમદ્વિબાજુ છે એમ સિદ્ધ કરો.

૮.* સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના પાયાને દોરેલી ‖ લીટી બાજુઓને છેદે તો બીજો સમદ્વિબાજુ △ થાય છે એમ સિદ્ધ કરો.

૯.* કોઇપણ ખુણાને દુભાગનારી લીટીના કોઇપણ બિંદુમાથી એક તે શાખાલીટીને સમાન્તર લીટી દોરી હોય તો તે બીજી શાખા લીટી સાથે સમદ્વિબાજુ △ કરે છે એમ બતાવો.

૧૦ * સમદ્વિબાજુ △ના પાયા ઉપરનો લબ એક બાજુને અંદરથી અને બીજીને બહારથી છેદે છે તો બીજો △ સમદ્વિબાજુ છે

૧૧ * કોઇપણ ખુણાને દુભાગનારી લીટીના કોઈ પણ બિંદુમાથી શાખા લીટીને ‖ દોરેલી લીટી રોમ્બસ કે ચોરસ બનાવે છે

૧૨ * अब લીટી कबड़ને बमा મળે છે અને बप, ∠कबअને અને बम, ∠डबअને દુભાગે છે. જો पम ‖ कड હોય તો अम = अब = अप છે અને △ बपम કાટખુણુ છે એમ સિદ્ધ કરો

૧૩ * अब વ્યાસ ઉપરના अपब અર્ધવર્તુળ ઉપર प બિંદુ છે તો ∠अपब કાટખુણો છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૪. अबक સમબાજુ ત્રિકોણુની अब, अक બાજુ ઉપર બહારથી अबल, अकर સમબાજુ ત્રિકોણો કાઢ્યા હોય તો लअर એક સીધી લીટી છે

૧૫. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણુમા સરખી બાજુના મધ્યબિંદુને સામેના શિરોબિંદુ જોડે સાધનારી લીટીઓ બરાબર છે એમ બતાવો.

૧૬ કોઈપણુ ત્રિકોણુમા મધ્યગા જે બાજુને તે દુભાગે તેનાથી અર્ધી હોય તો તે કાટખુણુ ત્રિકોણુ છે એમ બતાવો.

૧૭. अबक ત્રિકોણુના बक પાયા ઉપર ड એક એવુ બિંદુ શોધી કાઢો કે अड = कड હોય

૧૮. अबकड ચતુષ્કોણુમા ∠अ, ∠ब પહોળા ખુણા છે અને સરખા છે. જો अब ‖ कड, હોય તો अड = बक છે એમ સિદ્ધ કરો.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૪.

જો એક ત્રિકોણુની ત્રણે બાજુઓ અનુક્રમે બીજા ત્રિકોણુની ત્રણે બાજુની બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે.

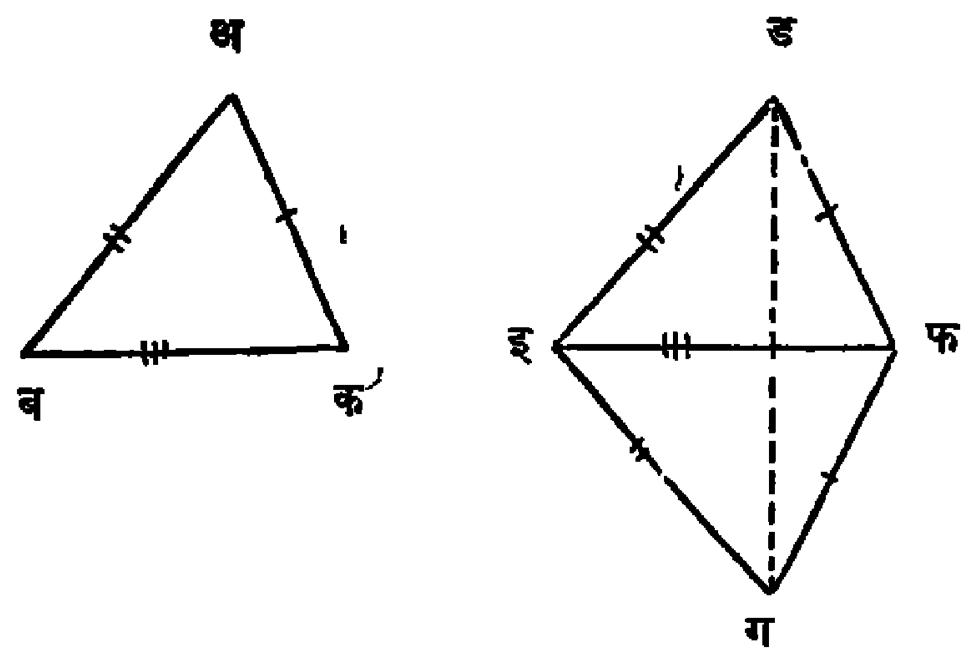
સાધન. अबक અને डइफ ત્રિકોણોમાં अब = डइ, बक = इफ અને कअ = फड છે, તો △ अबक ≡ △ डइफ થશે.

સિદ્ધતા. △ अबकને ઉંચકીને એવી રીતે મૂકો કે ब, इ ઉપર અને बक, इफ ઉપર પડે,

અને ∵ कब = इफ, તેથી क, फ ઉપર પડે છે —

પણ એવી રીતે કે अ, ड તરફ ન પડતા તેની સામેની બાજુએ પડે ધારો કે ग ઉપર अ પડે છે डग સાધો

પહેલો ભાગ. डग, इ અને फની વચ્ચે પડે છે



હવે ∵ इडग ત્રિકોણમા इग (એટલે बअ) = इड

∴ ∠इडग = ∠इगड, (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)

અને ∵ फडग ત્રિકોણમા, फग = फड (?)

∴ ∠फडग = ∠फगड, (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)

આખો ∠इडफ = આખો ∠इगफ, (પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ ∵ ∠इगफ = ∠कअब છે, (?)

∴ ∠बअक = ∠इडफ. (પ્ર૦ પ્ર૦)

વળી ∵ △ अबक અને △ डइफमा

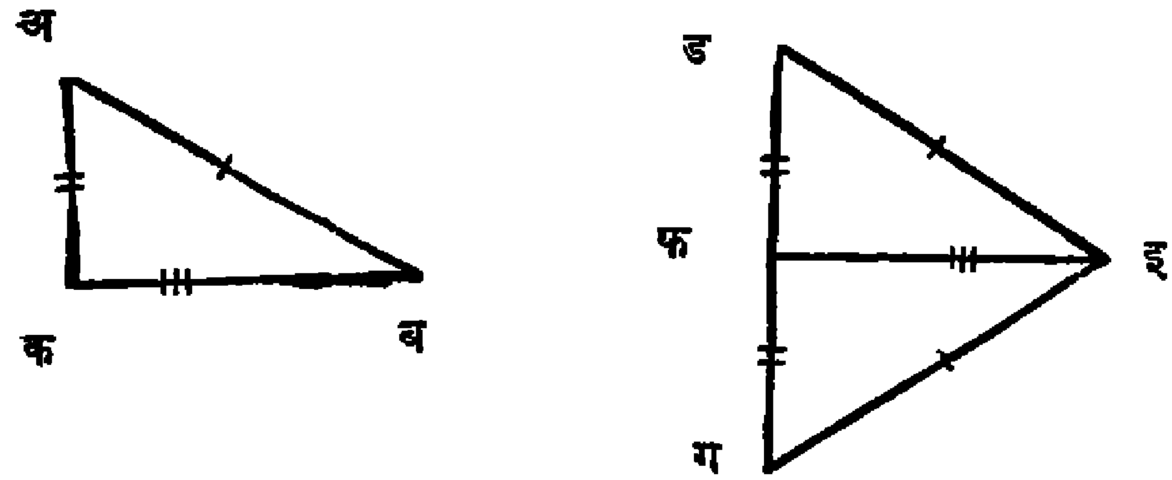
अब = डइ અને अक = डफ, (પ્રતિજ્ઞા)

અને ∠बअक = ∠इडफ, (સિદ્ધતા)

∴ △ अबक ≡ △ डइफ (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

નોધ—આ સિદ્ધાતમા પહેલા ભાગમા આપેલી સિદ્ધતાજ કરે તો ચાલશે નીચેના બે ભાગો વધારા તરીકેજ છે. પરીક્ષામા એની જરૂર નથી.

બીજો ભાગ. डग પાયાના फ છેડામાંથી જાય છે



હવે ∵ इडग △મા इड = इग (?)

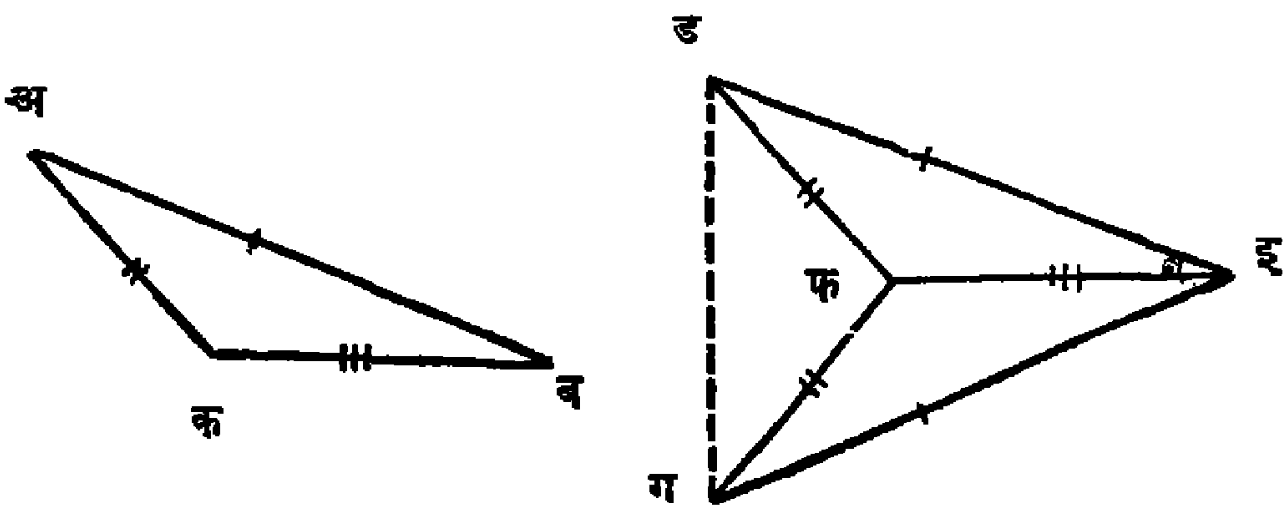
∴ ∠इगड = ∠इडग (પ્ર સિ. ૧૨)

પણ ∠इगड = ∠बअक

∴ ∠बअक = ∠इडफ

∴ △ अबक ≡ △डइफ (પ્રથમ ભાગ)

ત્રીજો ભાગ. डग પાયાની બહાર પડે છે



હવે ∵ इडग ત્રિકોણમા इग = इड (?)

∴ ∠इडग = ∠इगड, (પ્ર. સિ ૧૨)

અને ∵ डफग ત્રિકોણમા फग = फड, (?)

∴ ∠फडग = ∠फगड, (પ્ર. સિ ૧૨)

∴ બાકીનો ∠इडफ = ∠इगफ. (પ્ર० પ્ર०)

પણ ∠इगफ = ∠बअक, તેથી ∠बअक = ∠इडफ,

∴ △अबक ≡ △ डइफ. (પ્રથમ ભાગ). પ્ર. સિ.

પ્રશ્નો.

૧. સિદ્ધાત ૧૪નો પ્રતીપ સિધ્ધાત કહો તે સત્ય છે? (જુઓ પાનું ૧૮૩)

૨. એક વર્તુળમા બે જ્યા બરાબર છે તો તેઓની સામેના મધ્યબિંદુ આગળના ખુણા પણ બરાબર છે

૩. अबक વર્તુળમા પરિધ ઉપર अ, ब, क, ड ચાર બિંદુઓ છે અને ∠अमब = ∠कमड તો अक = बड (म મધ્યબિંદુ છે)

૪. अबक વર્તુળમા अब જ્યા છે અને ड, अबनुं મધ્યબિંદુ છે; તો જો म, વર્તુળનુ મધ્યબિંદુ હોય તો मड, अबने ⊥ છે

૫ એકજ પાયા ઉપર પણ વિરૂદ્ધ બાજુ પર બે સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણો છે, તો તેના શિરોબિંદુને સાધનારી લીટી પાયાની સામેના ખુણાઓને દુભાગે છે એમ બતાવો

૬ डअ પાયા ઉપર એકજ બાજુએ इडअ અને फडअ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણો છે તો इफ, डअने કાટખુણે દુભાગે છે

૭ પ્રશ્ન ૬મા ત્રિકોણો વિરૂદ્ધ બાજુએ હોય તો પણ પ્રશ્ન ખરો છે.

૮* બે વર્તુળો अ, कमा છેદે છે તો તેના મધ્યબિંદુને સાધનારી લીટી अकने કાટખુણે દુભાગે છે

૯ अबकड ચતુષ્કોણમા अब = अड અને बक = कड તો अक, ∠अ અને ∠कने દુભાગે છે અને अक ⊥ बड

૧૦ अबकड ચતુષ્કોણમા अड = बक અને अक = बड તો ∠अडक = ∠बकड, અને જો अक, बड લીટી ममा છેદે તો मकड △ સમદ્વિબાજુ છે

૧૧. ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુઓ બરાબર હોય તો સામસામેના ખુણાઓ પણ બરાબર છે એમ બતાવો

૧૨. રોમ્બસમા કર્ણો ખુણાઓને દુભાગે છે,

૧૩ રોમ્બસમા કર્ણો અરસપરસ કાટખુણે દુભાગાય છે,

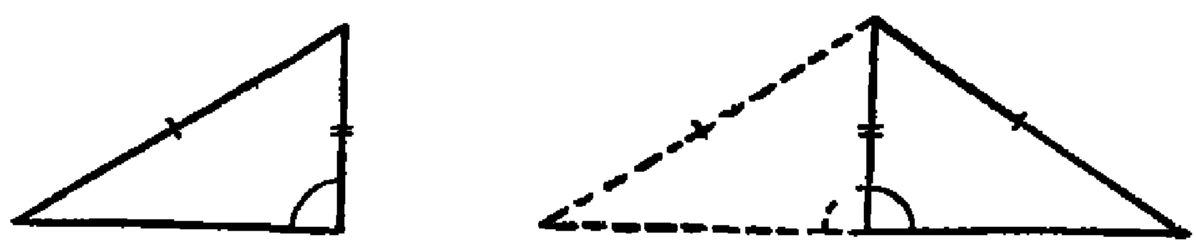
૧૪.* સમકેંદ્ર વર્તુળોને એક લીટી अ, ब, અને क, डमा છેદે છે તો अक = बड અને તેઓની સામેના મધ્યબિંદુ આગળ ખુણાઓ સરખા છે.

૧૫.* ત્રિકોણોની બાજુને દુભાગનારા લબ એકબિંદુગામી છે.

૧૬.* ત્રિકોણના શિરોબિંદુમાથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલા લબ એકબિંદુગામી છે

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૫.

જો બે કાટખુણુ ત્રિકોણની કર્ણ સરખી હોય અને એકની એક બાજુ બીજાની એક બાજુની બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે.



अवक અને डफइ બે △ ઓમા ∠क અને ∠इ કાટખુણા છે. અને अव કર્ણ = डफ કર્ણ અને अक બાજુ = डइ બાજુ છે, તો

△ अवक ≡ △ डफइ થશે.

સિદ્ધતા △ डफइने △ अकवनी સાથે એવી રીતે મૂકો કે ड, अ ઉપર પડે અને डइ, अक ઉપર પડે અને

∵ डइ = अक, ∴ इ, क ઉપર પડશે

અને फ, व તરફ ન પડતા વની વિરૂદ્ધ બાજુએ फ' ઉપર પડે; ત્યારે △ अकफ' △ डइफनी નવી સ્થિતિ થઈ

હવે ∵ ∠ अकव, = ૯૦° અને ∠ अकफ' = ૯૦° (?)

∴ ∠ अकव + ∠ अकफ' = ૨ કાટખુણા

∴वकफ' એક સીધી લીટી છે (પ્ર० સિ० ૨)

અને ∵ △ अवफ'मा अव = अफ' ∴ ∠ फ' = ∠ व (પ્ર० સિ०૧૨)

હવે ∵ अवक અને अफ'क' △ઓમા

∠व = ∠फ' અને ∠ अकव = ∠ अकफ' અને अव = अफ',

∴△ अवक ≡ △अफ'क એટલે (પ્ર० સિ० ૧૧)

∴△अवक ≡ △ डफइ. પ્ર० સિ०

પ્રશ્નો.

૧ સિધ્ધાંત ૧૫ સિ૦ ૧૧ની મદદ વિના સ્થાનોપરિ સ્થિતિથી સિધ્ધ કરો

૨ अबक △મા अक, अब ઉપર અનુક્રમે बम, कर લબ છે, જો बम = कर તો अब = अक છે એમ સિદ્ધ કરો

૩ △ अबकमा ∠ ब અને ∠ क ને દુભાગનારી લીટીઓ डમાં મળે તો डअ, ∠अ ને દુભાગે છે એમ બતાવો

૪ △अबकमा अब = अक અને अड, बक ને કાટખુણે મળે છે તો △अबड ≡ △ अकड એ સિદ્ધ કરો

૫ કોઇપણ ખુણાની શાખાલીટીઓ પર દોરેલી લબ સરખી હોય તો તે લબનુ છેદનબિંદુ તે ખુણાને દુભાગનારી લીટી ઉપર છે એમ બતાવો

૬ કોઇપણ વર્તુળમા મધ્ય બિંદુમાથી જયા ઉપર દોરેલી લબ જયાના બે સરખા ભાગ કરે છે એમ સિદ્ધ કરો

૭ પ્રશ્ન ૬ની મદદથી બતાવો કે બે જયા જો સરખી હોય તો મધ્ય બિંદુમાથી તેઓ પર દોરેલી લંબ પણ સરખી છે

૮ કોઇપણ ત્રિકોણમા ખુણાઓમાથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલી લબ બરાબર હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે

૯ કોઇપણ ત્રિકોણમા પાયાના મધ્ય બિંદુમાથી સામેની બાજુ પર દોરેલી લબ બરાબર હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે

૧૦ अबक અને डइफ△ઓમા बक અને इफ ઉપર अप અને डम લબ છે જો अप = डम, अब = डइ અને अक = डफ તો △ अबक ≡ △ डइफ છે એમ સિદ્ધ કરો

૧૧ પ્રશ્ન ૧૦મા अप = डम, अब = डइ અને बक = इफ તો △ अबक ≡ △ डइफ છે એમ સિધ્ધ કરો

૧૨ એક વર્તુળમા પરિધ પરના प અને क બિંદુમાથી अब વ્યાસ ઉપર पम, कड બે સરખા લબ દોર્યા છે તો अपब △ ≡ बकअ△ છે.

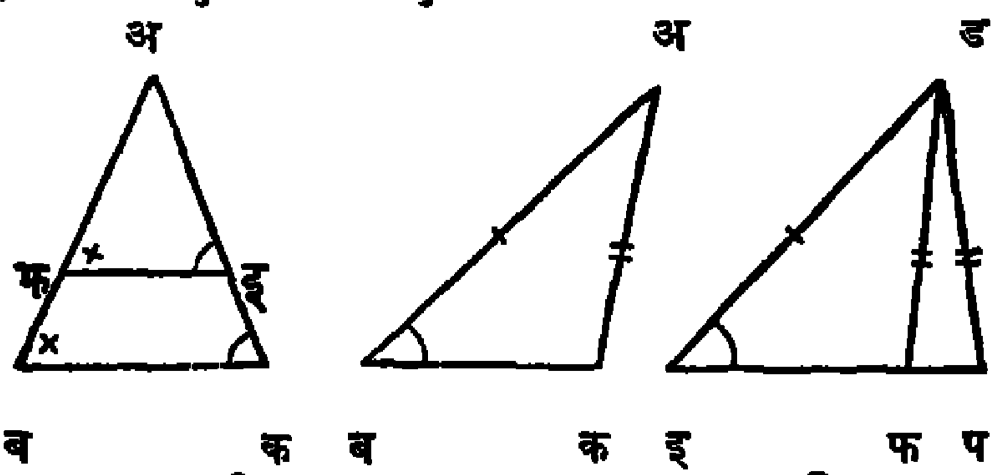
ત્રિકોણોની સમાનતા ઉપર નોટ

ઉપલા સિધ્ધાંતો ઉપરથી માલમ પડયુ હશે કે બે ત્રિકોણોમાં નીચે પ્રમાણે પક્ષ હોય તો તે ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે—

૧. બે બાજુ અને અંતર્ખુણો સરખા —પ્ર૦ સિ૦ ૧૦,
૨. બે ખુણા અને મળતી આવતી બાજુ સરખા—પ્ર૦ સિં૦ ૧૧,
૩ ત્રણે બાજુ સરખી —પ્ર૦ સિ૦ ૧૪,
૪ કાટખુણ △ ઓમા કર્ણ અને એક બાજુ સરખા–પ્ર૦ સિ૦ ૧૫

ઉપર પ્રમાણેનો પક્ષ બન્ને ત્રિકોણોમાં અનુક્રમે સરખો હોય તો તે ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા હોય છે દરેક ત્રિકોણમા ત્રણ બાજુ અને ત્રણ ખુણા મળી છ તત્ત્વ યા અગ હોય છે આમાથી ગમે તે સરખા આપ્યા હોય તો ત્રિકોણો સરખા છે એમ નથી, કારણ કે,

(૧) નીચે બતાવેલી આકૃતિમા બન્ને ત્રિકોણમા ખુણાઓ અનુક્રમે સરખા છે પણ કાઇ ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા નથી



(૧)ની આકૃતિ (૨)ની આકૃતિ.

(૨) તેમજ વળી ઉપરની આકૃતિમા બે બાજુઓ અને તેમાની એકની સામેનો ખુણો અનુક્રમે બરાબર છે પણ હમેશા બન્ને ત્રિકોણો સરખા નથી. કારણ કે △ अबक ≡ △ डइफ, પણ △ अबक, △ डइप સરખા નથી, જો કે બન્નેમા ઉપરનો પક્ષ છે આ ઉપરથી માલમ પડે છે કે આવા પ્રશ્ન ઉપરથી બે ત્રિકોણો કોઇ વખતે સરખા હોઈ શકે છે, કારણ કે अकને મળતી આવતી બાજુ इफને બે બિંદુમા મળી શકે છે અને તેમાની એકજ સ્થિતિમા (જ્યારે डफમા હોય છે ત્યારે) બન્ને ત્રિકોણ બરાબર છે. વળી જ્યારે △ઓ બધી રીતે સરખા નથી ત્યારે ∠अबक અને ∠डपइ ન્યૂનતાપૂરક છે ∵ ∠अकब = ∠डफइ = ૧૮૦°−∠डफप =૧૮૦° − ∠डपइ.

આ પ્રમાણે જ્યારે બે બાજુ અને સામેના ખુણાનો પક્ષ આપ્યો હોય ત્યારે નક્કી કહી શકાય નહિ કે ત્રિકોણો સરખા છે કે નહિ, માટે આ

સિદ્ધાંતને "ત્રિકોણોની સમાનતાનો અનિશ્ચિત સિદ્ધાંત" કહેવામા આવે છે. જ્યારે આપેલા ખુણાઓ કાટખુણા હોય છે ત્યારે એ સિદ્ધાત ૧૫માનુ ૩૫ છે અને સઘળી અનિશ્ચિતતા જતી રહે છે.

ત્રિકોણુ પરના સામાન્ય પ્રશ્નો.

૧ નીચેના પક્ષ ઉપરથી કયા કયા ત્રિકોણો સરખા છે તે કહો:—

△ अबक અને △ अब′क′મા

(અ) ∠अ = ∠अ′ = ૭૫°, અ = અ′ = ૩·૪″, બ = બ′ = ૨·૧″.

(બ) ∠ब = ∠ब′ = ૫૫°, બ = બ′ = ૩·૫ સે, ક = ક′ = ૫·૯ સે.

(ક) ∠अ = ∠अ′ = ૪૨°, ∠ब = ∠ब = ૧૧૨°, ∠क = ∠क = ૨૬°

(ડ) અ = અ′ = ૪·૦″, બ = બ′ = ૪·૫″, ક = ક′ = ૫·૪″

(ઈ) ∠क = क′ = ૯૦°, ક = ક′ = ૪·૦″, અ = અ′ = ૩·૭″.

(ઉ) ∠क = ∠क′ = ૭૫°, બ = મ′ = ૨·૪ સે, અ = અ′ = ૪·૨ સે.

(ક્ષ) ∠अ = अ′ = ૯૦°, અ = અ′ = ૫·૨ સે, બ = બ′ = ૩·૭ સે

(પ) ∠ब = ∠ब′ = ૬૧°, ક = ક′ = ૩·૯″, બ = બ′ = ૨·૭″.

(ય) અ = અ′ = ૫·૫″, બ = બ′ = ૬·૮″, ∠क = ∠क = ૧૧૨°.

૨ પ્રશ્ન ૧મા જ્યા ત્રિકોણો સરખા ન હોય ત્યા કારણ બતાવો.

૩ કોઈપણ ત્રિકોણના માહેના ખુણાનો શો ગુણ ?

૪ કોઈપણ ત્રિકોણના બહારના ખુણાનો શો ગુણ છે?

૫ પ્રશ્ન ૪, પ્ર સિ. ૯મા આવી શકે કે નહિ તે બતાવો.

૬. લીટી અને બાજુના પક્ષ ઉપરથી ખુણાનુ સાધ્ય કયા કયા સિદ્ધાતમા છે તે કહો તે સિદ્ધાતની પ્રતિજ્ઞા કહો

૭ કયી કયી વખતે બે ત્રિકોણો સરખા થવાજ જોઇએ?

૮ કયી કયી વખતે બે ત્રિકોણો સરખા થાય યા ન થાય ?

૯ બાજુ પ્રમાણે ત્રિકોણના વિભાગ પાડો

૧૦ ખુણા પ્રમાણે ત્રિકોણના વિભાગ પાડો

૧૧ સિદ્ધાત ૧૫મામા લબના એકજ (अ) બિંદુમાથી દોરેલી લીટી આડી સીધી લીટી સાથે સરખા ખુણા કરે છે તે સરખી છે.

૧૨ સિદ્ધાત ૧૫મામા લબના કોઈ પણ એકજ બિંદુમાથી જે લીટી લબ સાથે સરખા ખુણા કરે છે તે સરખી છે.

૧૩ કોઇ બે ત્રિકોણુમાં એકની બે બાજુ બીજાની બે બાજુની બરાબર હોય અને સરખી બાજુના એક જોડકાની સામેના ખુણાઓ પણ સરખા હોય તો સરખી બાજુના બીજા જોડકાની સામેના ખુણા સરખા છે યા ન્યૂનતાપૂરક છે.

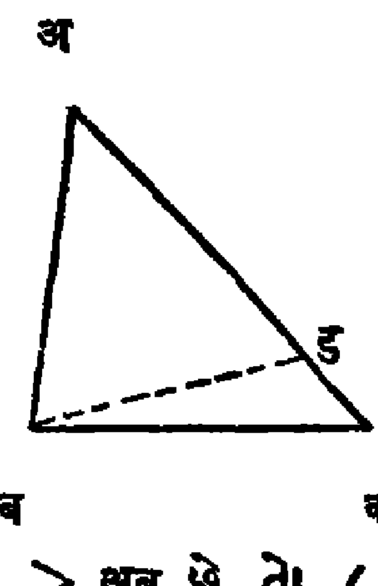
૧૪ ઉપલા પ્રશ્નમા આપેલા સરખા ખુણાની સામેની બાજુ સિવાયની સરખી બાજુની સામેના ખુણાઓ બન્ને સાકડા, પહોળા અથવા કાટખુણા હોય તો △ઓનો શો સબધ છે ? આપેલા સરખા ખુણાઓ કાટખુણા કે પહોળા ખુણા હોય તો △ઓનો શો સંબંધ છે ?

નોધ ત્રીજા વિભાગમા ત્રિકોણો બનાવવાની જે જે રચનાઓ આપી છે તેને ત્રિકોણુની સર્વસમાનતા વિષેના પ્રમેય સિદ્ધાતોના પક્ષભાગ સાથે સરખાવો

§ ૧૭. ત્રિકોણુમાં બાજુ અને ખુણાનો સંબંધ.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૬.

જો કોઇપણ ત્રિકોણુમાં એક બાજુ બીજી કરતાં મોટી હોય તો મોટી બાજુની સામેનો ખુણો નાની બાજુની સામેના ખુણા કરતા મોટો છે.



△ अबकमा अक > अब છે, તો ∠अबक > ∠अकब થશે.

રચના. મોટી अकમાથી अब = अड કાપી बड સાધો

સિદ્ધતા. ∵ बकड △ની कड બાજુ अ સુધી લબાવી છે;

∴ ∠अडव > ∠ वकड, (પ્ર૦ સિ૦ ૮ ઉ૦)
પણ ∵ △अवडમા अड = अव, (રચના)
∴ ∠अवड = ∠अडव, (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)
પણ ∠अडव > वकड,
∴ ∠ अवड પણ > ∠अकव (∠ वकड),
∴ ∠अवक પણ ∠अकवથી ઘણો મોટો છે પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧ કોઇપણ △મા સૌથી મોટો અને સૌથી નાનો ખૂણો કયો?

૨ કોઇપણ △મા સૌથી મોટી બાજુ પરના ખુણા સાકડા ખુણા છે.

૩- अवकड ચતુષ્કોણમા अव સૌથી નાની અને कड સૌથી મોટી છે તો ∠अ > ∠क અને ∠ड < ∠व છે એ સિદ્ધ કરો

૪ △ अवकमा अव > अक અને अवमा अड = अक અને अइ, ∠अने દુભાગી वकने इमा મળે છે તો બતાવો કે ∠व < ∠क બતાવો

૫. કોઇપણ △મા એક બાજુ બીજી કરતા મોટી હોય અને શિરોબિંદુમાથી પાયા સુધી કોઈ પણ લીટી △મા દોરીએ તો તે < મોટી બાજુ.

૬ પ્રશ્ન ૫મામા બન્ને બાજુ સરખી છે તો પણ સાધ્ય સત્ય છે.

૭ △अवकमा अव > अक અને अकને વધારી अड = अव કરીએ તો ∠अकव > ∠अवक એ સિદ્ધ કરો

૮.* કોઇપણ △મા બે ખૂણા બરાબર હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજૂ છે એમ પ્રમેય સિદ્ધાત ૧૬થી સાબિત કરો

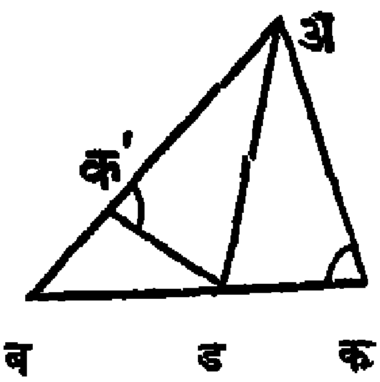
૯* પ્ર૦ સિ૦ ૧૬ની આકૃતિમા∠अने દુભાગનારી લીટી ⊥ वड છે, તો ∠डवक $=\frac{1}{2}$∠ (व-क) અને ∠अवड $=\frac{1}{2}$∠ (व+क) છે એમ બતાવો

૧૦ * ચતુષ્કોણમા अव, वक, कड, डअ ઉતરતા ક્રમમા હોય તો ∠ड > ∠व એ સાબિત કરો.

૧૧. अवक△ મા अव > कअ લો,

△ને अड ઉપર બેવડ વાળી બતાવો કે

∠क > ∠व છે

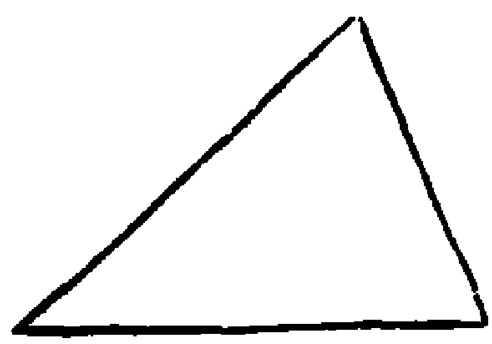


૧૨ અવકડ સ૦ ચ૦મા અવ>અડ છે તેા ∠અડવ> ∠વડક છે.

૧૩.* ત્રિકેાણુમા એક બાજુ બીજી કરતા મેાટી હેાય તેા ત્રિકેાણુના શિરેાબિંદુને પાયાના મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી ત્રિકેાણુની મેાટી બાજુ અને શિરેાબિંદુ ખુણાને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચે આવવી જોઇએ

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૭.

જો કેાઇપણુ ત્રિકેાણુમાં એક ખુણેા બીજા ખુણા કરતાં મેાટેા હેાય તેા મેાટા ખુણાની સામેની બાજુ નાના ખુણાની સામેની બાજુ કરતા મેાટી છે.



અવક ત્રિકેાણુમા ∠ અવક > ∠ અકવ છે તેા કઅ > અવ થશે

સિધ્ધતા. (૧) અક > અવ, અથવા (૨) અક = અવ, અથવા

(૩) અક < અવ હેાવી જોઇએ

જો અક < અવ હેાય તેા ∠ વ < ∠ ક છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૬)

પણુ પક્ષ પ્રમાણે તે અશકય છે તેથી (૩) અસત્ય છે.

તેમજ જો અક = અવ, તેા ∠ વ = ∠ ક છે (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)

પણુ તે અશકય છે માટે (૨) પણુ અસત્ય છે

∴ (૧)લુજ ખરૂ હેાવુ જોઇએ,

∴ અક, અવ કરતા મેાટી છે

ટીપ–ઉપલા સિદ્ધાતમાં જે જાતની સિદ્ધતા વાપરી છે તેને "અવચ્છેદક કે ક્રમવિરૂધ્ધ સિદ્ધતા" કહે છે એ સિદ્ધતામા સિદ્ધાતના સાધ્યને એક રીત સિવાય બીજી બધી રીતે ખેાટેા ઠેરવી તે એકજ રીત સત્ય ઠેરવવામા આવે છે

પ્રશ્નો.

૧. કાટખૂણુ ત્રિકોણુમા કયું મોટામા મોટી બાજુ છે

૨. अबकड ચતુષ્કોણુમા कड સૈાથી મોટી અને अब સૈાથી નાની છે તો ∠ अ > ∠ क અને ∠ ब > ∠ ड છે એમ બતાવો,

૩. પહોળખુણુ△મા પહોળા ખુણાની સામેની બાજુ સૈાથી મોટી છે.

૪ કોઇપણુ△મા સૈાથી મોટા∠ની સામેની બાજુ>બીજી કરતાં

૫. એકજ બિંદુમાથી લબ અને બીજી એક સીધી લીટી એક બીજી સીધી લીટી સુધી દોરીએ તો તેમા લંબ નાની છે.

૬. △ अबक સમદ્વિબાજુ છે અને अब = अक અને ड, बक પર લબાવીને યા લબાવ્યા વગર લઇએ તે પ્રમાણે अड > < अब (अक).

૭. △ अबकमा ∠ ब અને ∠ क ने દુભાગનારી લીટીઓ ममा મળે છે જો अब > < अक તો તે પ્રમાણે मब > < मक છે એમ બતાવો.

૮. अबक △મા ∠अने દુભાગનારી લીટી बकने डमा મળે છે તો अब > बड અને अक > कड છે એમ બતાવો.

૯. अबक △માં अड, बकने લબ છે તો अब > बड અને अक > कड છે એમ બતાવો

૧૦ अबक △મા अब, बकने લબાવી થતા બહારના ખુણાને દુભાગનારી લીટી डमा મળે તો જો अब > अक, તો डक > डब છે.

૧૧ *अबक સમબાજુ △મા કોઇપણુ લીટી બે સરખી બાજુને इ અને फ મા છેદી बक પાયાને क તરફ લબાવતા डमा મળે છે તો તે જો अबने इमा છેદે તો अइ < अफ છે એ સિદ્ધ કરો.

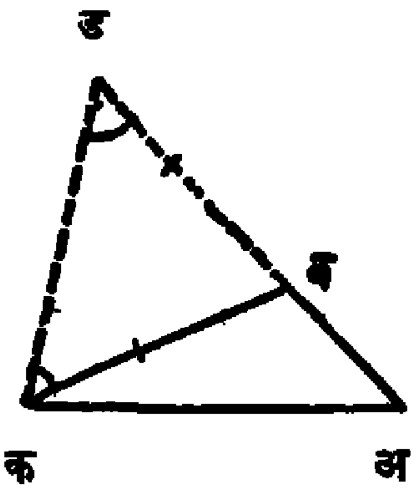
૧૨ अबक △મા बड, कइ સામેની બાજુ પર દોરેલી લબ મમાં છેદે છે તો જ્યારે अब > अक ત્યારે मब > मक છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૩ अबक △મા अब = अक, मर એ બાજુઓને म, र મા અને પાયાને क તરફ લબાવતા लमा છેદે તો अर > अम છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૪ એક આપેલા બિંદુમાથી આપેલી લીટી સુધી બેજ સરખી લીટી દોરી શકાય છે.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૮.

કોઇપણ ત્રિકોણની બે બાજુ મળીને ત્રીજી કરતાં મોટી છે.



अबक ત્રિકોણમા (૧) अब + बक > अक;
(૨) बक + कअ > अब;
(૩) अक + अब > बक થશે

રચના. अबને લબાવી कब = बड કરો અને डक સાંધો (સ્ટી૦ ફૂ૦)

સિદ્ધતા. △ बडकमा

∵ बक = बड, ∴ ∠ बडक = ∠ बकड, (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)

પણ ∠ अकड > ∠ बकड, ∴ ∠ अकड > ∠ अडक (∠ बडक).

વળી △ अडकमा

∵ ∠ अकड > ∠ अडक, ∴ अड > अक; (પ્ર૦ સિ૦ ૧૭)

પણ अड = अब + बड = अब + बक; (રચના)

∴ अब + बक > अक છે; એજ પ્રમાણે बक + कअ > अब;
અને अक + अब > बक છે પ્ર૦ સિ૦

નોધ—આ સિદ્ધાત કેવળ એક પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ છે. કારણ કે अथी ब સુધી જઇને क સુધી આવવુ એ પ્રત્યક્ષ રીતે अथी क સુધી સીધુ આવવાના કરતા વધારે છે.

પ્રશ્નો.

૧. ∠ अबकને દુભાગી પ્ર૦સિ૦ ૧૭ની મદદથી પ્ર૦સિ૦ ૧૮ સિદ્ધ કરો

૨. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં બે બાજુનો તફાવત ત્રીજી કરતાં નાનો છે. (પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૮ યા ૧૯ની મદદ લો).

૩. કોઈપણુ પાયા ઉપર બે ત્રિકોણો એકજ બાજુએ એક બીજાની અદર હોય તો અદરના △ની બાજુનો સરવાળો બહારના △ની બાજુના સરવાળા કરતાં નાનો છે એમ બતાવો.

૪ કોઇપણુ ત્રિકોણુમાના એક બિદુને શિરોબિદુઓ સાથે સાધીએ તો આ લીટીઓનો સરવાળો △ની બાજુની અર્ધી પરિમિતિથી વધારે છે.

૫ ૪ ૩ સે મી, ૩ ૫ સે. મી ને ૦૭ સે મી ની બાજુવાળો △ કરો.

૬ કોઇપણુ ચતુષ્કોણુમા બધી બાજૂનો સરવાળો કર્ણના સરવાળા કરતા મોટો છે એમ બતાવો

૭ પ્રશ્ન ૪મા જોડેલી લીટીઓનો સરવાળો પરિમિતિથી ઓછો છે

૮. કોઇપણુ ચતુષ્કોણુમા ત્રણુ બાજુનો સરવાળો ચોથી કરતા મોટો છે.

૯. △ अबक માં ड બિદુ એવુ છે કે अड = अब અને ∠बअडने દુભાગનારી લીટી कबने म મા મળે છે તો बम = डम અને कब લીટી कड કરતા મોટી છે એમ સિદ્ધ કરો

૧૦ △ अबकनी अक બાજુમા ड બિદુ છે તો अब + अक > डब + कड છે એમ બતાવો.

૧૧ કોઇપણુ વર્તુળમા જ્યા વ્યાસ કરતા નાની છે

૧૨* કોઇપણુ △માં બે બાજુઓ મળી ત્રીજી બાજુને મળતી મધ્યગાની બમણુાઈથી મોટી છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૩* કોઇપણુ △મા બાજુનો સરવાળો મધ્યગાના સરવાળા કરતાં મોટો છે એમ સિદ્ધ કરો

૧૪* अबक △મા बकમા ड બિંદુ લીધુ હોય તો अड લીટી △ની અર્ધી પરિમિતિથી નાની છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૫.* अबकड ચતુષ્કોણુમા प કોઇપણુ બિંદુ હોય તો સામસામેની બાજુનુ એક જોડકુ અથવા કર્ણોનો સરવાળો पअ + पब + पक + पड કરતાં નાનો છે એમ બતાવો

૧૬. કોઇપણુ સીધીલીટીઆકૃતિમા એક બાજુ કરતા બીજી બધી બાજુઓનો સરવાળો મોટો છે એમ બતાવો.

૧૭. ત્રિકોણની અંદરના કોઇપણ બિંદુના શિરોબિંદુ સુધીનાં અંતરોનો સરવાળો ત્રિકોણની બાજુના અર્ધાથી મોટો છે એમ બતાવો.

૧૮ પ્રશ્ન ૧૭ કોઇપણ સીધીલીટીઆકૃતિને પણ લાગુ પાડો.

૧૯. △ની મધ્યગા અને જે બાજૂને તે દુભાગે (પાયાને) તેનુ અર્ધું મળી △ની બાકીની બાજુના અર્ધા સરવાળાથી મોટી છે એ સિદ્ધ કરો.

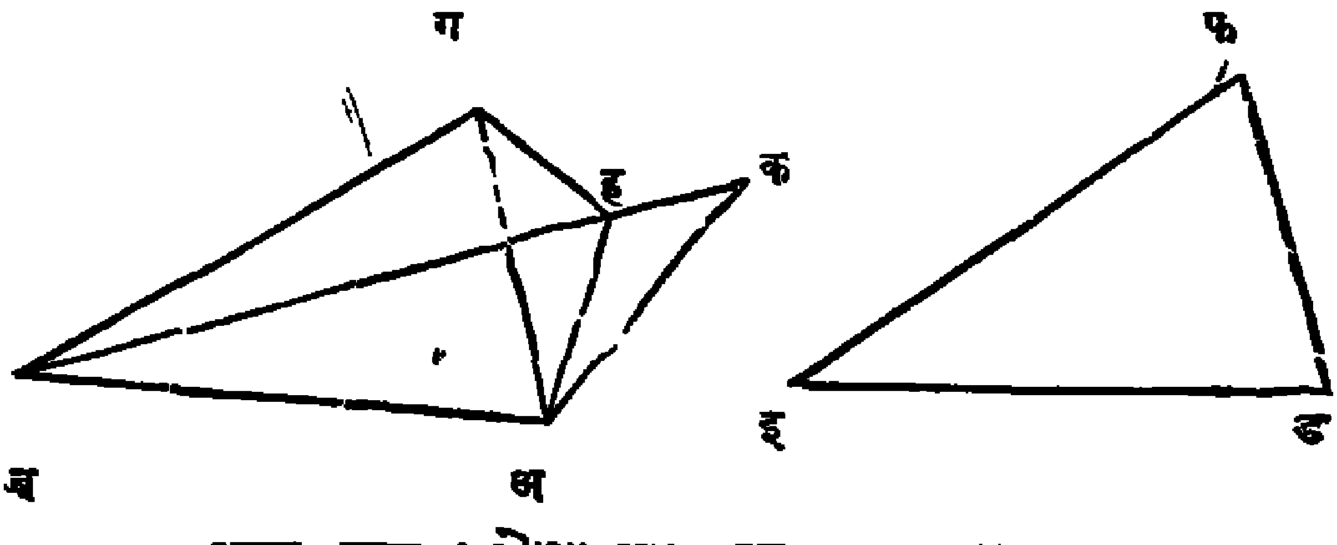
૨૦. △મા બાજૂઓનો સરવાળો મધ્યગાના બમણા સરવાળા કરતા ઓછો છે એ સિદ્ધ કરો.

૨૧ ચતુષ્કોણમા અર્ધી પરિમિતિ કરતા કર્ણોનો સરવાળો મોટો છે.

§ ૧૮ અસમાન ત્રિકોણો; અને સીધી લીટી ઉપર પડતા લબનુ મહત્વ.

પ્રમેય સિધ્ધાંત ૧૯.

જો એક ત્રિકોણની બે બાજુઓ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય અને તેઓના અતર્ખુણા બરાબર ન હોય તો મોટા અતર્ખુણાવાળા ત્રિકોણનો પાયો નાના અતર્ખુણાવાળા ત્રિકોણના પાયા કરતા મોટો છે



अबक, डइफ △ઓમા अब = डइ, अक = डफ,

અને ∠ अ >< ड છે તો बक પાયો > इफ પાયો થશે.

સિધ્ધતા. डइफ △ને अबग △ની સ્થિતિમાં મૂકી ग ને अब ની એકજ બાજુ પર આવવા દો,

∵ ∠बअक > ∠ बअग, ∴ अग,∠ बअक ની અંદર પડે છે.

રચના. ∠ कअग ને अह થી દુભાગો. हग સાંધો

હવે ∵ अकह, अगह △ ઓમાં, अक = अग, (પ્રતિજ્ઞા)

अह સામાન્ય છે, અને ∠ कअह = ∠गअह, (રચના)

∴ अकह, अगह △ ઓ સર્વસમાન છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

∴ कह = हग

∴ बह + हग = बह + हक = बक,

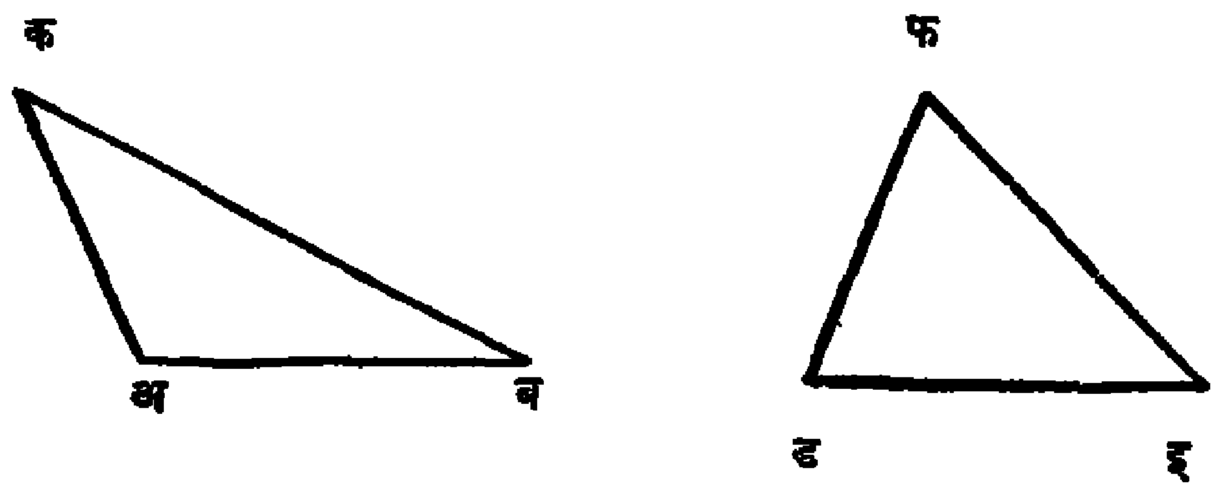
અને ∵ △ बहगમાં बह + हग > बग (પ્ર૦ સિ૦ ૧૮)

અને ∵ बह + हग = बक,

∴ बक > बग, . बक > इफ પ્ર૦ સિ૦

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૦.

જો એક ત્રિકોણની બે બાજુ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય અને તેઓના પાયા અસમાન હોય તો મોટા પાયાવાળા ત્રિકોણનો શિરોબિંદુ ખુણો નાના પાયાવાળા ત્રિકોણના શિરોબિંદુ ખુણાથી મોટો છે



સાધન. अबक, डइफ △ઓમાં

अब = डइ, अक = डफ અને बक > इफ,તો ∠ अ > ∠ड થશે.

સિદ્ધતા. જો ∠अ, ∠डथी મોટો ન હોય ત્યારે

કાંતો ∠अ = ∠ड હોવો જોઇએ, પણ ત્યારે बक = इफ (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

પણ આ અશક્ય છે. [પ્રતિજ્ઞા]

અથવા ∠अ < ∠ड, પણ ત્યારે बक < इफ (પ્ર૦ સિ૦ ૧૮)
પણ આ અશક્ય છે. [પ્રતિજ્ઞા]
∴ માગેલું સાધ્યજ સત્ય છે.
∴ ∠अ > ∠ड છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો. (સિ૦ ૧૯ ને ૨૦ ઉપર.)

૧ अब, डइ જ્યાના બે સરખા વર્તુળના क, फ મધ્યબિંદુ છે જો अब > डइ તો ∠ अकब > ∠डफइ છે એમ બતાવો

૨ अबक △મા अक > अब જો अब, अकને લબાવતા તેમાં ड, इ બે એવા બિંદુ હોય કે बड = कइ છે તો बइ > कड

૩ એક વર્તુળનો अब વ્યાસ વર્તુળમાના क બિંદુમાથી જાય છે અને म મધ્યબિંદુ अकमा છે તો कમાથી પરિધ સુધી દોરેલી લીટીઓમા कअ સૈાથી મોટી છે, અને

૪. क થી પરિધ સુધી દોરેલી લીટીઓમા कब સૈાથી નાની છે, અને

૫ જ્યારે कप, कड લીટીઓ कમાથી પરિધ સુધી દોરી હોય અને ∠पमक > ∠डमक હોય ત્યારે कप > कड, અને ઉલટુ.

વર્તુળની બહાર क બિંદુ છે अब વ્યાસ લબાવતા તે कમાથી જાય છે અને अकमा म મધ્ય બિંદુ છે તો,

૬ कમાથી પરિધ સુધી દોરેલી લીટીઓમા कअ સૈાથી મોટી છે. અને कब સૈાથી નાની છે, અને

૭. જ્યારે कप, कडને क માથી પરિધ સુધી દોરીએ અને ∠पमक > ∠डमक હોય ત્યારે कप > कड, અને ઉલટુ

૮. अबक △મા अबને पमा દુભાગી છે અને अक > कब તો ∠ अपक < ૧L અને જો कपमा કોઈ ड બિંદુ હોય તો अड > बड

૯. સમદ્વિબાજુ △ની દરેક સરખી બાજુ પાચા કરતા મોટી હોય તો સરખી બાજૂઓનો અતર્ખુણો સમબાજુ ત્રિકોણના ખુણા કરતા નાનો છે

૧૦. अबक △મા म બિંદુ એવુ હોય કે मअ = अब તો अक > अब

૧૧ अबक△મા બાજુઓમા ड, इ, फ બિંદુઓ હોય તો डइफ △ની પરિમિતિ अबक △ની પરિમિતિથી નાની છે એમ બતાવો.

૧૨.* ત્રિકોણની અ, બ, ક બાજૂ ઉપર ત્રિકોણની માંહેના કોઈપણ બિંદુમાથી દોરેલા લબના અતર ડ, ઈ, ફ, હોય તો અ+બ+ક > ડ+ઈ+ફ

૧૩.* કોઇપણ ચતુષ્કોણની કર્ણો મળી ચતુષ્કોણની અર્ધી પરિમિતિથી મોટી છે, અને આખી પરિમિતિથી નાની છે એમ બતાવો.

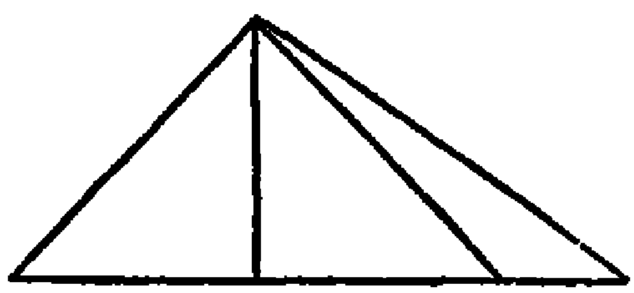
૧૪.* ચતુષ્કોણના શિરોબિંદુથી કોઇ અમુક બિંદુ સુધીના અંતરોનો સરવાળો લઘુતમ હોય તો તે બિંદુ શોધો

૧૫ * સૌથી મોટી બાજુથી મોટી હોય એવી કોઇપણ લીટી ત્રિકોણમા દોરી શકાય નહિ

૧૬ * अबकडइफ ષટ્કોણમા કોઇપણ ખુણો અતિદ્વિકાટખુણ નથી તો તેની પરિમિતિ अकइ △ની પરિમિતિથી મોટી છે

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૧.

એક આપેલી સીધી લીટી સુધી તેની બહાર આપેલા બિંદુમાંથી દોરેલી સીધી લીટીઓમા જે તેના ઉપર લંબ છે તે ટુંકામા ટુંકી છે.



अब એક આપેલી લીટી છે અને म એક આપેલુ બિંદુ છે मक, अब ઉપર લંબ છે અને मड એક બીજી કોઇપણ લીટી છે, તો मक લીટી मडથી નાની થશે

સિદ્ધતા. ∵ △ मकडमा ∠ मकड = ૧ કાટખુણો

∴ △ मकड મા ∠मडक < એક કાટખુણો છે, (પ્ર સિ ૮ ૯)

∴ ∠ मडक < ∠ मकड;

. मडक △મા मड > मक છે (પ્ર૦ સિ૦ ૧૭)

એ પ્રમાણે બીજી કોઇપણ લીટી मथी अब સુધી દોરીએ તો તે मकથી મોટી છે.

એટલે मक ટુંકામા ટુંકી છે. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત ૧. મમાંથી અબ ઉપર એકજ લંબ દોરી શકાય છે, અને એકજ ટુંકામાં ટુંકી લીટી દોરી શકાય છે; તેથી કોઈપણ બિંદુમાંથી કોઈપણ લીટી પર દોરેલી ટુંકામાં ટુંકી લીટી તેના ઉપર લંબ છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૨. જો કડ = અક તો મડ = મઅ છે

∵ △ મડક ≡ △ મઅક છે

ઉપસિદ્ધાંત ૩. જો મબ જેવી બીજી કોઈપણ લીટી મડ કરતા મકથી વધારે અંતરે અબને મળે તો મબ > મડ છે.

∵ ∠મબડ > એક ∟

અને ∠મડબ > ∠મબડ. (પ્ર૦ સિ૦ ૮ ઉ૦ સિ૦)

નોંધઃ—કોઈપણ બિંદુથી એક સીધી લીટી ઉપર દોરેલી લંબ ટુંકામાં ટુંકી છે તેથી તે તેનું "અંતર" કહેવાય છે

પ્રશ્નો.

૧ કોઈપણ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુમાંથી પાયા પર લંબ દોરી તેની બાજુ અને લંબ માપી ઉપરનો સિદ્ધાંત સિદ્ધ કરો.

૨ ઉપરના સિદ્ધાંતની મદદથી બતાવો કે કાટખુણ △માં કર્ણ ગમે તે બાજુથી મોટી છે

૩ ઉપરના સિદ્ધાંતમાં લંબની બંન્ને બાજુએ બેજ સરખી સીધી લીટી આપેલી લીટી સુધી દોરી શકાય છે

૪ કોઈપણ લીટીના મધ્ય બિંદુમાંથી દોરેલી લીટીથી આપેલી લીટીના છેડાઓ સરખે અંતરે છે એ સિદ્ધ કરો

૫. કોઈપણ ત્રિકોણમાં બે બાજુના મધ્ય બિંદુમાંથી તેની ઉપર દોરેલા લંબનું છેદનબિંદુ ત્રિકોણના બધા શિરોબિંદુથી સમાન અંતરે છે.

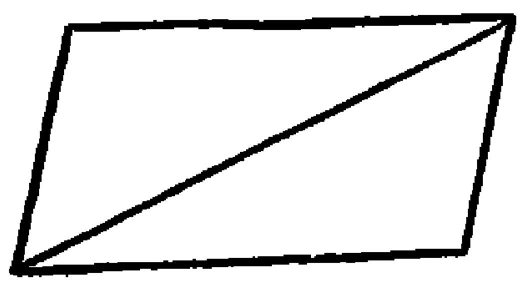
૬. પ્રશ્ન પની મદદથી ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુમાંથી જતા (પરિલગ્ન) વર્તુળનું મધ્ય બિંદુ શોધી કાઢી વર્તુળ દોરો

૭. કોઈપણ સીધી લીટી વર્તુળને બે બિંદુથી વધારે બિંદુમાં છેદી શકતી નથી એમ બતાવો.

§ ૧૯. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ; અને આડી લીટી ઉપર સમાન્તર લીટીથી થતા અંતર્ભાગોનો સંબંધ

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૨.

સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમા સામસામેની બાજુઓ સરખી છે તથા સામસામેના ખુણાઓ સરખા છે, અને દરેક કર્ણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણને દુભાગે છે.



अबकड એક સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે અને बड એક તેની કર્ણ છે.

ત્યારે (૧) अब = कड, અને अड = बक થશે

(૨) ∠अबक = ∠अडक, અને ∠डअब = ∠डकब થશે

અને (૩) △अबड, △कडब બરાબર થશે

સિધ્ધતા ∵ अब ∥ डक, અને बड તેને મળે છે,

∴ ∠ अबड = ∠कडब, (પ્ર० સિસ ૬)

અને ∵ अड ∥ बक, અને बड તેને મળે છે

∴ ∠ अडब = ∠कबड. (પ્ર० સિ० ૬)

વળી ∵ △अबड અને △कडब મા

∠अबड = ∠कडब, ∠ अडब = ∠कबड

અને बड સામાન્ય છે,

∴ △ अबड ≡ △ कबड. (પ્ર० સિ० ૧૧)

∴ अब = डक, અને अड = बक, અને ∠ अ = ∠ क.

વળી ∵ ∠ अबड = ∠ कडब અને ∠ अडब = ∠ कबड (સિદ્ધતા)

∴ આખો ∠ अडक = આખો ∠ अबक, (પ્ર० પ્ર०)

અને △ અવડ ≡ △ કડવ,

∴ વડ કર્ણ સ૦ ચ૦ને દુભાગે છે. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત ૧. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણનો એક ખુણો કાટખુણો હોય તો બધા ખુણા કાટખુણા છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૨ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણની પાસે પાસેની બાજુ સરખી હોય તો બધી બાજુઓ સરખી છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૩ સમચોરસની બધી બાજુઓ સરખી છે અને બધા ખુણાઓ સરખા છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૪. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણના કર્ણો અરસપરસ દુભાગે છે.

∵ જો ઉપલા સિદ્ધાંતની આકૃતિમાં અક, વડ, મમાં છેદે તો

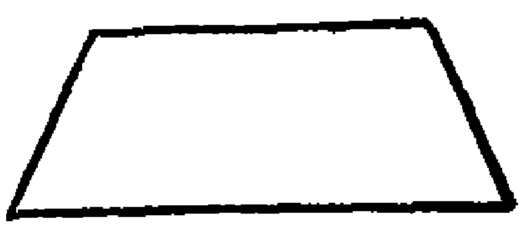
△ કડમ અને △ અવમમાં અવ = કડ, અને

∠ અવડ = ∠ વડક, અને ∠ વઅક = ∠ ડકઅ,

∴ △ કડમ ≡ △ અવમ ∴ મડ = મવ અને મઅ = મક. (પ્ર. સિ. ૧૧)

ઉપ૦ ૫ સમાન્તર લીટીઓ હમેશાં એકજ અંતરે રહે છે.

વ્યાખ્યા જે ટ્રાપિજ્યમની સમાન્તર બાજુ સિવાયની બીજી બન્ને બાજુઓ સરખી હોય તેને સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમ કહે છે



પાસેની આકૃતિમાં ડઅ = કવ,

∴ અવકડ સમદ્વિબાજુ ટ્રા છે

પ્રશ્નો.

૧ △ અવકમાં અવ = અક અને ડઈ ∥ વક અને ડઈ લીટી અવ અને અકને ડ ઈમાં છેદે તો ડઈકવ સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમ છે.

૨ અવકડ સ૦ ચ૦માં અવ અને અડને છેદે તેમ બાજુને સમાન્તર લીટી દોરી છે તો કયા ખુણા અને કયી બાજુઓ બરાબર છે?

૩ કોઇપણ સ૦ ચ૦માં પાસેપાસેના ખુણાને દુભાગનારી લીટી કાટખુણે મળે છે એમ સિદ્ધ કરો.

૪. કોઇપણુ સ૦ ચ૦મા સામસામેના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ સમાન્તર છે કે એકજ છે એ સિદ્ધ કરો.

૫ अबकड એક સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમમા अड = बक તો ∠क = ∠ड છે (નોંધ. बमाथी अड ‖ बइ દોરો)

૬. પ્રશ્ન પમા अब અને कडના प અને म મધ્ય બિંદુ હોય તો पम, अबने ⊥ છે એમ બતાવો.

૭ સામસામેના ખુણા સરખા હોય એવો ચતુષ્કોણુ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણુ છે એમ બતાવો.

૮. સામસામેની બાજુનુ એક જોડકુ સમાન્તર અને સરખુ હોય તો ચતુષ્કોણુ સ૦ ચ૦ છે એમ બતાવો.

૯. સામસામેની બાજુઓ સરખી હોય તો ચતુષ્કોણુ સ. ચ. છે.

૧૦. કર્ણો એક બીજાને દુભાગે તો ચતુષ્કોણુ સ ચ.છે.

૧૧ કોઇપણુ લીટી ઉપર સરખી ઉંચાઇની બે લબ એકજ બાજુએ દોરી હોય તો તેના બીજા છેડાને સાધનારી લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર છે.

૧૨. રોમ્બસના કર્ણો એક બીજાને કાટખુણે દુભાગે છે.

૧૩ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણુના કર્ણો સરખા હોય તો તે સ૦ ચ૦ લબચોરસ છે એમ બતાવો

૧૪ સ૦ ચ૦મા સામસામેની બાજુના મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી બીજી બાજુને સમાન્તર છે એમ બતાવો

૧૫ अबकड સ૦ ચ૦મા अब, कडने प, ममा દુભાગી છે તો बपडम સ૦ ચ૦ છે એમ બતાવો.

૧૬ કર્ણો સરખા હોઇ એક બીજાને કાટખુણે દુભાગે તો ચતુષ્કોણુ ચોરસ છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૭ કોઈ પણુ બે સમર્યાદ લીટીઓ એક બીજીને કાટખુણે દુભાગે તો તે રોમ્બસ કે ચોરસના કર્ણો હોવા જોઇએ.

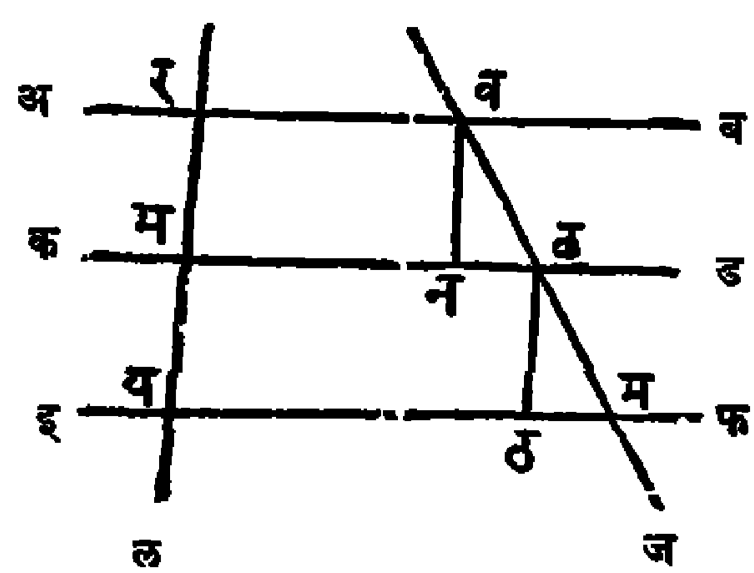
૧૮. સ૦ ચ૦મા કર્ણોના છેદનબિંદુમાથી સામસામેની બાજુ સુધી દોરેલી લીટી તે બિંદુમા દુભાગાય છે.

૧૯. સ૦ ચ૦મા કર્ણુથી તેની સામેના શિરોબિંદુ સમાન અંતરે છે

૨૦* अबक △ની बक બાજુમા इ, ल બિંદુ લો. अबमा प અને अकमा र એવા બિંદુ શોધો કે इल = અને ॥ पर હોય

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૩.

જો એક લીટીને ત્રણ અથવા વધારે સમાન્તર લીટીઓ છેદી અતર્ભાગો સરખા કરતી હોય તો તેમને છેદતી બીજી કોઇપણ લીટીના અતર્ભાગો પણ સરખા છે.



पल લીટીને अब, कड, इफ સમાન્તર લીટીઓ છેદી रम, मय અંતર્ભાગો સરખા કરે છે અને તેનાથી છેદાતી चज જેવી બીજી કોઇપણ લીટી છે તો वट = टम થશે

રચના. व અને टमाथी पलने સમાન્તર वन અને टठ લીટીઓ દોરો

સિદ્ધતા. ∵ रव ‖ मन અને रम ‖ वन છે,

∴ रमनव સ૦ ચ૦ છે, ∴ रम = वन છે (પ્ર૦ સિ૦ ૨૨)

અને ∵ मट ‖ यठ અને मय ‖ टठ છે,

∴ मटठय સ૦ ચ૦ છે, ∴ मय = टठ છે (પ્ર૦ સિ૦ ૨૨)

પણ રમ = મય; ∴ વન = ટઠ.

હવે ∵ △ વનટ અને △ ટઠમમા

∠નવટ = ∠ઠટમ અને ∠નટવ=∠ઠમટ (પ્ર૦ સિ૦ ૭ અને ૬)

અને વન = ટઠ (સિદ્ધતા)

∴ △ વનટ ≡ △ ટઠમ; ∴ વટ = ટમ પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત. કોઇપણ ત્રિકોણમા પાયાને સમાન્તર દોરેલી લીટીઓ એક બાજુના સરખા ભાગ કરે તો બીજી બાજુના પણ તેઓ તેટલાજ સરખા ભાગ કરશે.

પ્રશ્નો

૧ કોઇપણ △માં એક બાજુના મધ્ય બિંદુમાથી પાયાને સમાન્તર દોરેલી લીટી બીજી બાજુને દુભાગે છે એમ બતાવો.

૨ કોઈપણ △મા બાજુઓના મધ્ય બિંદુને સાધનારી લીટી પાયાને સમાન્તર છે એમ બતાવો

૩ કોઈપણ △માં બાજુઓના મધ્ય બિંદુને સાધનારી લીટી પાયાથી અર્ધી છે એમ બતાવો.

૪ કોઇપણ △મા બાજુઓના મધ્ય બિંદુઓને સાધનારી લીટીથી ત્રિકોણના ચાર બધી રીતે સરખા ત્રિકોણ થાય છે એમ બતાવો.

૫. કોઇપણ ચતુષ્કોણની બાજુઓના મધ્યબિંદુ અનુક્રમે સાધવાથી થતો ચતુષ્કોણ સ૦ ચ૦ છે એમ બતાવો.

૬ કોઈ પણ ચતુષ્કોણની બાજુઓના સામસામેના મધ્યબિંદુને સાધનારી લીટી એક બીજીને દુભાગે છે એમ બતાવો

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૪.

જો કોઇપણ ચતુષ્કોણમા

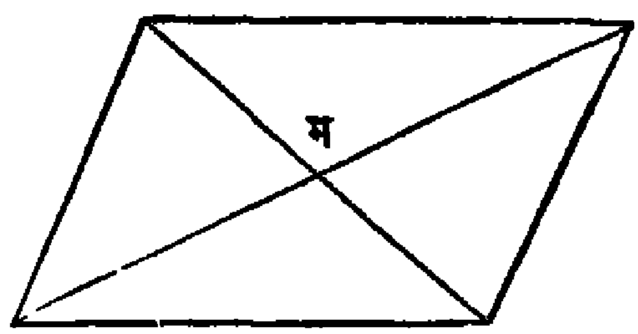
(૧) સામસામેની બાજુની એક જોડ સરખી અને સમાન્તર હોય, અથવા

(૨) સામસામેની બાજુની બન્ને જોડ સરખી હોય, અથવા

(૩) સામસામેના ખુણાની બન્ને જોડ સરખી હોય, અથવા

(૪) કર્ણો એક બીજાને દુભાગે,

તો ચતુષ્કોણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.



अबकड આપેલો ચતુષ્કોણ છે

(૧) જો अब = અને ‖ कड, તો अबकड स० च० થશે. अक સાધો.

∵ अब ‖ कड છે, ∴ ∠ बअक = ∠ अकड (પ્ર० સિ० ૬)

હવે ∵ △ अबक અને △ अकडમા

अब = कड અને अक સામાન્ય છે અને ∠ बअक = ∠ अकड,

∴ △ अबक ≡ △ अकड, (પ્ર० સિ० ૧૦)

∴ ∠ बकअ = ∠ डअक, ∴ अड ‖ बक (પ્ર० સિ० ૪)

अबकड સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે

(૨) જો अब = डक અને अड = बक તો अबकड स० च० થશે.

હવે ∵ △ अबक અને △ अडकમા

अब = डक, अड = बक અને अक સામાન્ય છે.

∴ △ अबक ≡ △ अडक (પ્ર० સિ० ૧૪)

∴ ∠ बअक = ∠ अकड અને ∠ बकअ = ∠ कअड;

∴ अब ‖ डक અને अड ‖ बक (પ્ર० સિ० ૪)

∴ अबकड સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

૩) જો ∠ बअड = ∠ बकड અને ∠ अबक = ∠ अडक,
તો अबकड સ૦ ચ૦ થશે

હવે ∵ ∠ बअड = ∠ बकड અને ∠ अबक = ∠अडक છે.

∴ ∠ बअड+∠अबक = ∠बकड + ∠अडक

પણ अबकडના ચાર ખુણા = ૪ કાટખુણા. (?)

∴ ∠ बअड + ∠अबक = ૨ કાટખુણા =∠ बकड+ ∠अडक;

∴ अड ‖ बक અને अब ‖ कड, (પ્ર૦ સિ૦ ૫)

∴अबकड સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે

(૪) જો अक, बड કર્ણો મમા દુભાગે તો अबकड સ૦ ચ૦ થશે

હવે ∵ △ अमब અને △ डमकમા

अम = मक અને बम = मड અને ∠ अमब = સામેના ∠ डमक(?)

∴△ अमब ≡ △ डमक, (?)

∴ ∠ बअक = ∠ अकड અને ∠ बकअ = ∠ कअड,

∴ अब ‖ कड અને अड ‖ बक, (?)

∴ अबकड સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાત કોઈપણ સીધી લીટી ઉપર જો બે સરખા લંબ એકજ બાજુએ દોર્યા હોય તો આ લંબના બહારના છેડાઓને સાધનારી સીધી લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર છે.

પ્રશ્નો.

૧ જો કોઇપણ સીધી લીટી પર ત્રણ અથવા વધારે સરખા લબ એકજ બાજુએ દોર્યા હોય તો આ લંબના બહારના છેડામાથી જતી સીધી લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર છે એ સિદ્ધ કરો

૨ કોઈપણ સીધી લીટી ઉપર છેડાઓમાથી બે સરખા લબ સામસામેની બાજુ ઉપર દોર્યા હોય તો આ લબના બહારના છેડાને સાધનારી લીટી આપેલી લીટીને દુભાગે છે એ સિદ્ધ કરો.

૩ પ્રશ્ન ૨મા જો अब ઉપર पम, यर બે લબ દોરીએ તો मर, पयને દુભાગે છે અને मयरप એક સ૦ ચ૦ છે

૪.* બે સીધી લીટીની વચ્ચે આપેલા अ બિંદુમાથી એક એવી લીટી દોરો કે તે આપેલી લીટીઓ સુધી જઇ ત્યા દુભાગાય.

૫. જો એક ચતુષ્કોણમા સામસામેની બાજુની એક જોડ સરખી હોય અને બીજી જોડ સમાન્તર હોય તો ચતુષ્કોણ સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમ છે યા સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે એમ બતાવો

૬. કોઇપણ સ૦ બા૦ ચ૦મા સામસામેની બાજુના મધ્ય બિંદુને જોડનારી સીધી લીટી બીજી બાજુને સમાન્તર છે એમ બતાવો.

૭ अबकड સ૦ ચ૦મા म, य, અનુક્રમે अब, कडना મધ્ય બિંદુ છે, તો बमडय સ૦ ચ૦ છે એમ બતાવો.

૮ જો એક ચતુષ્કોણમા કર્ણો સરખા હોઈ અરસપરસ દુભાગે તો ચતુષ્કોણ લબચોરસ છે એમ બતાવો

૯* अबकड એક સ૦ ચ૦ છે અને म અમુક બિંદુ એવુ છે કે मअयब, मबरक, मकलड અને मडवअ સ૦ ચ૦ છે તો यरलव પણ સ૦ ચ૦ છે. તેને આપેલા સ૦ ચ૦ સાથે સરખાવો

૧૦.* अबकड સ૦ ચ૦મા अकमा इ બિંદુ એવુ છે કે इब=इड તો इ, अकને દુભાગે છે અપવાદ હોય તો બતાવો

૧૧* अबकड ચતુષ્કોણમા $\angle$अ = $\angle$ब, $\angle$क = $\angle$ड તો अबकड સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમ છે अबकड સ૦ બા૦ ચ૦ ક્યારે થશે ?

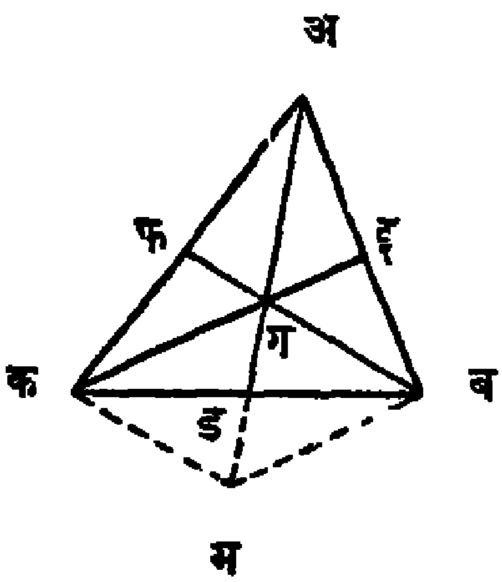
૧૨ * अबक એક આપેલો △ છે. અને डइ, फग બે છેદતી લીટીઓ છે, તો अबक △ની સર્વસમાન હોય એવો એક △ બનાવો કે જેની એક બાજુ डइ ઉપર હોય અને જેનુ એક કોણ બિંદુ फगमा હોય.

૧૩* જે ચતુષ્કોણમા બાકીના કોણ બિંદુથી એક કોણ બિંદુના અતરો બધાજ કોણ બિંદુને માટે એકજ હોય તો તે લબચોરસ છે

૧૪* સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમા કર્ણોના છેદનબિંદુમાથી દોરેલી લીટી સ૦ ચ૦ના બે સરખા ભાગ કરે છે એમ બતાવો.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૫.

" કોઇપણ ત્રિકોણની મધ્યગાઓ એકજ બિંદુમાં મળે છે; અને દરેક મધ્યગા તે બિંદુમા ત્રીજે ભાગે છેદાય છે.



△ अबकमा कइ, बफ મધ્યગાઓ ગમા છેદે છે अग સાધી बक સુધી લબાવેા, તેા अगड ત્રીજી મધ્યગા થશે, અને गમા દરેક મધ્યગા ત્રીજે ભાગે છેદશે

अगडने म સુધી લબાવી इग ‖ बमने ममा મળવા દેા कम સાધેા.

સિધ્ધતા इग ‖ बम અને अइ = बइ ∵ अग = गम (પ્ર સિ ૨૩)

વળી कम ‖ फમાથી દેારેલી લીટી अमने દુભાગે છે, અને આવી સમાન્તર લીટી એકજ દેારી શકાય છે, (પ્ર સિ ૨૩ પ્ર. ૨)

. बगफ ‖ मक છે . गबमक સ૦ ચ૦ છે.

.. गम, बक અરસપરસ દુભાગે છે (પ્ર૦ સિ૦ ૨૨ ઉ૦)

∵ अगड, बकने દુભાગનારી મધ્યગા છે.

વળી मग = ૨ गड અને मग = अग, ∴ अग = ૨ गड;

.. गमा अड ત્રીજે ભાગે છેદાય છે.

અને એજ પ્રમાણે

गमा कइ અને बफ ત્રીજે ભાગે છેદાય છે પ્ર૦ સિ૦

ટીપ. ત્રિકેાણની મધ્યગાના છેદનબિંદુને ત્રિકેાણનુ ગુરૂત્વબિંદુ કહે છે. ∵ એક સરખા કાગળમાથી જો એક ત્રિકેાણ કાપી આ બિંદુમાથી એક દેારી બાધી ત્રિકેાણને ઉંચકયેા હેાય તેા તે ક્ષિતિજ સમાન્તર રહેશે.

પ્રશ્નેા.

૧ अबक △મા बइ, कफ મધ્યગાઓ गમા મળે છે. જો बगनुं ल, અને कगनु म મધ્યબિંદુ હેાય તેા फइ, फल, लम, मइ સાધી

બતાવેા કે ગ મા बइ અને कफ દરેક ત્રીજે ભાગે છેદાય છે, અને તે ઉપરથી બતાવેા કે મધ્યગાઓ એકબિંદુગામી છે

૨ કોઈપણ ટ્રાપિજ્યમની વિષમ બાજુના મધ્ય બિંદુને સાધનારી લીટી સમાન્તર બાજુને સમાન્તર છે

૩. કોઇપણ △મા બે મધ્યગાઓ બરાબર હોય તો △ સમદ્વિબાજુ છે

૪ જો કોઇપણ △મા ત્રણ મધ્યગા બરાબર હોય તેા △ સમબાજુ છે

૫ अबक કાટખુણુ △નેા अब કર્ણુ ड મા દુભાગાય છે તેા कड, अबथी અર્ધો છે

૬. अबकड સ૦ચ૦મા अबनु મધ્યબિંદુ इ છે कइ, इड સાધેા અને જો ∠कइड એક કાટખુણેા હોય તેા अब = ૨ बक.

૭ * अबकड સ૦ ચ૦ મા इ, फ, अब, अडના મધ્યબિંદુ છે, તેા फइ ‖ बड છે, અને फइ, कफ લીટીએા बडને ત્રિભાગે છે

૮ * કોઇપણ ચતુષ્કોણુની સામસામેની બાજુના મધ્યબિંદુને જોડનારી અને કર્ણોના મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી અરસપરસ દુભાગે છે.

૯ * રોમ્બસની બાજુના મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી એક લબ-ચેારસ બતાવે છે

નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧લાનેા પ્રમેય ભાગ સમાપ્ત,

નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧લેા. સિદ્ધ ભાગ.

વિભાગ ૩જો. કૃત્ય ભાગ.

કૃત્યેાના કોઇપણ ભાગમા અમુક માપ લેવાની જરૂર પડશે નહિં. પણ કરેલુ કૃત્ય ખરૂં છે કે નહિ તે હમેશા ગમે તે કોઇ ડાંઇગના સાહિત્યની મદદથી તપાસી જોવુ અને ખાત્રી કરવી. જે જે રચનાઓ કરવી તેમા આંકેલી આકણી તથા પ્રોટ્રેકટર વાપરવા નહિ. કોઇપણ આકૃતિ યા આકૃતિનેા ભાગ બહુ બારીકિથી દોરવેા કે જેથી સાહિત્યથી માપ

લેતી વખતે કોઇપણ જાતની ભૂલ પડે નહિં જે જે કૃત્યો કર્યા છે તે ફકત સિદ્ધાંત તરીકેજ શીખવાના નથી પણ બારીક માપ પર હમેશા વિશેષ લક્ષ આપવાનુ છે દરેક કૃત્ય સિદ્ધાતમા પણ સિદ્ધતા આપી છે અને એવી સિદ્ધતા વિદ્યાર્થીએ પ્રશ્નોમા પણ આપવી કે જેથી કૃત્યનુ કામ સતોષકારક રીતે થઇ શકે અને ભૂમિતિ કાર્યની વિશેષ દૃઢ માહિતી થાય.

આકૃણીનો ઉપયોગ નીચે પ્રમાણે કરવો —

(૧) કોઇપણ આપેલા બે બિંદુને સાધવા, અને

(૨) કોઇપણ સીધી લીટીને ગમે તે દિશામા લબાવવી.

કપાસનો ઉપયોગ નીચે પ્રમાણે કરવો —

(૧) એક આપેલુ બિંદુ લઇ આપેલી સમર્યાદ લીટી બરાબર ત્રિજ્યા લઈ વર્તુળ દોરવો, અને

(૨) એક આપેલી સમર્યાદ લીટી બરાબર બીજી એક આપેલી લીટીમાથી ભાગ કાપવો

કપાસના ઉપયોગમા (૨), (૧)મા સમાએલો છે કૃત્યોની સિદ્ધતાનો મુખ્ય હેતુ એ છે કે એવી સિદ્ધતાથી બનાવેલી રચનાઓ ખરી છે એમ નક્કી થાય, અને સિદ્ધ ભાગમા કોઈ જગ્યાએ રચના કરી તેની માફક મનમા નિશ્ચયનો અભાવ રહે નહિ.

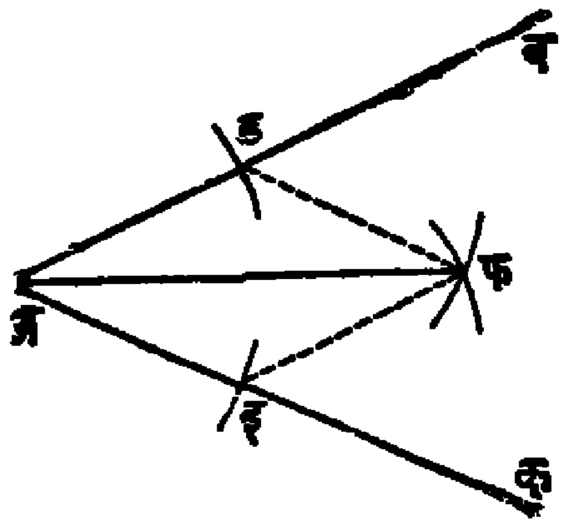
દરેક આકૃતિમા સામાન્ય રીતે સિદ્ધતાને માટેજ વપરાએલી લીટી તુટેલી છે અને પક્ષ, સાધ્ય વગેરેને માટે સહેજ જાડી લીટી વાપરી છે. રચના ભાગમા જ્યા જ્યા વર્તુળ દોરવાનો છે ત્યા ત્યા વર્તુળનું જોઇએ તેટલું કૌંસજ દોરવામા આવ્યુ છે કે જેથી વિદ્યાર્થીને ગુચવણ પડે નહિ અને વખત બચે

કૃત્ય ઉપર આપેલા પ્રશ્નોમા પણ કૃત્યમા કહ્યુ છે તેમજ સિદ્ધતા કહેવી, રચના કરવી અને સાહિત્યોની મદદથી સાધ્ય પૂર્ણ છે કે નહિ તે તપાસી જોવુ. કૃત્યો અને પ્રમેયો સાથે સાથે લેવાય તો સારૂં.

§ ૨૦ દ્વિભાગ રચના અને લબ રચના.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૧.

એક આપેલા ખુણાને દુભાગવો.



बअक એક આપેલો ખુણો છે, અને તેને દુભાગવાનો છે

રચના. अ મધ્ય બિંદુ લઇ बअ, कअने ड, इ બિંદુમા છેદે એવો એક વર્તુળ દોરો (સ્વી કૃ)

ड, इ મધ્યબિંદુ લઇ જોઇએ તેટલી સરખી ત્રિજ્યા લઇ એક બીજાને फमा છેદે તેમ બે વર્તુળો દોરો.

अफ, डफ, इफ સાધો ત્યારે अफ લીટી ∠बअकને દુભાગશે.

સિધ્ધતા ∵ △ अडफ અને △ अइफमा

अड = अइ અને फड = फइ અને अफ સામાન્ય છે, (રચના)

△ अडफ ≡ △ अइफ, (પ્ર૦ સિ૦ ૧૪)

∠ बअफ = ∠ कअफ. ∴ अफ ∠ बअकने દુભાગે છે. કૃ.કૃ.

સૂચના. "જોઇએ તેટલી ત્રિજ્યા"નો અર્થ એવો છે કે એવી ત્રિજ્યા લેવી કે, ड, इ મધ્યબિંદુ લઇ દોરેલા કૌંસો એક બીજાને છેદી શકે આ શબ્દસમૂહનો અર્થ નીચેના કૃત્યોમા પણ એવોજ લેવો

પ્રશ્નો.

૧ કૃ૦ સિ૦ ૧લાની આકૃતિ કયી લીટી સાથે *સમ્મિતરૂપ છે, અને તે કેવી રીતે છે?

* કોઈ આકૃતિ તેની અંદરની કોઈ લીટીની આજુબાજુ એવી રીતે

૨. કૃ૦ સિ૦ ૧લામા ફ બિંદુ ∠અની બહાર પાડી બતાવો કે ∠ અ, ફઅ લબાવ્યાથી દુભાગાય છે.

૩ કૃ૦ સિ૦ ૧લામા બીજો કયો ખુણો દુભાગાય છે ?

૪ કોઇપણ ખુણાના ચાર સરખા ભાગ કરો

૫. ૮૫°નો ખુણો કરી તેને પ્રોટ્રેકટરથી દુભાગો અને કૃ૦ સિ૦ ૧લા પ્રમાણે દુભાગો.

૬. ૧૫°, ૩૦°, ૭૫°ના ખૂણા પ્રોટ્રેકટર વિના બનાવો.

[ટીપ સમબાજુ ત્રિકોણનો ખૂણો ૬૦°નો છે]

૭. એક કાટખુણાના ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

૮. પ્રશ્ન ૭ની મદદ લઇ ૪૫°ના ત્રણ સરખા ભાગ કરો

૯ કૃ૦ સિ૦ ૧લામા બતાવો કે અફનુ કોઇપણ બિંદુ અબ, અકથી સમાન અતરે છે

૧૦. ઉપલા કૃત્ય સિ૦ ૧લાની આકૃતિમા જો ડઇને સાધીએ તો ડઇ અને અફ એક બીજાને કાટખુણે મળે છે

૧૧.* એક ત્રિકોણના ત્રણે અદરના ખુણાને દુભાગો.

ટીપ.—આ દુભાગનારી લીટીઓનુ સામાન્ય છેદનબિંદુ બધી બાજુને અદરથી સ્પર્શ કરતા અતર્લગ્ન વર્તુળનુ મધ્ય બિંદુ છે.

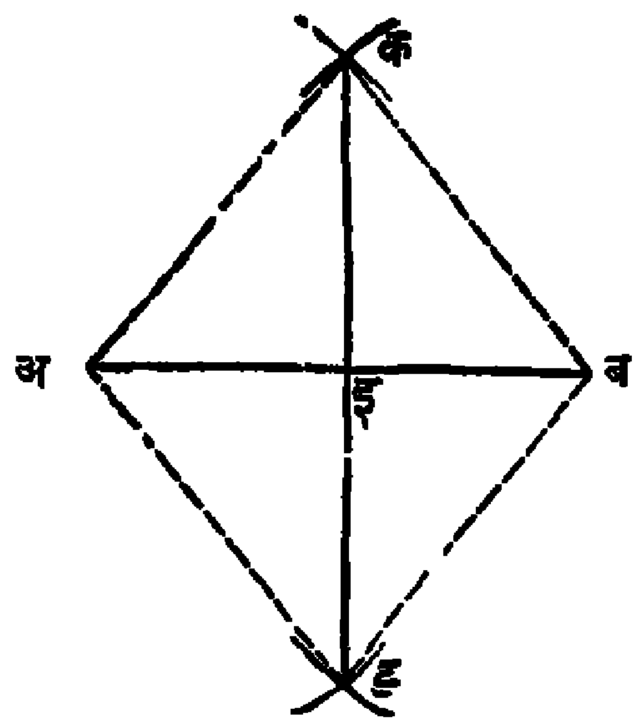
૧૨ * અવક △ના ∠અને અને અબ, અક લબાવતા થતા બહારના ∠ વ, ∠ કને દુભાગો

ટીપ—આ દુભાગનારી લીટીઓનુ સામાન્ય છેદનબિંદુ વક અને લંબાવેલી અવ, અકને સ્પર્શ કરતા ઉપલગ્ન વર્તુળનુ મધ્ય બિંદુ છે.

૧૩.* અવક △માં બીજા ખુણાઓને અદરથી અને સામેના ખુણાને બહારથી દુભાગો.

આવી હોય કે તે આકૃતિના બે ભાગો તે લીટીની આસપાસ સર્વસમાન થઈ રહે તો તે સમ્મિતરૂપ આકૃતિ છે.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૨
એક આપેલી સમર્યાદ લીટીને દુભાગવી



अब એક આપેલી સમર્યાદ લીટી છે અને તેને દુભાગવાની છે.

રચના अ મધ્યબિંદુ લઇ જોઇએ તેવડી अक ત્રિજ્યાથી બન્ને બાજુએ એક એક વર્તુળનું ક્રોસ દોરો (સ્ની૦ કૃ૦)

અને ब મધ્યબિંદુ લઇ कअ ત્રિજ્યા લઇ બન્ને બાજુએ એક એક વર્તુળનું ક્રોસ દોરો આ વર્તુળો क, डमा છેદે છે (સ્ની૦ કૃ૦)

कड, अक, अड, बक, बड, સાંધો

ત્યારે अबने कड, इमां દુભાગશે.

સિદ્ધતા. ∵ △ अकड અને △ बकडमा

अक = बक, અને अड = बड, (રચના)

અને कड સામાન્ય છે

∴ △ अकड ≡ △ बकड ∴ ∠ अकड = ∠ बकड (પ્ર૦ સિ૦ ૧૪)

વળી ∵ △ अकइ અને △ बकइमा

अक = बक અને कइ સામાન્ય છે,

અને અંતર્ખુણો अकइ = અંતર્ખુણો बकइ, (સિદ્ધતા)

∴ △ अकइ ≡ △ बकइ (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

. અઇ = બઇ   અબ, ઇમા દુભાગાય છે   ફ્૦ ફ્૦

ઉપસિદ્ધાત એક આપેલી લીટીને દુભાગનારો લબ દોરવો.

પ્રશ્નો.

૧ ઉપલી આકૃતિની સમ્મિતરૂપતા બતાવો

૨ ઉપલી આકૃતિમા કેટલી સમ્મિતરૂપ લીટી છે ?

૩ કોઈપણ લીટીના ચાર અને આઠ સરખા ભાગ કરો

૪ ઉપલી આકૃતિમા બતાવો કે કડનુ કોઈપણ બિંદુ અ, બથી સમાન અતરે છે

૫ કોઈપણ વર્તુળની જ્યાને દુભાગનારો લબ દોરો

૬ * એક આપેલી લીટીમા એક એવુ બિંદુ શોધી કાઢો, કે તે ને આપેલા બે બિંદુથી સમાન અતરે હોય આ ક્યારે અશકય છે ?

૭. * એક આપેલી લીટીમા એક એવુ બિંદુ શોધી કાઢો કે આપેલી બે લીટીથી સરખે અતરે હોય આ ક્યારે અશકય છે ?

૮ એક આપેલી લીટીને બેવડી કરો, તેવડી કરો, પાચગણી કરો.

૯ △ અબકમા અબ = અક તો ∠અને દુભાગનારી લીટી પાયાનો દુભાગનાર લબ છે

૧૦ અબ=૨ ૬ સે મી, અબને કમા દુભાગો અને ક આગળ કડ =૧.૫ સે મી ૪૫° ને ખુણે દોરો, ∠ અકડ અને ∠ડકબને ડર્ક અને કફથી દુભાગો, ∠ ઇકફને માપો.

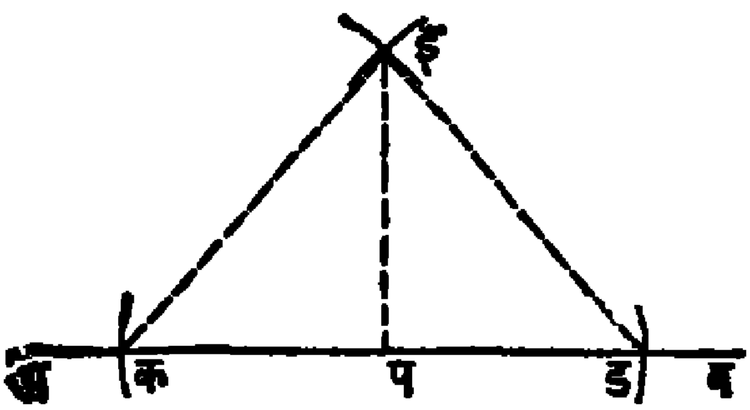
૧૧ કૃત્ય સિદ્ધાત ૨ અક વિના બીજી કોઈ ત્રિજ્યા લઇ કરો.

૧૨ કૃત્ય સિદ્ધાત ૨ અક, અડના જુદા માપ લઇ કરો

૧૩. કૃત્ય સિદ્ધાત ૨ અબ ઉપર સમબાજુ △ દોરી તેની સામેના ખુણાને દુભાગી સાબિત કરો.

કૃત્ય સિધ્ધાંત ૩.

એક આપેલી લીટીમાં એક આપેલા બિંદુમાંથી તે લીટીને લંબ દોરવો.



अब એક આપેલી લીટી છે અને તેમા प એક આપેલું બિંદુ છે ત્યારે अब ઉપર पમાથી લબ દોરવાનો છે.

રચના. पअ, पबમાથી पक અને पड સરખી કાપો

क, ड, મધ્યબિંદુ લઇ જોઇએ તેટલી ત્રિજ્યા લઈ બે સરખા વર્તુળ દોરો, અને તે इમા અરસપરસ છેદે છે (સ્વી० કૃ०)

डप, इक, इड સાધો. ત્યારે इप, अबને प આગળથી લબ થશે,

સિધ્ધતા △ कइप અને △डइपમા

कप = पड, અને कइ = डइ, (રચના)

અને पइ સામાન્ય છે

△ कइप ≡ △ डइप ∠कपइ = ∠डपइ (પ્ર સિ ૧૪)

અને આ સરખા ખુણા अब સીધી લીટી ઉપર પાસેપાસેના છે.

. पइ ⊥ अबને છે કૃ० કૃ०

પ્રશ્નો.

૧ સમદ્વિબાજુ △મા પાયાના છેડામાથી પાયા પર દોરેલી લબ સામેની બાજુને લબાવતા મળે તો આકૃતિમા સઘળા અગના માપ કાઢો.

૨. એક લીટીને બીજી લીટી લબ દોરી સેટસ્કવેરથી માપી ખાત્રી કરો

૩ એક વર્તુળમા अब જ્યા છે અને अ, बમાથી દોરેલી લબ વર્તુળને क, डમા છેદે છે તો अक, बड માપો

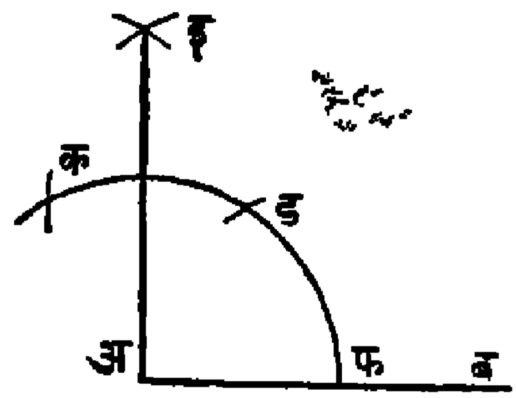
૪ એક ૩·૫" લાબી લીટીને તેના છેડાથી ·૭" દૂર બિંદુમાથી ૧·૩" લાબો લબ દોરો. આવા કેટલા લબ દોરી શકાશે ?

૫ ૪·૦ સે મી ની ત્રિજ્યાના વર્તુળમા अब એક જગા છે, अबને कમા દુભાગી कने म મધ્યબિદુ સાથે જોડી ∠मकअ અને ∠मकब માપો.

૬ ∠अकब અને कअ = कब લો. अ, बમાથી अम, बम, લીટી अक, बकને લબ છે. બતાવો કે कम, ∠अकबને દુભાગે છે.

૭.* अब એક આપેલી લીટીમા क બિદુ છે, બહાર ड બિંદુ લઇ તે (ड) મધ્યબિંદુથી कड ત્રિજ્યાએ એક વર્તુળ रकप. अबને ફરીથી रમા છેદે તેમ દોરો. रडને લબાવતા તે વર્તુળને प બિંદુમા છેદે છે पक સાધો, બતાવો કે पक, अबને લબ છે

૮* अबમા अ બિંદુ છે अ મધ્ય બિંદુથી ગમે તે એક વર્તુળ દોરો फअ ત્રિજ્યાથી વર્તુળ ઉપર फड, डक સરખા ભાગ મૂકો, ड, क, મધ્યબિંદુ લઈ कड ત્રિજ્યાથી બે સરખા વર્તુળો इमा છેદે તેમ દોરો તો इअ, अबને ⊥ છે



૯. આંકેલા સાહિત્ય વિના ૪૫° અને ૭૫°ના ખુણા બનાવો

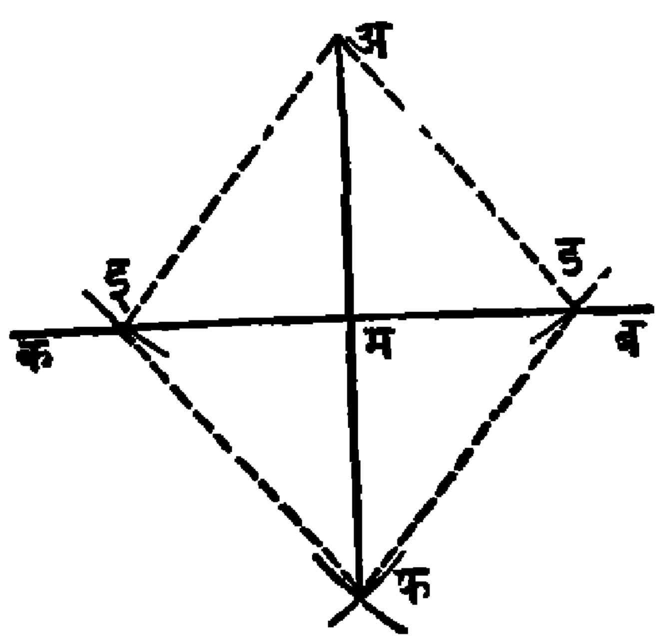
૧૦ કૃત્ય સિદ્ધાત ૩જાની આકૃતિની સમ્મિતરૂપતા બતાવો

૧૧.* કોઈપણ ત્રિકોણની બાજુઓને દુભાગી તેના મધ્યબિંદુમાથી તેજ બાજુ ઉપર લબ દોરો

સૂચના. આ લબનું સામાન્ય છેદનબિંદુ △ના બધા શિરબિંદુમાથી જતા પરિલગ્ન વર્તુળનુ મધ્યબિંદુ છે

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૪

એક આપેલી લીટી ઉપર તેની બહારના આપેલા બિદુમાથી લબ દોરવો



बक એક આપેલી લીટી છે અને अ તેની બહાર એક આપેલું બિંદુ છે, તો अमाथी बक ઉપર એક લબ દોરવાનો છે

રચના. अ મધ્યબિંદુ લઈ જોઇએ તેટલી ત્રિજ્યા લઇ बकने ड, इमा છેદે તેમ એક વર્તુળ દોરો (સ્વી૦ ક્રૃ૦)

ड, इ મધ્યબિંદુઓ લઇ જોઇએ તેટલી ત્રિજ્યા લઇ બે સરખા વર્તુળો फमा છેદે તેમ દોરો. (સ્વી૦ કૃ૦)

अफ, अड, अइ, फड, फइ સાધો

ત્યારે अफ, એટલે अम, बकने લબ થશે

સિદ્ધતા ∵ △ अडफ અને △ अइफमा

अड = अइ, અને डफ = इफ અને अफ સામાન્ય છે, (રચના)

∴ ∠डअम = ∠इअम. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૪)

વળી ∵ △डअम અને इअमभा

डअ = इअ અને मअ સામાન્ય છે,

અને અતર્ખુણો डअम = અતર્ખુણો इअम,

∴ △डअम≡△इअम ∴ ∠डमअ = ∠इमअ. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

∴ अम, बकने લબ છે કૃ૦ કૃ૦

વ્યા૦. ત્રિકોણના શિરોબિંદુમાથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલા લબ અરસપરસ જે બિંદુમા છેદે તેને **લંબછેદનબિંદુ** યા **લંબસંપાતબિંદુ** કહે છે.

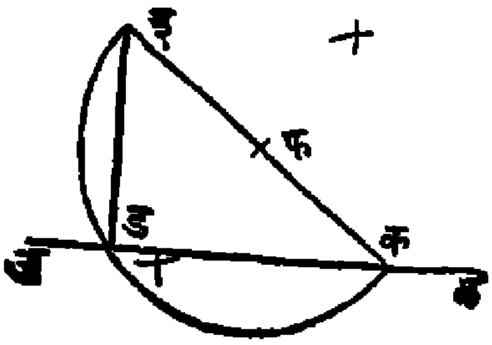
પ્રશ્નો.

૧ ઉપલી આકૃતિની સમ્મિતરૂપતા બતાવો.

૨ એક મોટો સાકડખુણુ ત્રિકોણ લઈ તેના શિરોબિંદુમાથી સામેની બાજુઓ ઉપર લબ દોરો

૩ કાટખુણુ અને પહોળખુણુ ત્રિકોણ લઇ પ્રશ્ન ૨ પ્રમાણે કરો.

૪* अब એક આપેલી લીટી છે અને इ એક બહાર આપેલુ બિંદુ છે. अबमा क કોઇપણ બિંદુ છે અને कइ જોડી દુભાગી તેની ઉપર એક અર્ધ વર્તુળ अबने ફરીથી डमा છેદે તેમ દોરો તો डइ લીટી अबने લબ છે.



૫* अब આપેલી લીટી છે અને क બહાર આપેલુ બિંદુ છે; अबમા બે બિંદુઓ ड અને इ છે ड, इ મધ્યબિંદુ લઇ डक, इक ત્રિજ્યાથી બે વર્તુળો ઉલટી બાજુએ पमा છેદે તેમ દોરો તો कप, बअને કાટખુણે છેદશી

૬ ∠अबकને દુભાવી बड દુભાગનારી લીટીના ड બિંદુમાથી अब અને बक ઉપર બે લબ દોરો, તો આ લમ સરખા છે

૭ પ્રશ્ન ૬ ઠ્ઠો ∠अबक કાટખુણો યા પહોળો ખુણો લઇ કરો

૮ વર્તુળના મધ્યબિંદુમાથી કોઇપણ જયા ઉપર લંબ દોરો

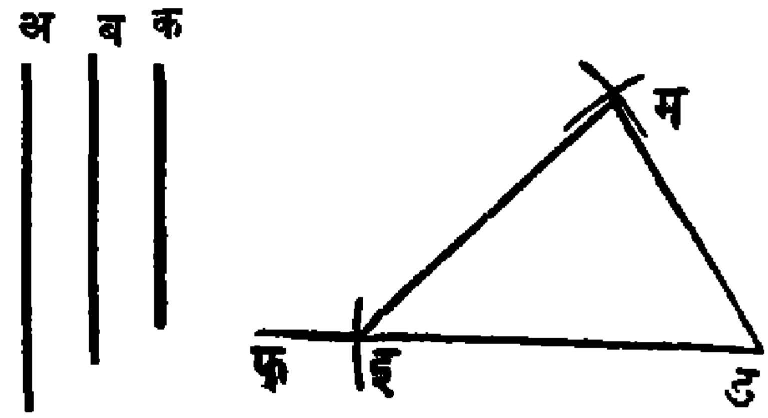
૯ એક ત્રિકોણમા બે શિરોબિંદુમાથી સામેની બાજુ ઉપર લબ દોરો આ લબ જે બિંદુમા છેદે તેમાથી ત્રીજી બાજુ ઉપર લબ દેરી આ લબ બાકીના શિરોબિદુ તરફ લબાવો

§ ૨૧. ત્રિકોણ રચના; અને કોણ રચના

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૫.

ત્રણ આપેલી લીટીની બરાબર બાજુવાળો એક ત્રિકોણ બનાવવો.

अ, ब, क ત્રણ આપેલી લીટી છે તો अ, ब कની બરાબર બાજુ જેની હોય એનો એક ત્રિકોણ બનાવવાનો છે



રચના. डफ કોઇપણ લીટી લઈ તેમાથી अ = डइ કાપો, ड મધ્યબિંદુ લઇ क ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો, અને इ મધ્યબિંદુ લઇ ब ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો આ બે વર્તુળ ममा છેદે છે. मड, मइ સાધો, ત્યારે मडइ એક માગેલો ત્રિકોણ બશે

સિદ્ધતા હવે ∵ △मडइમા

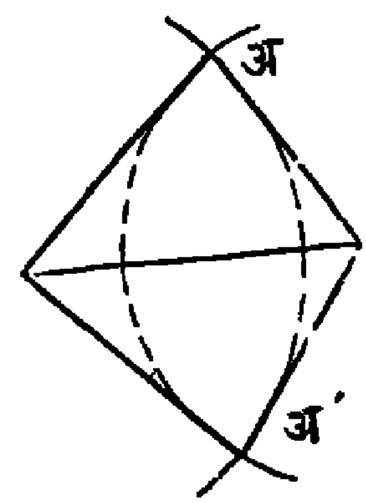
डइ = अ, मइ = ब, डम = क, (રચના)

∴ मडइ માગેલો ત્રિકોણ છે કૃ૦ કૃ૦

ટીપ ૧ મોટામા મોટી બાજુ સૌથી પહેલી દોરવી

ટીપ ૨ ત્રણ આપેલી લીટીમાથી એક જો બીજી બેના સરવાળાથી મોટી અથવા તેની બરાબર હોય તો ત્રિકોણ અશકય છે કારણ કે દોરેલા વર્તુળો એક બીજાને ન છેદતા મોટી લીટી પર એક બીજાની બહારના કે એકજ બિદુમા છેદશે જુઓ પ્રમેય સિધ્ધાત ૧૮

ટીપ ૩ કોઇપણ આકૃતિ માપ વિનાની દોરવાની હોય તો હમેશા મોટી આકૃતિ દોરવી, કારણ કે જે ભૂલ નાની આકૃતિમા માલમ પડે તે મોટીમા માલમ પડવી મુશ્કેલ છે



ટીપ ત્રણ બાજુઓની લબાઇઓ આપી હોય તો એ બાજુઓના જેટલા ત્રિકોણ નીકળે તેટલા દોરવા હોય તો શુ કરીશુ ?

અ, બ, ક, ત્રણ આપેલી લબાઇ લો

સૌથી મોટી અને અ = बक ને પાયા તરીકે લો ब આગળથી ક લબાઇની बअ લીટી દોરો કેટલી લીટીઓ ક લબાઈની દોરાશે ? આ ક = बअનો अ છેડો જે લીટી ઉપર આવે તે લીટી કેવી આવશે ? ब મધ્યબિંદુ લઇ ક ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો આ વર્તુળનું કોઇપણ બિંદુ बथी કેટલુ દૂર છે ? ક જેટલું કારણ ? એ વર્તુળની બધી ત્રિજ્યા = ક છે ત્યારે ब આગળથી લીટીઓ એવી દોરીએ કે તેના બીજા છેડા આ વર્તુળ ઉપર ન આવે તો તે લીટીઓની લબાઇ શી ? ક કરતા નાની કે મોટી એજ પ્રમાણે क આગળથી બ લબાઇની જેટલી લીટીઓ દોરાય તેટલી દોરો આ લીટીઓના બીજા છેડા કયા આવશે ? क મધ્યબિંદુ અને બ ત્રિજ્યા લઇ વર્તુળ દોરો ત્યારે આ બે વર્તુળો કયા કયા છેદે છે ? अ, अ મા એ બિંદુના ब, कथी અતર કેટલા ? બ, ક બરાબર अ, अ સિવાય બીજા કોઇ બિંદુથી ब, कના અતર બ, ક, બરાબર હોય કે નહિ ? નહિ ત્યારે અ = बक પાયા ઉપર ત્રણ આપેલી લબાઇના કેટલા ત્રિકોણ बकની ઉપલી બાજુએ થઈ શકે ? એકજ અને બીજો ત્રિકોણ ઉપલીજ બાજુએ આવી શકે તો તેનુ अ બિદુ કયાં

પડવુ જોઇએ ? ૠ ઉપરજ ત્યારે એ બે ત્રિકોણોનુ શુ થાય છે ? એક બીજા ઉપર બરાબર મળી જાય છે. નહિ મળી જાય તેા શું થાય ? બન્ને ત્રિકોણોની બાજુઓ એકી વખતે આપેલી લબાઇઓની હોઇ શકે નહિ એટલે ૠક પાયા ઉપર આપેલી લંબાઇઓની હોઈ શકે નહિ એટલે ૠક પાયા ઉપર આપેલી લંબાઇઓનેા એકજ ત્રિકોણુ થઈ શકે છે.

વળી અ, બ, ક બાજુઓનેા બીજો કોઈ ત્રિકોણુ બનાવીએ તેા તે અબફ △ ઉપરજ બરાબર સ્થાનેાપરિસ્થિત થવેા જોઇએ અને તેથી એવુ અનુમાન સિદ્ધ થાય છે કે,

"જે ત્રિકોણોમાં ત્રણે બાજુ અનુક્રમે બરાબર હોય તે ત્રિકોણેા સર્વસમાન છે." (પ્ર સિ ૧૪)

પ્રશ્નેા

૧ એક મોટેા ત્રિકોણુ બનાવી તેની બરાબર બીજો ત્રિકોણુ બનાવેા.

૨. ૩·૧", ૪·૪", ૬·૨"ની બાજુવાળેા એક ત્રિકોણુ બનાવેા

૩ ૪ ૩"ની બાજુ ઉપર એક સમબાજુ ત્રિકોણુ બનાવી તેના ખુણા દુભાગી આપેા

૪ ૩·૫ સે.મીના પાયા પર ૫·૩ સે મી ની બાજુનેા એક સમદ્વિબાજુ △ બનાવેા

૫ ૬૦°, ૧૨૦°, ૩૦°ના ખુણાવાળા △ઓ સાહિત્યની મદદ વિના બનાવેા (કંપાસ અને આકણી વાપરવી)

૬ પ્રશ્ન પમાની આકૃતિના ખુણાઓ દુભાગેા

૭. ભૂમિતિથી અણજાણ્યેા એક છેાકરેા પેાતાની કલમના ૧·૦" ૨ ૫", ૩·૬", લાબા ત્રણ કટકાથી એક ત્રિકોણુ બનાવવા બેઠેા ત્રિકોણુ બનાવેા યા ભૂલ બતાવેા

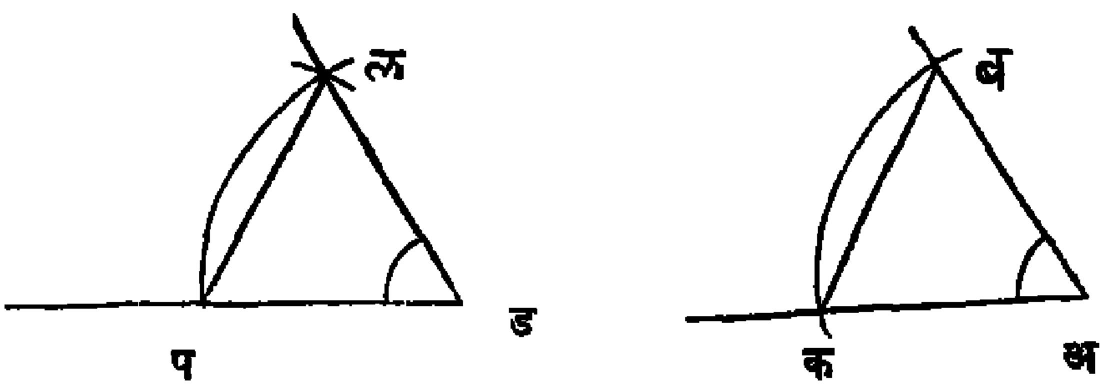
૮ એક આપેલા પાયા ઉપર એક આપેલી બાજુનેા સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણુ કાઢેા

૯ એક આપેલી લીટી ઉપર એક એવેા સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણુ કાઢેા કે તેની દરેક સરખી બાજુ પાયાથી બમણી હેાય.

૧૦ પાયો અને પરિમિતિ આપ્યા હોય તો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કાઢો.
૧૧ એક આપેલા પાયા ઉપર સમબાજુ ત્રિકોણ દોરો.
૧૨ કર્ણની બરાબર બાજુવાળો એક રોમ્બસ કાઢો.
૧૩ એક આપેલા પાયા ઉપર એક સમષટ્કોણ કાઢો.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૬.

એક આપેલા ખુણાની બરાબર એક આપેલી લીટીના આપેલા બિંદુ આગળ એક ખુણો કરવો.



बअक આપેલો ખુણો છે, અને डपमा ड એક આપેલુ બિંદુ છે. ત્યારે डपमा ड આગળ એક ખુણો ∠बअक બરાબર કરવાનો છે

રચના. अ મધ્યબિંદુ લઇ કોઇપણ વર્તુળ દોરી अब = अक કરો. ड મધ્યબિંદુ લઇ તેજ ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરી डपने पमां કાપો. અને प મધ્યબિંદુ લઇ कब ત્રિજ્યા લઇ આગળના વર્તુળને लमा છેદે તેમ એક વર્તુળ દોરો कब डल, पल સાધો

ત્યારે ∠बअक = ∠लडप થશે

સિદ્ધતા ∵ △बअक અને △ लडपमा

अब = डल, अक = डप, कब = पल; (રચના)

∴ ∠अ = ∠ड (પ્ર० સિ ૧૪) કૃ० કૃ०

પ્રશ્નો.

૧ એક સાંકડો ખુણો કરી તેની બરાબર એક બીજો ખુણો કરો.
૨. એક પહોળો ખુણો કરી તેની બરાબર એક બીજો ખુણો કરો.
૩. એક બાજુ પર એક સમદ્વિબાજુ કાટખૂણુ ત્રિકોણ બનાવો.

૪. ∠अबक = ∠बकड બનાવેા અને बअ, कड જો ममा મળે નેા मड, मक માપેા

૫. એક △अबकના ખુણા બરાબર ખુણાવાળેા એક △ બનાવેા

૬. એક अबकड ચતુષ્કેાણના ખુણા બરાબર ખુણાનેા ચતુષ્કેાણ કરેા.

૭ अब = ૨.૦" છે અને क બિંદુ ૦ ૫" અંતરે ઉપર છે, कમાથી એવી લીટી દેારેા કે अब સાથે તે ૫૦°નેા ખુણેા કરે કેટલી રચના થઇ શકશે?

૮. ૩.૫ સે મી ના વ્યાસ ઉપર વર્તુળ દેારેા म મધ્યબિંદુમાથી मअ, मब પરિધ સુધી દેારેા ∠अमब માપેા. अबની સામેના કૌંસ ઉપર કેાઈપણ प બિંદુ સાથે अ, ब સાધેા તેા ∠अपब કેવડેા?

૯* એકજ બાજુ ઉપર આપેલા प અને ल બિંદુમાથા अबના એકજ બિંદુ સુધી એવી બે લીટી દેારેા કે તેઓ अब સાથે સરખા ખુણા કરે

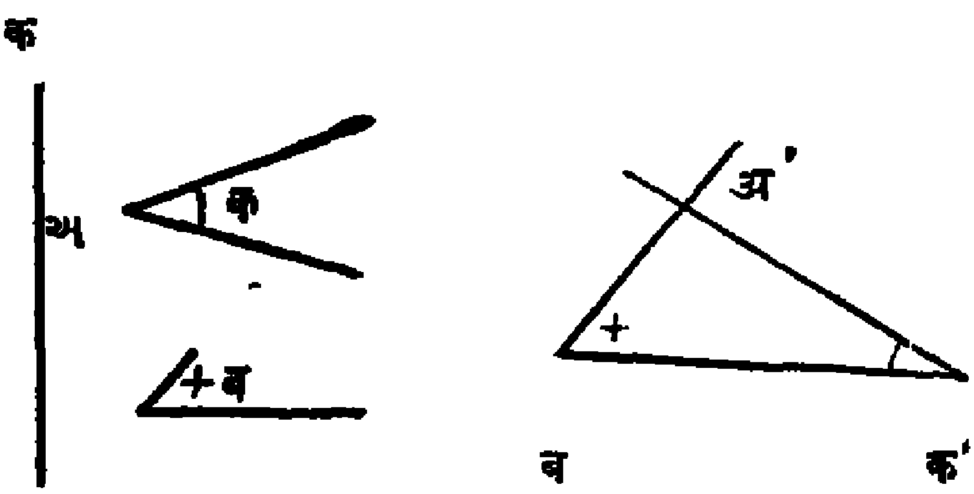
[નેાધ अब ઉપર पक લબ દેારી पक લબાવી पक = डक કરેા लड સાંધી अबને જે બિંદુમા लड છેદે તે બિંદુ प સાથે સાધેા]

૧૦* पમાથી એવી એક લીટી દેારેા કે अ, बમાથી તેની ઉપર દેારેલા લબ સરખા થાય. આ ક્યારે અશક્ય છે?

૧૧* अ બિંદુમાથી એવી એક લીટી દેારેા કે તે बक ને ‖ થાય

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૭.

બે ખુણા અને તેની પાસેની બાજુ આપ્યા હેાય તેા ત્રિકેાણ બનાવવેા.



व, क આપેલા ખુણા અને वक (અ) આપેલી બાજુ છે,
તેા ∠व, ∠क, वक અગવાળેા એક ત્રિકેાણ બનાવવાનેા છે

રચના ગમે તે સીધી લીટી દેારી તેમાથી वक = व'क' કાપેા

व' આગળ ∠व = ∠अ'व'क' બનાવેા અને } (કૃ સિ ૬)
क' આગળ ∠क = ∠अ क व' બનાવેા

व'अ', कअ'ને अ'મા મળવા દેા

ત્યારે अ'व'क' માગેલેા ત્રિકેાણ થશે

સિદ્ધતા. △ अ'व क'મા

व क' = वक, ∠व' = ∠व, અને ∠क' = ∠क છે, (રચના)

∴ अ व क' માગેલેા ત્રિકેાણ છે કૃ૦ કૃ૦

ઉપસિદ્ધાંત બે ખુણા અને તેમાના એકની સામેની બાજુ આપ્યા હેાય તેા ત્રિકેાણ બનાવવેા.

ટીપ આપેલી લબાઇની બરાબર व क' દેાર્યા પછી અમુક બાજુએ ∠व, ∠क બનાવવા એવુ કાંઈ નથી આપેલી वक = અ લબાઈની લીટી લઇ તેના છેડા ઉપર ∠व, ∠क બરાબર ખુણા ગમે તે એક બાજુ કાઢીએ તેાપણ એ પ્રમાણે થતા બધા ત્રિકેાણને જો એકેક ઉપર સ્થાનેાપરિસ્થિતિથી મુકીએ તેા તે બધા સર્વસમાન છે પ્રશ્નેાત્તર કૃ૦ સિ૦ ૫ની ટીપમા બતાવ્યા પ્રમાણે કરી લેવા આ ઉપરથી એવુ અનુમાન નીકળે છે કે,

“જે ત્રિકેાણમા બે ખુણા અને એક બાજુ અનુક્રમે સરખાં હેાય તે ત્રિકેાણેા સર્વસમાન છે.” (પ્ર૦ સિ૦ ૧૧)

પ્રશ્નેા

૧. अव = ૫·૧ સે મી, ∠अ=૭૧°, ∠व = ૬૭° તેા △ બનાવી બીજા અગ માપેા

૨ वक = ૨·૯″, ∠व = ૯૦°, ∠क = ૨૫° તેા △ બનાવેા.

૩ कअ = ૪·૮ સે મી., ∠अ = ૩૨°, ∠क = ૧૧૭° તેા △ બનાવેા.

૪. અ = ૩·૬″ ∠ब = ૧૧૨°, ∠क = ૩૩°, તો △ બનાવો.

નીચેના માપ પરથી △ઓ બનાવો —

૫. ક = ૩·૬ સે. મી, ∠अ = ૬૭°, ∠क = ૭૨°,

૬. બ = ૫·૩ સે મી, ∠ब = ૩૨°, ∠अ = ૬૫°.

૭ ક = ૬·૭ સે. મી, ∠क = ૩૨°, ∠अ = ૧૧૨°

૮. ક = ૨·૧″, ∠अ = ૫૧°, ∠क = ૯૯°

૯ બ = ૧·૯″, ∠ब = ૯૯°, ∠अ = ૨૦°

૧૦ અ = ૫·૨ સે મી, ∠अ = ૨૭°, ∠ब = ૨૯°

૧૧. કર્ણ અને એક સાકડો ∠ આપ્યા હોય તો કાટખૂણુ △ બનાવો.

૧૨ એક બાજુ અને સાકડો ∠ આપ્યા હોય તો કાટખૂણુ △ બનાવો.

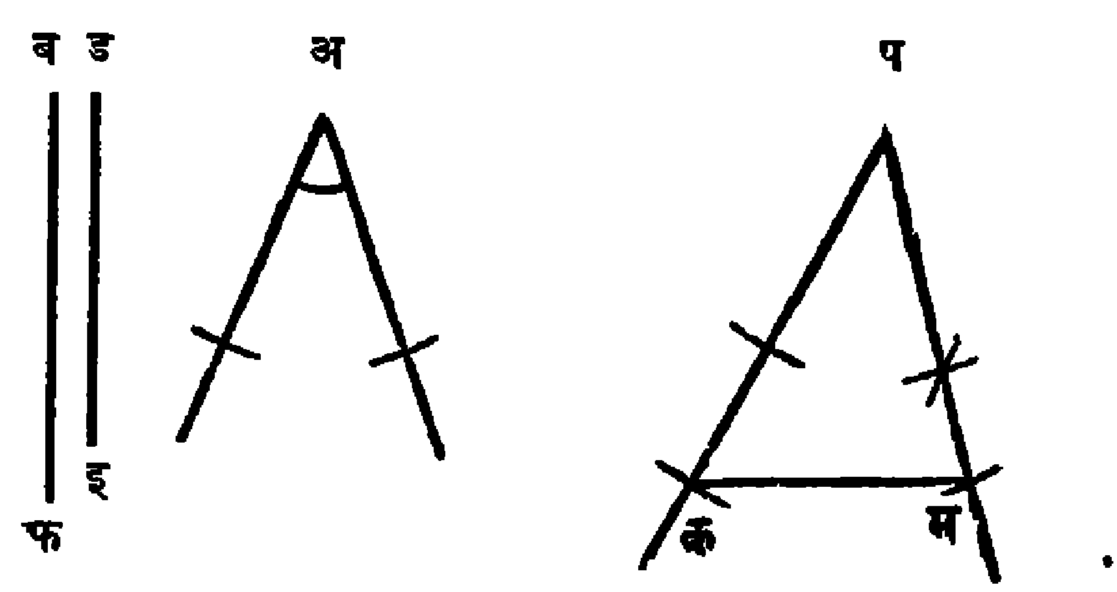
૧૩ એક કાટખૂણુ △ મા એક સાકડો ખુણો બીજા સાકડા ખુણાથી બમણો છે તો △ કાઢો

૧૪ કર્ણ આપી છે તો સમદ્વિબાજુ કાટખુણુ ત્રિકોણુ બનાવો

૧૫ શિરોબિંદુ ખૂણો પાયા ઉપરના ખુણાથી બમણો, અને ચાર ગણો હોય એવા સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણો બનાવો.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૮

બે બાજુ અને અ તર્ખુણો આપ્યા હોય તો ત્રિકોણુ બનાવવો.



बफ, डइ બે આપેલી બાજુ છે અને अ એક આપેલો અંત-ર્ખુણો છે, તો એ અંગવાળો એક ત્રિકોણ બનાવવાનો છે

રચના. કોઇપણ લીટીમાથી बफ = पक કરો અને प આગળ

∠ अ = ∠ मपक કરો. (કૃ૦ સિ૦ ૬)

અને डइ = पम કરો मप સાધો ત્યારે मपक માગેલો △ થશે.

સિદ્ધતા. ∵ △ मपकमा

पक = बफ, पम = डइ, ∠ प = ∠ अ, (રચના)

∴ △ मपक માગેલો ત્રિકોણ છે કૃ૦ કૃ૦

ટીપ. આપેલા अ અંતર્ખુણા બરાબર કોઇપણ ખુણો બનાવી તેની એક શાખાલીટીમાથી बफ બરાબર અને બીજીમાથી डइ બરાબર, બે ભાગો ખુણાથી શરૂ કરી કાપો અને ત્રિકોણ પુરો કરો ઘણા ત્રિકોણો બનાવી સ્થાનોપરિસ્થિતિથી સરખાવો, કૃ૦ સિ૦ ૫ પ્રમાણે પ્રશ્નોત્તર કરી નીચેનુ અનુમાન કઢાવો —

"જે જે ત્રિકોણોમા બે બાજુ અને અંતર્ખુણો બરાબર હોય છે તે બધા ત્રિકોણો સર્વસમાન છે" (પ્ર. સિ. ૧૦)

પ્રશ્નો

૧ અ = ૨·૧″, બ = ૩·૩″, ∠क = ૭૫° તો △ બનાવો

૨ બ = ૩·૭ સે મી, ક = ૫·૬ સે મી, ∠अ = ૫૨° તો △ કરો.

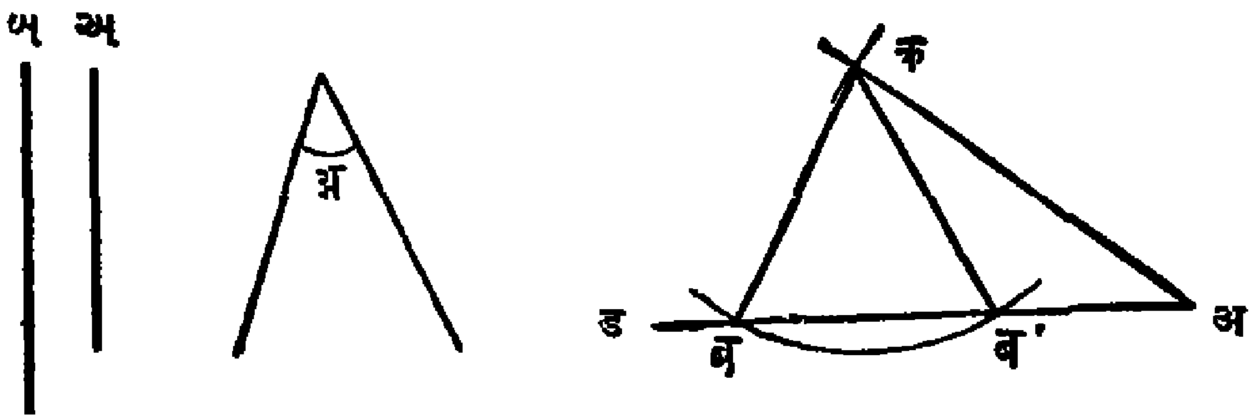
૩ ક = ૫·૧ સે મી., અ = ૮·૨ સે મી ∠ब = ૧૧૨° તો △ કરો

૪* અ = ૩·૭″, બ = ૨ ૧″, ∠ अ = ૯૦° તો △ કરો

ટીપ. નિશાળ ખાતાના સરકારી અભ્યાસમા નીચેના ૯મા સિદ્ધાતનો સમાવેશ થતો નથી માટે વિદ્યાર્થીને તે શીખવાની જરૂર નથી. ત્રિકોણોની રચનાના સઘળા પ્રકારો પૂરા કરવા માટે જ એ કૃત્ય અત્રે આપ્યુ છે.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૯.

બે બાજુ અને તેમાંની એકની સામેનો ખુણો આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવવો.



અ. બ, બે આપેલી બાજુ છે અને અની સામેનો ખુણો अ આપેલો છે તો એક ત્રિકોણ બનાવવાનો છે

રચના. अ'ड લીટીમા अ' આગળ ∠ अ = ∠ अ' કરો,(કૃ સિ ૬)

અને બ = अ क કરો क મધ્યબિંદુથી અ ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરો

જો આ વર્તુળ अ'डને ब અને ब'મા છેદે

તો अ'कब, अ'कब △ઓ આપેલા પક્ષ ઉપરથી થશે

સિદ્ધતા ∵ अ कब △મા અને ∵ अ बक' △મા

∠ अ = ∠ अ ∠ अ' = अ

अ क = બ, अ'क = બ

અને बक = અ, અને कब = અ,

તેથી अ कब, અને अ'कब' માગેલા ત્રિકોણ છે કૃ૦ કૃ૦

ટીપ कમાથી अड ઉપર લબ દોરી હોય અને તેટલીજ લબાઇની અ હોય તો એકજ ત્રિકોણ થશે ∴ ∠ब' = ૯૦° = ∠ ब વળી જો कल લમ હોય તો कल અતર (कનુ अ'डથી) ઓછામા ઓછુ છે તેથી જો અ, कलથી ઓછી હોય તો કોઇપણ ત્રિકોણ થશે નહિ કારણ કે અ ત્રિજ્યાથી દોરેલો વર્તુળ अ'डને મળશે નહિ. જ્યારે બે ત્રિકોણો થાય છે ત્યારે આ સિદ્ધાતને અનિશ્ચિત ત્રિકોણરચના હોય છે

તેમજ અનિશ્ચિત ત્રિકોણ બનાવવાને માટે અ, બથી ઓછી અને कल લબથી વધારે હોવી જોઇએ કારણ કે જો અ, બથી મોટી હોય તો વર્તુળના બન્ને છેદનબિંદુઓ अ'ड ઉપર ∠ अ તરફ ન પડતાં વિરૂદ્ધ બાજુએ પડશે એટલે એકજ △ થશે.

પ્રશ્નો.

૧ ઉપરના સિદ્ધાંતમા અ, બથી ઓછી હોય અને

(૧) અ, લંબથી ઓછી હોય
(૨) અ, લબની બરાબર હોય
(૩) અ, લબથી મોટી હોય
} ત્યારે આકૃતિઓ દોરો

૨. અ, બથી મોટી હોય ત્યારે આકૃતિ કાઢો.

૩ અ = બ હોય ત્યારે આકૃતિ કાઢો.

૪ ક = ૨.૧", બ = ૧.૭" અને ∠ ब = ૩૫° ત્યારે ત્રિકોણ દોરો.

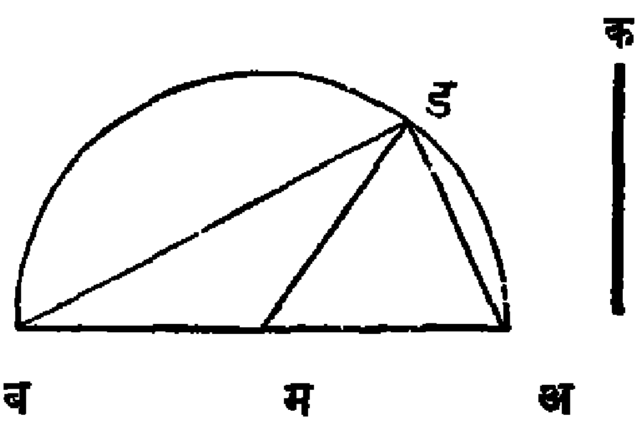
૫. ક = ૫.૦ સે મી, બ=૩.૦ સે મી અને ∠ अ=૩૫° ત્યારે △ દોરો

૭ △ अबक અને △ डईफमा अब = डइ, अक = डफ અને ∠ ब = ∠ इ છે બતાવો કે આ ત્રિકોણો સરખા હોય કે ન હોય

ટીપ ઉપલી આકૃતિઓમા અનિશ્ચિત ત્રિકોણો હોય ત્યા કારણઆપો.

કૃત્ય સિધ્ધાંત ૧૦.

કર્ણ અને એક બાજુ આપ્યા હોય તો કાટખુણ ત્રિકોણ બનાવવો



क એક બાજુ અને अब કર્ણ છે ત્યારે એક કાટખુણ ત્રિકોણ બનાવવાનો છે.

રચના. अबने ममा દુભાગી म મધ્યબિંદુ લઈ मअ ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો

अ મધ્યબિંદુ લઇ क ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો. આ વર્તુળ આગળના વર્તુળને डमा છેદે છે. डअ, डम, डब સાધો.

ત્યારે अडब માગેલો ત્રિકોણ થશે

સિધ્ધતા, ∵ अडम △મા   અને ∵ बडम △માં

मअ = मड   मब = मड

∴ ∠अ = ∠मडअ,   ∴ ∠ब = ∠मडब.

∴ સરવાળો કરતા ∠अडब = ∠अ + ∠ब છે,

∴ अडब એક કાટખુણ △ છે.   (પ્ર૦ સિ૦ ૮ ઉ૫)

અને તેમા अब કર્ણ છે અને अड = क એક બાજુ છે

∴ अडब માગેલો ત્રિકોણ છે   કૃ૦ કૃ૦

ટીપ. આપેલી अब કર્ણના अ છેડામાથીજ क બરાબર બાજુ દોરવી એવુ કાઇ નથી अब ઉપર ગમે તે બાજુએ અર્ધ વર્તુળ દોરી અને अबના કોઇપણ છેડામાથી ગમે તે બાજુએ क બરાબર બાજુ દોરી જે જે ત્રિકોણો થાય તે બધા સ્થાનોપરિસ્થિતિથી બરાબર માલમ પડે છે. કૃ૦ સિ૦ ૫ પ્રમાણે પ્રસ્નોત્તર કરી નીચેનુ અનુમાન ઠસાવો —

"જે જે કાટખુણ ત્રિકોણોમા કર્ણ અને એક બાજુ બરાબર હોય તે બધા ત્રિકોણો સર્વસમાન છે" (પ્ર. સિ ૧૫)

પ્રશ્નો

૧ સિદ્ધાત ૧૦મા માગેલા △ઓ अब ઉપર કેટલા થઈ શકે ?

૨ અર્ધ વર્તુળમાનો ખુણો એક કાટખુણો છે

૩ ઉપલી આકૃતિમા डप, अब ઉપર લબ હોય તો △अडप, △बडप અને △अडब અરસપરસ સમકોણ છે.

૪. એક વર્તુળમા ૩·૭″ કર્ણ અને ૧·૨″ બાજુના બે કાટખુણ ત્રિકોણ પાસેપાસે મુકી એક લબ ચોરસ બનાવો

૫ એકજ બાજુ ઉપર ને એકજ કર્ણના બે સરખા કાટખુણ ત્રિકોણ બનાવી તેના શિરોબિંદુ સાધી એક લબ ચોરસ બનાવો.

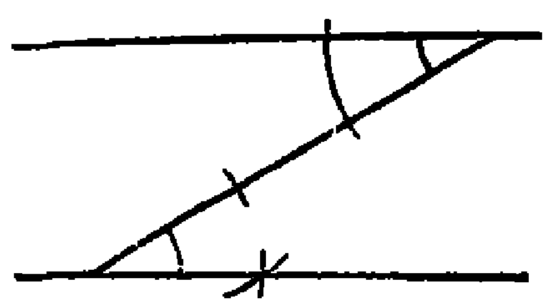
૬ * એક બાજૂ અને કાટખુણામાથી સામેના કર્ણ ઉપર દોરેલી લબ આપી હોય તો કાટખૂણ ત્રિકોણ બનાવો.

૭.* કર્ણ અને બાજુઓનો સરવાળો આપ્યા હોય તો કાટખુણ ત્રિકોણ બનાવો.

§૨૨ સમાન્તર સીધી લીટી દોરવાનું; લીટીના સરખા ભાગ કરવાનું; અને કૈાસને દુભાગવાનું.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૧૧.

એક આપેલા બિંદુમાથી એક આપેલી સીધી લીટીની સમાન્તર સીધી લીટી દોરવાની



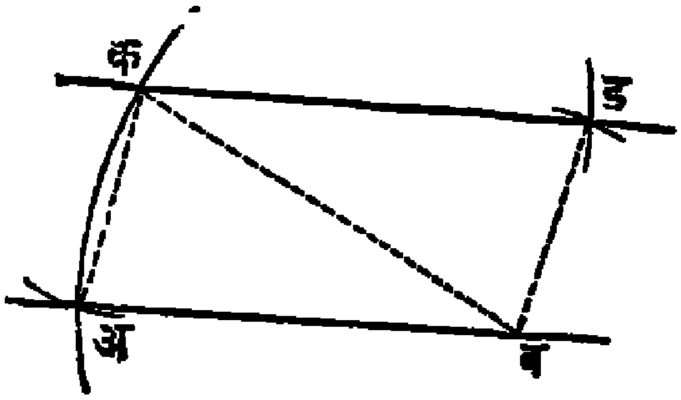
बक એક આપેલી લીટી અને अ એક આપેલુ બિંદુ છે.
ત્યારે अમાથી बक ∥ એક લીટી દોરવાની છે.
રચના अब સાધી, अ આગળ ∠बअड, ∠अबक બરાબર કરેા.
અને अडને इ સુધી લબાવેા ત્યારે अइ લીટી बक સમાન્તર થશે.
સિદ્ધતા ∵ अइ અને बक લીટીને बअ લીટી મળે છે,
અને વ્યુત્ક્રમ ∠डअब = વ્યુત્ક્રમ ∠अबक કરે છે.
∴ बक ∥ अइ છે (પ્ર૦ સિ૦ ૪) કૃ૦ કૃ૦

પ્રશ્નેા.

૧ अब = ૪ ૫ સે મી અને ∠बअक = ૬૦°, कમાથી अब ∥ कड દોરેા, અને कड = ૪.૫ સે મી. છે, डब સાધેા, अक, डब, ∠क, ∠ब માપેા

૨ ૧.૫″ ત્રિજ્યાના એક વર્તુળ પર अब વ્યાસની બન્ને બાજુએ ड અને इ ૧″ છેટે છે. ड, इમાથી બે જ્યા વ્યાસ ∥ દોરેા અને તેને માપેા

૩ ∠बअक = ૬૦° અને बअ = अक = ૩.૨″ છે कड ∥ अब અને बड ∥ अक દોરેા अड, बक, મમા છેદે તેા मअ, मब, मक, मड માપેા.



૪* बअ આપેલી લીટી અને क આપેલુ બિંદુ છે अब-મા ब ગમે તે બિંદુ લેા અને ब મધ્યબિંદુ લઇ बक ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દેારા क મધ્યબિંદુ અને कब ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દેારા, ब મધ્યબિંદુ લઇ अक ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુળ દેારેા એ વર્તુળેા डमा છેદે તેા कड || अब છે.

૫ વ્યાવહારિક કામમા કેવી રીતે સમાન્તર લીટી દેારશેા ?

૬. ૨ ૧ના પ્રમાણમા બાજુએા હેાય એવેા એક લબ ચેારસ બનાવેા.

૭ ૪", ૩", ૧·૫"ની બાજુનુ એક સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમ કરેા.

૮. એક બાજુ અને એક કર્ણ ૨ ૪" અને ૪ ૨" છે તેા લ મ ચેારસ દેારેા.

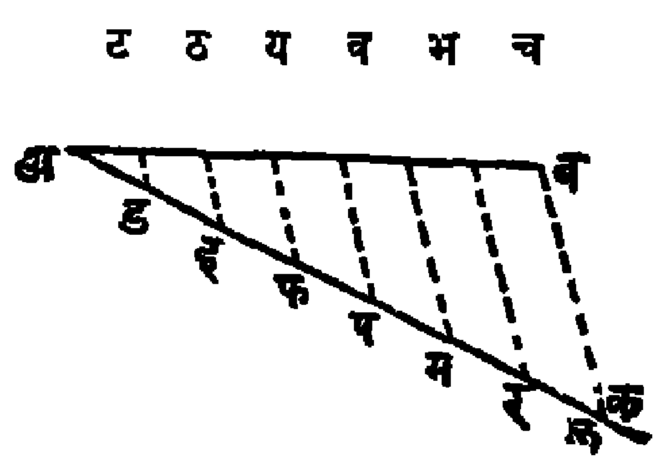
૯ બે કર્ણો અને અતર્ખૂણેા ૪ ૦", ૬·૦" અને ૭૫° છે તેા સ ચ દેારેા.

૧૦ ૪·૦" પાયા ઉપર ૨ ૧" ઉંચાઇનેા ૫૫°ના ખુણાવાળેા એક સ૦ ચ૦ બનાવેા.

૧૧. કૃત્ય સિદ્ધાત ૧૧ની આકૃતિમા बक ઉપર अल લબ દેારેા; અને अ તરફ बफ લબ (अल) દેારેા તેા फअ, बकनी સમાન્તર છે.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૧૨.

કેાઈ આપેલી સીધી લીટીના અમુક સરખા ભાગ કરવા.



अब એક આપેલી લીટી છે અને તેના (ધારેા કે) સાત સરખા ભાગ કરવાના છે.

રચના. अबની સાથે કોઇપણ अक લીટી ગમે તે ખુણેા કરે તેમ દોરેા.

अक ઉપર અનુક્રમે સાત સરખા ભાગ अड, डइ, इफ, फप, पम, मर, रल કરેા, અને बल સાધેા.

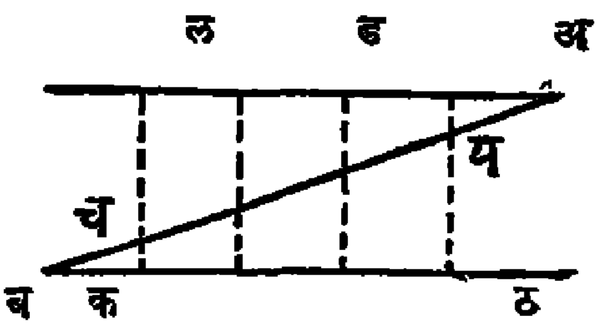
અને लव ‖ रच, मभ, पव, फय, इट, डठ દોરેા (કૃ૦ સિ૦ ૧૧)

ત્યારે अबના સાત સરખા ભાગ થશે

સિદ્ધતા ∵ अकને છેદી સમાન્તર લીટીઓ अलના अड, डइ, इफ, फप, पम, मर, रल, સાત સરખા ભાગ કરે છે

∴ તેજ સમાન્તર લીટીઓ अबના પણ તેટલાજ अठ, ठट, टय, यव, बभ, भच, चब, સરખા ભાગ કરે છે (પ્ર સિ ૨૩)
એજ પ્રમાણે अबના ગમે તેટલા સરખા ભાગ થઇ શકે છે કૃ૦ કૃ૦

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૧૨ની દ્વિતીય રચના



अबની સાથે ખુણેા કરતી अल લીટી દોરેા અને अल ‖ बठ દોરેા।

अल, बठ ઉપર આકૃતિમા બતાવ્યા પ્રમાણે ચાર ચાર સરખા ભાગ કરેા

અને બતાવ્યા પ્રમાણે સાધેા, ત્યારે अबના પાચ સરખા ભાગ થશે.

∵ डठ, लक વગેરે ‖ છે

અને अलના ચાર સરખા ભાગ થાય છે અને बठના પણ ચાર સરખા ભાગ થાય છે,

∴ बय, अचના ચાર ચાર સરખા ભાગ થાય છે

∴ अबના પાચ સરખા ભાગ થાય છે, કૃ૦ કૃ૦

પ્રશ્નેા.

૧. એક લીટીના પાચ સરખા ભાગ આશરે કરી સરખાવેા.

૨ ૪.૭'' લીટીના ૬ સરખા ભાગ કરેા.

૩ ૧૧.૦ સે. મી. લીટીના સાત સરખા ભાગ કરેા.

૪. એક આખી લીટીમાથી તેનેા ૩/૭ ભાગ કાપેા.

૫. એક લીટીને લબાવી તેને ૧ ૪/૧૧ ગણી બનાવેા.

૬ એક લીટીને લંબાવી તેને ૧ ૩ગણી બનાવેા
૭. એક લીટીમાથી તેનેા ·૭ ભાગ કાપેા
૮ એક લીટીને ૩ ૯ના પ્રમાણમા કાપેા
૯. એક લીટીને કાપેા અને તેના ભાગેાનુ પ્રમાણ કહેા

કૃત્ય ૫થી ૧૨ ઉપરના સામાન્ય પ્રશ્નેા

૧ પાસેપાસેની બે બાજુ અને તેનેા અ તર્ખુણેા આપ્યા હેાય (સ૦ ચ૦ દેારેા

૧ એક બાજુ બીજી કરતા બમણી હેાય એવેા લબચેારસ દેારે
૩ ૬૦°ના ખુણાવાળેા એક સ૦ ચ૦ આપેલી બાજૂ ઉપર દેાર
૪. એક ખુણેા અને પરિમિતિ આપ્યા હેાય તેા સ૦ ચ૦ દેા
૫ એક આપેલી લીટીથી આપેલે અતરે આવે એવી એ સમાન્તર લીટી દેારેા

૬. ૧·૨", ૧·૮" અને ૨ ૪"ની બાજુ અને કર્ણ અનુક્રમે હે એવેા સ૦ ચ૦ દેારેા

૭ ૩·૪ સે મી ની બાજુ અને ૫ ૪ સે મી.ની કર્ણ હે એવેા લબચેારસ દેારેા.

૮ બે પાસેપાસેની બાજુ અને સામસામેની બાજુનુ અ(આપ્યા હેાય તેા સ૦ ચ૦ દેારેા

૯ એક કાટખુણાના ત્રણ સરખા ભાગ કરેા

૧૦ બે બાજુ અને પાયા ઉપરની ઉ ચાઇ આપ્યા હેાય તેા ત્રિકેાણ દેારે

૧૧ પાયેા, એક બાજુ, અને પાયા ઉપરની મધ્યગા આપ તેા △ દેારેા

૧૨ પાયા, પાયા ઉપરની ઉચાઈ, અને એક બાજુ આપ્યા હે તેા △ દેારેા

૧૩ બે કર્ણ અને એક બાજુ આપ્યા હેાય તેા સ૦ ચ૦ દેારેા

૧૪ પાયા ઉપરના બે ખુણા અને પાયા ઉપરની ઉચાઇ આપ હેાય તેા △ દેારેા

૧૫ આપેલી ઉંચાઇનેા એક સમબાજુ ત્રિકેાણ દેારેા

૧૬ શિરેાબિંદુ ખુણેા ને ઉ ચાઇ આપ્યા હેાય તેા સમદ્વિબાજુ △ દેારે
૧૭ જેનેા શિરેાબિંદુ ખુણેા પાયા ઉપરના ખુણાથી ચારગણેા હે એવેા એક સમદ્વિબાજુ △ બનાવેા.

૧૮. ૧.૩"ના પાયા ઉપર એક સમદ્વિબાજુ △ બનાવો.

૧૯ પાયો અને ઉંચાઈ આપ્યા હોય તો સમદ્વિબાજુ △ બનાવો.

૨૦. ૬૦°ના ખુણામાથી જતી કર્ણ ૨.૪"હોય એવો રોમ્બસ બનાવો.

૨૧ ૩ ૪ સે મી.ની મધ્યગા હોય એવો એક સમબાજુ △ બનાવો.

૨૨ એક બાજુ અને કાટખુણામાથી કર્ણ ઉપર દોરેલો લબ આપ્યા હોય તો કાટખુણ ત્રિકોણ બનાવો

૨૩ કર્ણ ને બે બાજુનો સરવાળો આપ્યા છે તો કાટખુણ △ બનાવો.

૨૪. પરિમિતિ અને ઉચાઇ આપ્પા છે તો સમદ્વિબાજુ △ બનાવો.

૨૫. પાયો અને શિરોબિંદુ ખુણો આપ્યાછેતો સમદ્વિબાજુ △ બનાવો.

૨૬ પાયો, અને શિરોબિંદુખુણો તથા પાયા ઉપરના એક ખુણાનો સરવાળો આપ્યા હોય તો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ દોરો.

૨૭ * પાયો, અને એક બાજુ તથા ઉચાઇનો સરવાળો આપ્યા છે તો સમદ્વિબાજુ △ દોરો

૨૮ *એક આપેલી લીટીમા પાયો હોય અને બે આપેલા બિંદુ-માથી બાજુઓ જાય એવો એક સમબાજુ ત્રિકોણ દોરો

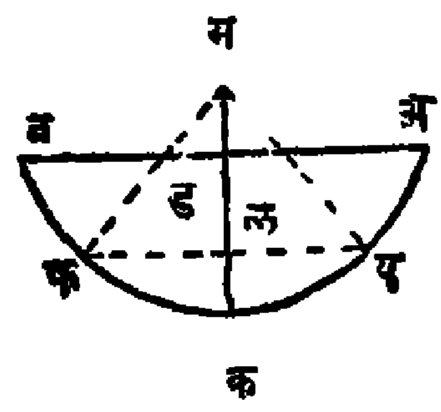
૨૯ * પાયો, ઉચાઇ, અને પરિલગ્ન વર્તુળની ત્રિજયા આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ દોરો

૩૦ * એક આપેલા ત્રિકોણમા એવી એક લીટી દોરો કે તે પાયાથી ત્રીજે ભાગે હોઇ પાયાની સમાન્તર હોય અને તેના છેડા બાજુ ઉપર હોય.

૩૧ * એક આપેલા ત્રિકોણમા એવી એક લીટી દોરો કે તે પાયાથી ચોથે ભાગે હોય ને પાયાની સમાન્તર હોઈ તેના છેડા બાજુ ઉપર હોય.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૧૩.

વર્તુળના આપેલા કોંસને દુભાગવું.



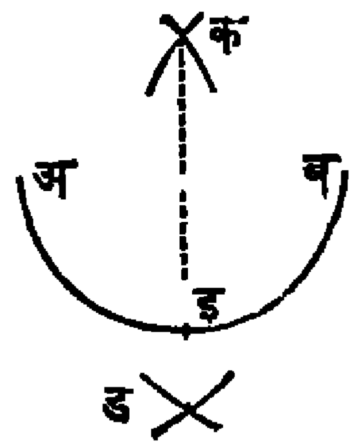
अकब એક આપેલુ કૌંસ છે અને તેને દુભાગવાનું છે

રચના. अबने સાધી તેને डमा દુભાગો. (કૃ० સિ० ૨) અને अबने डम, ⊥ દોરી, मडने લંબાવી કૌંસને कमा છેદવા દો. (કૃ० સિ० ૩)

ત્યારે अकब કૌસના क બિંદુમા બે સરખા ભાગો થશે,

સિધ્ધતા કરવાની નથી. કૃ૦ કૃ૦

અથવા



પક્ષ अइब કોઈપણુ કૌસ લો

સાધ્ય ત્યારે अइब કૌસને દુભાગવાનુ છે

રચના. अ મધ્યબિંદુ લઇ અને अबना અર્ધાથી સહેજ મોટી ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુળ દોરો ब મધ્યબિંદુ અને તેવડીજ ત્રિજ્યા લઇ બીજો વર્તુળ દોરો. આ બે વર્તુળો क, डमा છેદે છે कड સાધો

જો कड લીટી કૌસને इमा છેદે તો अब કૌસ इमा દુભાગાય છે.

સિદ્ધતા કરવાની નથી કૃ૦ કૃ૦

પ્રશ્નો.

૧ મધ્યબિંદુ આગળ ૯૦°નો ખુણો કરે એવા કૌસને દુભાગો.

૨. એક અર્ધ વર્તુળને દુભાગો

૩ એક અર્ધ વર્તુળથી ઓછા કૌંસને દુભાગો

૪ એક અર્ધ વર્તુળથી મોટા કૌસને દુભાગો

૫ ૩·૪" ત્રિજ્યાના વર્તુળના મધ્યબિંદુ આગળ ૪૫°નો ખુણો કરે એવા કૌસને દુભાગો.

૬. ૬૦૨ સે મી ની ત્રિજ્યાના વર્તુળના મધ્યબિંદુ આગળ ૬૨°નો ખુણો કરે એવા કૈાસને દુભાગો

૭. એક કૈાસના ચાર સરખા ભાગ કરો, આઠ સરખા ભાગ કરો

§ ૨૩. નિધાન રચના.

ટીપ–નિધાનના સિદ્ધાતો મજુર થએલા અભ્યાસક્રમ પ્રમાણે વિદ્યાર્થિને કરવાના નથી માટે તે શીખવાની ખાસ જરૂર નથી.

નિધાન અથવા કક્ષા.

ધારો કે પ બિંદુ એવુ છે કે તે હમેશા ગમે તે સ્થિતિમા એક મુકરર મ બિંદુથી ૫" અતરે રહે છે હવે પ બિંદુની જુદી જુદી સ્થિતિઓ નક્કી કરી પાસેપાસેના બિંદુઓ જોડીએ તો જે લીટી થશે તે લીટી ઉપરનુ દરેક બિંદુ મથી ૫" અતરે હોવુજ જોઇએ, માટે આવી લીટીને મથી ૫" અતરે રહે એવા બિંદુનુ **નિધાન** યા કક્ષા કહે છે વળી અ બિંદુ એવુ છે કે એક આપેલી વક્ર લીટીથી હમેશા ૩૦૧ સે મી ને અતરેજ રહે છે તેથી અની જુદી જુદી સ્થિતિઓ નક્કી કરી તેમાથી જે લીટી દોરીએ તે અનુ વક્રના સંબંધમા નિધાન કહેવાય છે એજ પ્રમાણે અ અને બ એ બિંદુથી સરખે અતરે જે ક બિંદુ હમેશા રહે છે તેનુ નિધાન પણ નીકળી શકે. કારણ કે જો કની જુદી જુદી સ્થિતિ નીકળી શકે તો એ બિંદુને સાધનારી લીટી તે તે નિધાન છે

વ્યાખ્યા. કોઇ આપેલી શરત પુરી કરી જુદી જુદી સ્થિતિમા જઇ એક બિંદુ જે **લીટી** નક્કી કરે તે તે બિંદુનુ **નિધાન** યા કક્ષા કહેવાય છે

આ ઉપરથી સ્પષ્ટ થશે કે નિધાન રચનામા નીચેની બાબતો જરૂરની છે –

(૧) સ્થિર આપેલી લીટી યા બિંદુ,

(૨) એક જુદી જુદી સ્થિતિમા ફરતુ બિંદુ,

(૩) આપેલી અમુક શરત, અને

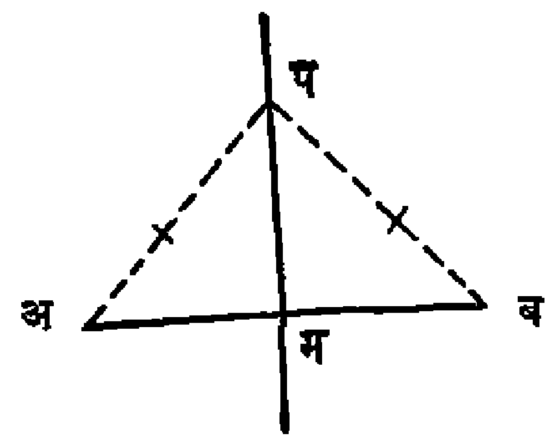
(૪) ખસતુ બિંદુ જે લીટી દોરે તે લીટી

નોંધ–ઉપરની વ્યાખ્યામા " જે લીટી દ્વારે તે ' શબ્દોમા 'લીટી' એટલે "વક્ર યા સીધી લીટી", "એક યા વધારે લીટી" બન્ને અર્થ સમજવા.

વળી કોઇપણ નિધાન કાઢતી વેળા બતાવવુ જોઇએ કે એવી લીટીનુ કોઇપણ બિંદુ આપેલી શરત પુરી કરે છે, અને તે લીટીની બહારનુ કોઇપણ બિંદુ આપેલી શરત પુરી કરતુ નથી પણ આ દ્વિતીય સિદ્ધતા વધારે સહેલી હોવાથી વિદ્યાર્થીને માટે પ્રશ્ન તરીકે રહેવા દીધી છે.

(૧) આપેલી લીટીને દુભાગનાર નિધાન.

એક બિંદુ એવી રીતે ખસે છે કે તેનાં અતરો બે આપેલાં બિંદુથી હમેશા સરખા રહે છે તો તે બિંદુનુ નિધાન કાઢવું.



अ, ब, બે આપેલા સ્થિર બિદુઓ છે અને प એવુ ખસતુ બિંદુ છે કે अ, बथी તેના અતરો હમેશા સરખા રહે છે ત્યારે पનુ નિધાન કાઢવાનુ છે

. अब લીટીનુ મધ્યબિંદુ म, अ અને बથી સમાન અતરે છે.

. म, पनी એક સ્થિતિ છે

ધારો કે प એ ખસતા બિંદુની એક બીજી સ્થિતિ છે

તેથી पअ = पब   पम સાધો

હવે . पअम અને पबम △ ઓમા पअ = पब, अब = बम, અને पम સામાન્ય છે, .. △पअम ≡ △पबम છે   (પ્ર૦ સિ૦ ૧૪)

∴ ∠पमअ = ∠ पमब ∴ पम, अबने લબ છે.

એટલે પ, જે અ અને બ થી સરખે અંતરે છે તે અબના દુભાગનાર લબ ઉપર છે

એજ પ્રમાણે પમ ઉપર ગમે તે બિદુ લઇએ તો તે અ અને બથી સમાન અંતરે છે

∴ મપ, એ અ, બથી હમેશા સરખે અંતરે રહેતા પનું નિધાન છે ફ૦ ફ૦

ટીપ—ઉપલી પ્રતિજ્ઞા નીચે પ્રમાણે પણ મૂકી શકાય છે—

(૧) બે સ્થિર બિદુથી સરખે અંતરે રહેતા બિદુનુ નિધાન કાઢવું

(૨) બે સ્થિર બિંદુથી સરખે અતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન તે બે સ્થિર બિદુઓને જોડનારી સીધી લીટીનો દુભાગનાર લંબ છે.

પ્રશ્નો.

૧ એક આપેલા બિંદુથી ર ૧" ને અતરે રહેતા બિંદુનુ નિધાન કાઢો.

૨ ઘડિઆળના મિનિટ કાટાની અણીનુ નિધાન શુ ? કલાક કાટાની અણીનુ નિધાન શુ ?

૩ અવાજ ૧ સેકન્ડમા ૩૮૦ વાર જાય તો એક સેકન્ડે જે લોકો અવાજ સાભળે તેનુ નિધાન શુ ? (યોગ્ય સ્કેલ લેવું)

૪ એક આંકણીને કાગળ ઉપર રાખી ગોળ ફેરવીએ તો તેની ધરીનુ નિધાન શુ ? તેના છેડાના મધ્યબિદુનુ નિધાન શુ ?

૫ એક રસ્તાની કોરેાથી સરખે અતરે એક માણુસ જાય તો તેનુ નિધાન શુ ?

૬ એક બારણાને ઉઘાડીએ તો તેની ધરીનું નિધાન શુ ?

૭ બે રૂપીયાને ટેબલ ઉપર સાથે રાખી એકને સ્થિર કરી બીજાને કોરની અડોઅડ ફેરવીએ તો તેના મધ્યબિદુનુ નિધાન શુ ?

૮. એક વર્તુળાકાર રસ્તાની કોરથી એક વાર છેટે એક ટપાલી દોડે તો તેનુ નિધાન શુ ?

૯ એક પથરો હાથમા જમીન ઉપર પડતો મૂકયો હોય તે તેના ગુરૂત્વબિંદુનુ નિધાન શુ ?

૧૦* એક બિંદુ એવુ છે કે તે બે આપેલી કાટખુણે છેદતી લીટીઓમાની દરેકથી સરખે અતરે રહે છે તો તેનુ નિધાન શુ ?

૧૧* એક આકણીનો એક છેડો જમીન પર છે અને બીજો છે દિવાલ પર છે, અને જો છેડા હમેશા એ પ્રમાણે રાખી આકણીને ખડીએ તો તેના મધ્યબિંદુનુ નિધાન શું ?

૧૨* પ્રશ્ન ૧૦માંમા ખસતુ બિંદુ એક કરતા બીજીથી બમણે ત્રણગણે અંતરે રહે તો તેનુ નિધાન શુ ?

૧૩* એક બિંદુ એવુ છે કે બે કાટખુણે છેદતી લીટીઓથી તે અતરોનો સરવાળો ૫·૦" છે તો તેનુ નિધાન શુ ?

૧૪* પ્રશ્ન ૧૩માંમા બાદબાકી ૩·૦" રહે તો તેનુ નિધાન શુ

૧૫* ત્રણ આપેલા બિંદુથી સરખે અંતરે છે એવુ બિંદુ શોધી કા

૧૬* એક એવુ બિંદુ શોધી કાઢો કે તે અથી ૪·૦" અને બ ૪·૫" છેટે હોય

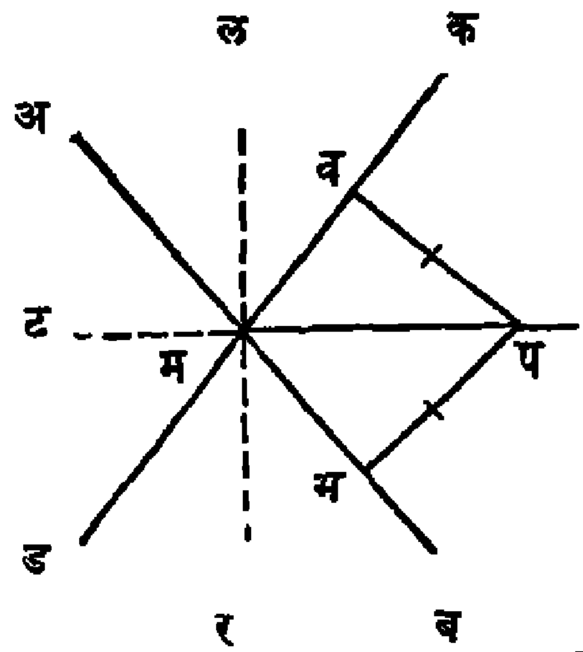
૧૭* એક આપેલા વર્તુળથી અતર ૨·૪" રાખે એવા બિંદુ નિધાન કાઢો

૧૮.* અ, બથી સરખે અતરે આવેલુ એક બિંદુ પક ઉપર તો તે બિંદુ શોધી કાઢો

૧૯* અ બિંદુ બક લીટીથી ૩·૧" છેટે હમેશા રહે છે તેનુ નિધાન કાઢો.

(૨) આપેલા ખુણાને દુભાગનાર નિધાન.

બે આપેલી અરસપરસ છેદતી સીધી લીટીથી સર અતરે આવેલા બિંદુનું નિધાન કાઢવુ.



अब, कड બે સીધી લીટી મમા છેદે છે અને प, એક એવુ બિંદુ છે કે તેના અતર अब, कडથી હમેશા સરખા છે, તેા તેનુ નિધાન કાઢવાનુ છે

∴ म, अब, कड બન્ને ઉપર છે તેથી બન્નેથી તેનુ અંતર શૂન્ય છે

∴ म, पनी એક સ્થિતિ છે

ધારેા કે प બીજી સ્થિતિ છે. ∴ पव લબ = पम લબ છે.

पम સાધેા

હવે ∵ △ पवम અને △ पमममा

पम કર્ણ છે, અને पव = पम અને ∠व = ∠म = ९०° છે

∴ प, ∠कमबने દુભાગનાર લીટી ઉપર છે (પ્ર० સિ० १५)

અને એજ પ્રમાણે प, ∠अमकने દુભાગનાર લીટી ઉપર પણ છે

∴ प, म આગળના ખુણાને દુભાગનારી લીટીએા ઉપર છે અને प ગમે ત્યા આવે તેા પણ पव = पम હેાવી જોઇએ.

∴ આ ખુણાને દુભાગનારી લીટીએાની જોડ એ બિંદુનુ નિધાન છે. કૃ० કૃ०

ટીપ–ઉપલી પ્રતિજ્ઞા નીચે પ્રમાણે પણ આવી શકે છે —

(૧) એક બીજીને છેદતી બે સીધી લીટીએાથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન તે બે આપેલી લીટીની વચ્ચેના ખુણાએાને દુભાગનાર લીટીની જોડ છે

(૨) એક બીજાને છેદતી બે સીધી લીટીઓથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન કાઢવું.

નિધાન ઉપર નોંધ.

બે આપેલી લીટીઓથી એક બિંદુ ૪·૧"ને છેટે છે તો તે બિંદુ શોધી કાઢો

(૧) ધારો કે अमव, कमड બે આપેલી લીટી मभा છેદે છે. अमजथी ૪ ૧"ને છેટે આવેલા બિંદુઓનુ નિધાન કાઢો. (કૃ સિ ૧૧) कमडथी ૪·૧"ને છેટે આવેલા બિંદુઓનુ નિધાન કાઢો. („)

આ બે નિધાન એક બીજાને ૪ જુદી જુદી જગ્યાએ છેદે છે માટે આ ચાર બિંદુઓ માગેલા બિંદુની સ્થિતિ છે

(૨) ધારો કે अव ‖ कड છે

(અ) अवथी ૪·૧" છેટે આવેલા બિંદુનુ નિધાન કાઢો

कडथी પણ ૪·૧" છેટે આવેના બિંદુનુ નિધાન કાઢો

अव ‖ कड છે . આ નિધાન પણ ‖ છે અને બિંદુ અશક્ય છે.

(બ) પણ अव અને कडનુ અંતર ૮ ૨" હોય તો આ બન્ને નિધાનો એક બીજા ઉપર બરોબર મળી જશે અને માગેલુ બિંદુ આ એક મળી જતી લીટી ઉપર છે

ટીપ આ પ્રમાણે જ્યારે કોઇ રચના નિધાનરચના સાથે સબંધ ધરાવતી હોય ત્યારે સઘળી જુદી જુદી શરતો લઇ નિધાનો કાઢવા અને આ બધી શરતોને એકઠી કરી લઇ નિધાનોને પરસપરસ છેદતા કરવા આ છેદનબિંદુ એક નહિ પણ તેથી વધારે શરતો પૂરી કરે છે અને એજ પ્રમાણે માગેલી રચના થઈ શકે છે,

નિધાનછેદનમા વિદ્યાર્થીને ખાસ લક્ષમા રાખવાનુ છે કે આપેલો પક્ષ શો છે, અને તેના કેટના જુદા જુદા ભાગ થઇ શકે છે, આ ભાગના કયા કયા નિધાન છે, અને આ નિધાનોને એકઠા કરવાથી શુ પરિણામ આવે છે, આ પ્રમાણે કરતા પ્રશ્નોની રચના સહજ નીકળી આવશે કોઇ કોઇ વખતે એક કરતા વધારે રચના પણ આવે છે અને દરેક રચના અવશ્યની છે, તેમજ કોઇ વખતે રચના

અશક્ય છે અને તેનુ કારણ એવુ હશે કે આપેલી શરતો સિવાયની બીજી કોઈ સ્વતંત્ર શરત રહી જતી હશે. બધા પ્રશ્નોમા ઉપર કહ્યા પ્રમાણે રચના તેમજ સિદ્ધતા આપવી અવશ્યની છે. કારણ કે તે સિવાય પ્રશ્નો પૂર્ણ થયા કહેવાય નહિ

પ્રશ્નો.

૧. કોઇપણ ખુણાને દુભાગનારી લીટી ઉપરનુ કોઇપણ બિંદુ શાખા લીટીઓથી સમાન અંતરે છે

૨ अ એક સ્થિર બિંદુ અને बक એક સ્થિર લીટી છે प, बक ઉપર ખસે છે, अप લબાવતા તેની ઉપર पड = अप હોય તો डनुं નિધાન એક સમાન્તર લીટી છે

૩. ૬૭° ને ખુણે બે લીટીઓ દોરી એકથી ૩.૪ સે મી અને બીજીથી ૨ ૯ સે મી દુર રહે તે બિંદુ શોધી કાઢો

૪ એક આપેલા બિંદુથી અને એક આપેલી લીટીથી ૪.૦" દુર રહેતુ બિંદુ શોધી કાઢો આ કયારે અશકય છે ?

૫ अ, बथी ૪.૪" દુર છે. એક એવુ બિંદુ શોધી કાઢો કે તે अथी ૫ ૦" અને बथी ૫.૯" દૂર હોય ? આવા કેટલા બિંદુ નીકળશે ?

૬ એક વર્તુળમા अ ને ब બિંદુ છે, તો વર્તુળ ઉપર अ, बथी સરખે અંતરે આવેલા બિંદુ શોધી કાઢો

૭. कब, कडथी સરખે અંતરે આવેલુ બિંદુ पम ઉપર શોધી કાઢો

૮. अ, बथी ૬.૦ સે મી દુર છે તો क એવુ બિંદુ શોધી કાઢો કે તે अथी ૪.૦ સે મી. અને बथी ૫.૦ સે મી દુર હોય છે

૯ अबथी ૪.૦ સે. મી દુર અને कडथी ૫.૦ સે મી દુર આવેલા બિંદુ શોધી કાઢો

૧૦. એક આપેલી કર્ણ ઉપર દોરેલા કાટખુણ ત્રિકોણના શિરોબિંદુનુ નિધાન શોધી કાઢો

૧૧. ૪.૦ "બાજુવાળા સમબાજુ ત્રિકોણના શિરોબિંદુથી ૩.૫" દુર હોય એવા બિંદુઓ પાયા ઉપર શોધી કાઢો તેનુ અરસપરસ અંતર માપો.

૧૨. ૧.૭" બાજુવાળા સમબાજુ △ની બાજુથી .૯" દુર આવેલુ બિંદુ પાયા ઉપર શોધો, પાયાના બે ભાગને માપો.

૧૩. अबक સમદ્વિબાજુ △મા ∠ब = ∠क = ૨∠अ છે, તો अब બાજુ ઉપર प એવુ બિંદુ શોધો કે જે बक (પાયો) અને अकથી સરખે અતરે હોય વળી બતાવો કે अप = कप = कब છે

૧૪ કોઇપણ ત્રિકોણના પાયા ઉપર એવુ બિંદુ શોધો કે જે બન્ને બાજુથી સરખે અતરે હોય

૧૫. ૪·૦" વ્યાસ ઉપરના વર્તુળમા વ્યાસની || એક લીટી દોરો, આ બે લીટીથી સરખે અતરે આવેલા બિંદુઓ શોધી કાઢો.

૧૬ એક વર્તુળમા अब વ્યાસ અને अक એક જ્યા છે પરિઘ ઉપર अब, अकથી સરખે અતરે આવેલા બિંદુ શોધો

૧૭ પ્રશ્ન ૧૬મા अब, અને લબાવેલી कअ લીટાથી સરખે અંતરે પરિઘ ઉપર આવેલુ બિંદુ શોધો

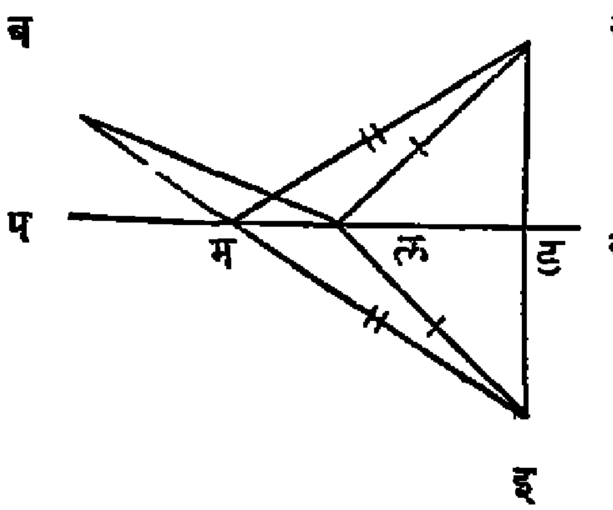
૧૮ अ એક સ્થિર બિંદુ છે અને बक ઉપર ड એક ખસતુ બિંદુ છે તો अडના મધ્યબિંદુનુ નિધાન કાઢો

નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧લાનો કૃત્ય ભાગ સમાપ્ત

પરિશિષ્ટ अ § ૨૪ થોડાક પ્રશ્નોની સિદ્ધતા.

પ્રશ્ન ૧લો.

अ, ब બિંદુમાંથી पक સીધી લીટી સુધી એવી બે સીધી લીટી દોરો કે તેનો સરવાળો સૌથી ન્યૂન પરિમાણનો હોય.



(૧) ધારો કે अ, ब આપેલી લીટીની એકજ બાજુએ છે अड ⊥ पक દોરો અને अड લબાવી अड = इड કરો पकમા કોઇપણ બિંદુ ल લો. अल, बइ, बल, अम સાધો, અને बइ, पकને ममा છેદે છે.

∵ △ मडअ ≡ △ मइड, ∴ मअ = मइ,
∴ बम + मअ = बइ.

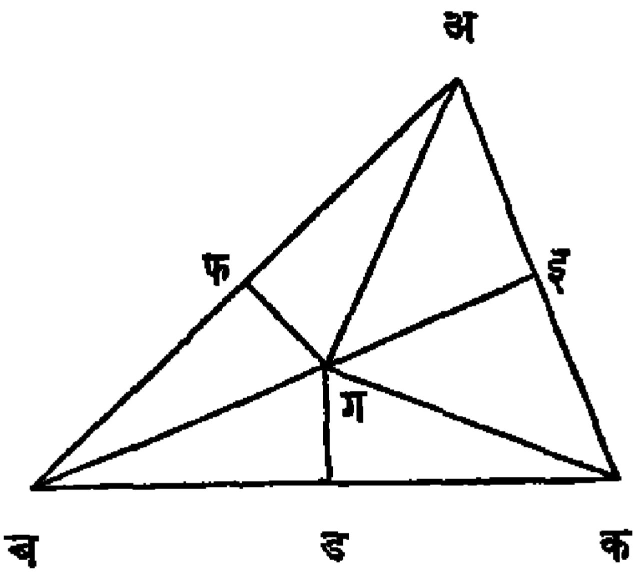
વળી बलइ △મા बल + लइ > बमइ એટલે, > बम + मअ;

∴ મ માગેલુ બિંદુ છે.

(૨) જ્યારે अ, ब, पकनी વિરૂદ્ધ બાજુએ હોય તો સ્પષ્ટ છે કે अब જો पकने मभा છેદે તો म, માગેલુ બિંદુ છે. ફૂ૦ ફૂ૦

પ્રશ્ન ૨જો.

ત્રિકોણ ત્રણે ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ એકબિંદુગામી છે.



अबक △ના ∠ब, ∠कने बग, कगथी દુભાગો गअ સાધો. गइ, गड, गफ ⊥ બાજુઓ પર દોરો.

∵ गब, ∠बने દુભાગે છે

गड = गफ

અને ∵ गक, ∠क ને દુભાગે છે.

∴ गड = गइ ∴ गइ = गफ = गड.

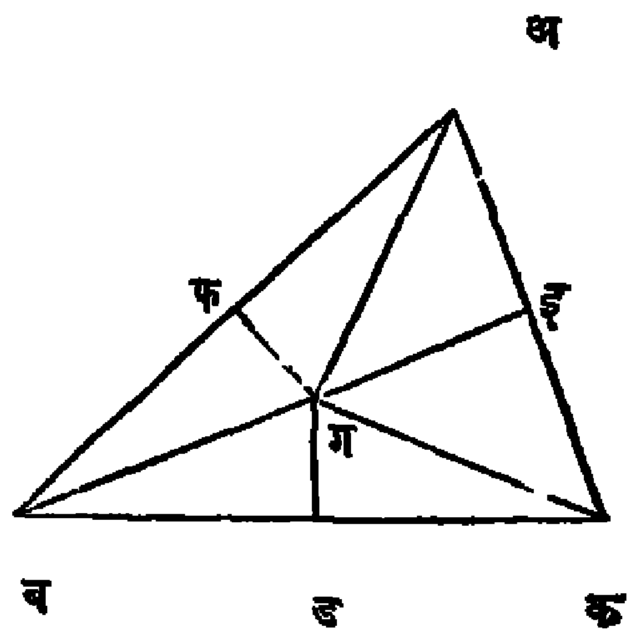
વળી ∵ अफग △ અને अइग △મા अग સામાન્ય છે,

અને गफ = गइ, અને ∠ फ = ∠इ = ૧ ∟,

∴ गअ, ∠ अने પણ દુભાગે છે, પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્ન ૩જો

ત્રિકોણની ત્રણે બાજુનાં મધ્ય બિંદુઆંથી દોરેલી લંબ એકબિંદુગામી છે

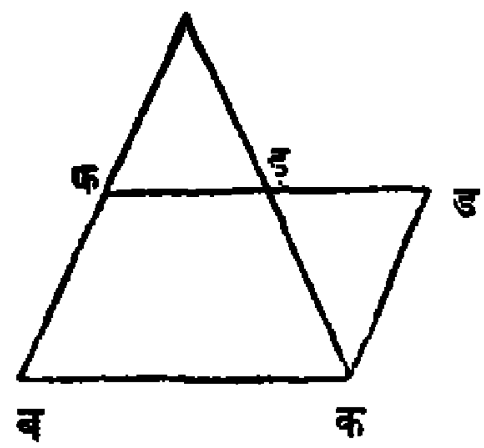


અ, બ, કના ड, इ, फ, મધ્યબિંદુ છે इग ⊥ अक અને फग ⊥ अब દોરો, આ લંબ गમા મળવીજ જોઇએ, કારણ કે જો ન મળે તો તેઓ ∥ છે અને ∴ अब ∥ अक (१) પણ એ અશક્ય છે.

∴ इग, फग, गभा છેદે છે गड અને गअ, गब, गक સાદ
∵ गफ, अबनेा દુભાગનાર ⊥ છે ∴ गअ = गब
અને તેજ પ્રમાણે गअ = गक ∴ गअ = गब = गक
અને ∵ △गवड ≡ △गकड,
∴ गड ⊥ बक છે પ્ર૦ સિ

પ્રશ્ન ૪થેા

એક ત્રિકેાણુની બે બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી સીધી લીટી ત્રીજી બાજુને સમાન્તર છે, અને તેથી અર્ધી છે

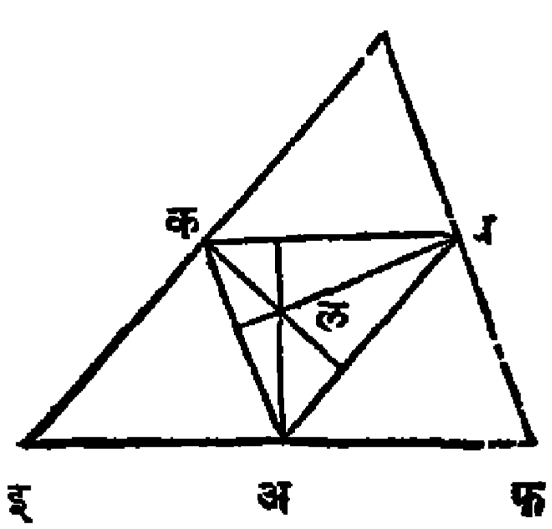


अबक △ની अब, अक
फ, इ, મધ્યબિંદુ છે
फइ લબાવી इफ = इड કરે
डक સાધેા

∵ △ अफइ ≡ △ कडइ,
∠ अ = ∠इकड, ∴ अब ∥ कड છે
અને अफ = फब = कड, कड ∥ ने= बफ, बड સ૦ચ૦ ।
પણ डफ = २ इफ, ∵ बक = २ इफ અને कब ∥ फइ પ્ર૦ સિ

પ્રશ્ન ૫મેા

ત્રિકેાણુની ત્રણે બાજુએા પર સામેનાં શિરેાબિંદુએ માંથી દેારેલી લંબ એકબિંદુગામી છે.



अबक △ના अ, ब, कમાંથી
इअफ, डबफ અને डकइ લીટીએા ∠
બાજુએાને ∥ દેારેા
∵ अक ∥ फब અને बक ∥ फअ
∴ अफबक સ૦ ચ૦ છે.
∵ अक = फब, તેજ પ્રમાણે

अक = बड, बक = फअ = अइ અને बअ = कइ = कड

∴ डइफ△ની બાજુના अ, ब, क, મધ્ય બિંદુમાંથી દોરેલી લબો લબ એકબિંદુગામી છે

પણ अबक △ની બાજુઓ डइफ △ની બાજુઓને ‖ છે

∴ अल, बल, कल લબ अबक△ની બાજુ ઉપર પણ લબ છે પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧ पक, रव એ સીધી લીટી અને अ, ब બે બિંદુ તેઓની વચ્ચે આપેલા છે તો पक પર ड અને रव પર इ બિંદુ એવા શોધો કે अड + डइ + इब સૌથી ન્યૂન હોય

૨ એક આપેલા બિંદુથી એક આપેલી સીધી લીટી સુધી એવી બે લીટી દોરો કે તેઓ આપેલી લીટી સાથે સરખા ખુણા કરે.

૩ * ત્રણ આપેલી સીધી લીટીને છેદે એવો अ, बની વચ્ચે ટુંકામા ટુંકો રસ્તો શોધી કાઢો

૪ * એક સીધી લીટીની વિરૂદ્ધ બાજુ પર આપેલા બે બિંદુથી તે લીટીના કોઇ બિંદુ સુધી એવી લીટી દોરો કે તેઓનો તફાવત મહત્તમ હોય,

૫ * બે આપેલી લીટીથી સરખે અંતરે અને બે આપેલા બિંદુથી પણ સરખે અંતરે હોય એવું બિંદુ શોધી કાઢો

૬ ત્રણ લીટીથી સરખે અંતરે હોય એવુ બિંદુ શોધી કાઢો

૭ એક △ની બહારના બે ખુણા, અને સામેના શિરોબિંદુ આગળના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ એકબિંદુગામી છે

૮ જો ત્રણ લીટીઓ, અરસપરસ બબ્બે છેદે છે તો ત્રણેથી સરખે અંતરે રહેતા ચાર બિંદુઓ છે

૯. બે ત્રિકોણોમા એકની બે બાજુ બીજાની બે બાજુની બરાબર છે, અને અંતર્ખુણા અસમાન છે તો મોટા અંતર્ખુણાની સામેની બાજુ નાના અંતર્ખુણાની સામેની બાજુ કરતા મોટી છે.

૧૦ પ્રશ્ન ૯નો પ્રતીપ સિદ્ધાંત સિદ્ધ કરો

૧૧ अड, अबक △ની મધ્યગા છે જો अक > अब, તો ∠अडक > ૧ L.

૧૨ અબક△માં બક પાયો છે અને અડ મધ્યગા છે, તો જે પ્રમાણે ∠અ, કાટખુણો, પહોળો ખુણો અથવા સાકડો ખુણો હોય તે પ્રમાણે અડ = < અથવા > ½ બક છે

૧૩. પ્રશ્ન ૧૨નો પ્રતીપ સિદ્ધાંત સિધ્ધ કરો

૧૪. જે ખુણામાંથી મધ્યગા દોરી છે, તે ખુણો કરતી બાજુની અર્ધા સરવાળાથી તે મધ્યગા ઓછી છે

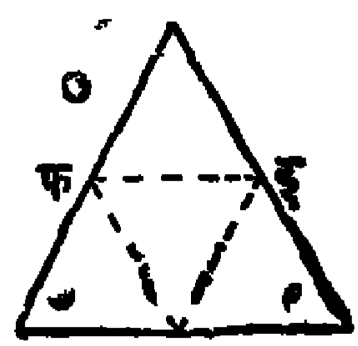
૧૫ ત્રણ આપેલા બિંદુથી સરખે અંતરે હોય એવું બિંદુ શોધો.

૧૬ એક ત્રિકોણની આસપાસ એક વર્તુળ દોરો

૧૭ કોઇપણ ચતુષ્કોણની બાજુના મધ્ય બિંદુ જોડવાથી થતો ચતુષ્કોણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

૧૮ કોઈપણ ચતુષ્કોણમા બે સામસામેની બાજુના મધ્ય બિંદુને કર્ણોના મધ્ય બિંદુ જોડે સાંધવાથી થતો ચતુષ્કોણ સ૦ ચ૦ છે.

૧૯ અબક △મા ∠ક = ૧ L, બકનુ ડ મધ્યબિંદુ છે અને અબ માંથી ½ અબ = બઇ કાપી છે તો ડઇ = બઇ બતાવો



૨૦ એક ત્રિકોણની એક બાજુના મધ્ય બિંદુમાથી પાયાને સમાન્તર દોરેલી લીટી બીજી બાજુને દુભાગે છે

૨૧ એક ત્રિકોણની બાજુના મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટીઓથી △ના ચાર સર્વ સમાન ભાગ થાય છે

૨૨ કોઇપણ સ૦ ચ૦ના શિરોબિંદુમાથી બહારની એક લીટી પર સમાન્તર લીટીઓ દોરી હોય તો સામસામેના શિરોબિંદુઓમાથી દોરેલી ||ની એક જોડ મળી બીજી જોડની બરાબર છે.

૨૩ સ૦ચ૦ની સામસામેની બાજુના મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી કર્ણોના છેદનબિંદુમાથી જાય છે

૨૪. અબકડ સ૦ ચ૦ની અબ, કડ બાજુનાં ઇ, ફ મધ્ય બિંદુ છે તો ડઇ અને બફ, અકના ત્રણ સરખા ભાગ કરે છે.

૨૫ કોઇ બે લીટી अब, कडनां इ, फ મધ્ય બિંદુ છે અને अक, इफ, बड સાંધી છે. જો अक || इफ હોય તો बड || इफ.

૨૬ ચતુષ્કોણની બાજુનાં મધ્યબિંદુ જોડવાથી થતો સ૦ ચ૦ આપેલા ચતુષ્કોણથી અર્ધો છે

૨૭ अबक △ મા बगइ, काफ મધ્યગા દોરો, गब, गकने र, क મા દુભાગો इफ, फर, रल, लइ સાંધી સિધ્ધ કરો કે ત્રણ મધ્યગાઓ એકબિંદુગામી છે અને દરેક તેજ બિંદુમા ત્રીજે ભાગે છેદાય છે.

૨૮. એક △ના શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુને || લીટીઓ દોરી હોય તો એ પ્રમાણે થતા △ની બાજુ આપેલા △ની બાજુથી બમણી છે.

૨૯ अबकड સ ચ મા म, अडनु મધ્ય બિંદુ અને इ, बकनुं મધ્યબિંદુ છે તો बम અને डइ, अकना ત્રણ સરખા ભાગ કરે છે

૩૦ अबकड ચતુષ્કોણમા प, अबनु અને र, कडनु મધ્ય બિંદુ છે અને पर, डबने દુભાગે છે તો अड|| बक છે

૩૧ अब લીટીના છેડામાથી અને તેના મધ્ય બિંદુમાથી તેને છેદતી અથવા તેની બહારની બીજી કોઇપણ સીધી લીટી સુધી દોરેલી સમા-ન્તરોમા પહેલી અને ત્રીજીનો તફાવત અથવા સરવાળો બીજીનાથી બમણો છે.

પરિશિષ્ટ ब §૨૫. પૃથક્કરણ.

ગણિતશાસ્ત્રના અન્ય વિષય કરતા ભૂમિતિમા પ્રશ્ન છોડવાનુ કામ વધારે ભારી લાગે છે તેના થોડાક કારણો નીચે પ્રમાણે છે —

(૧) ભૂમિતિમા આપેલા મુખ્ય સિદ્ધાતો–પ્રમેયો અને કૃત્યો–બરાબર સમજવા જોઇએ એટલુજ નહિ પણ તે ઉપરના પ્રશ્નો છોડવાનો પ્રયત્ન કરવામા આવે તે પહેલા તેને મગજમા બરાબર ઠસાવવા જોઇએ.

(૨) પ્રશ્નો અનેક પ્રકારના હોય છે તેથી અંકગણિતની કે બીજા ગણિતની માફક ભૂમિતિમા પ્રશ્ન છોડવાને માટે ચોક્કસ નિયમો સ્થાપી શકાય નહિ.

(૩) મુખ્ય સિદ્ધાતોમા ક્યા કારણથી અમુક રીતનીજ સિદ્ધતા લેવામા આવે છે તે કારણો એકદમ સમજાય એવાં નથી.

ભૂમિતિના સિદ્ધાંતો એકીકરણ પદ્ધતિથી સિદ્ધ કરવામા આવ્યા છે, એટલે પહેલા પ્રતિજ્ઞાથી લઇ રચના કરી પાછળ આપેલા સિદ્ધાંતોનો આધાર લઈ એક પછી એક પદ મુકી માગેલો સાધ્ય સાબિત કરવામા આવ્યોછે.

આ પ્રમાણે ભૂમિતિ એકીકરણમા જાણેલા પરિણામો ઉપરથી નવા પરિણામો સિદ્ધ કરવામા આવે છે પણ એ રીતે કાઇ રચના ભાગ કે સિદ્ધતા ભાગ શોધી કાઢી શકાતો નથી આ ભાગ શોધવાને માટે ઘણે ભાગે નીચેની સૂચનાઓ કામ લાગશે —

(૧) પ્રશ્નનો મુખ્ય પક્ષ આવી જાય એ પ્રમાણે બરાબર આકૃતિ કાઢવી સરખી લીટીઓ, સરખા ખુણાઓ—પ્રતિજ્ઞાની એવી શરતો આકૃતિમાં બતાવવી જે પરિણામ લાવવાનું હોય તે સાથે બાજુ પર લખી દેવુ.

(૨) બે લીટીઓ કે ખુણાઓ સરખા ફકત દેખાતા હોય તેટલા ઉપરથી સરખા ધારી લેવા નહિ સરખા નહિ આપ્યા હોય તો ખૂણા અને લીટી કદી પણ સરખા દોરવા નહિ. ત્રિકોણ ફકત આપ્યો હોય તો સમદ્વિબાજુ કે સમબાજુ ત્રિકોણ દોરવો નહિ, ચતુષ્કોણ ફકત આપ્યો હોય તો ત્યાં સમચોરસ કે લંબચોરસ લેવો નહિ ચતુષ્કોણમા બધી બાજુ અને બધા ખુણા અસમાન દોરવા જો વર્તુળો દોરવાના હોય તો આપ્યા સિવાય તેઓની ત્રિજ્યા સરખી લેવી નહિ, વગેરે

(૩) પ્રતિજ્ઞાથી અને સાધ્યથી જે સિદ્ધાંતો સૂચવાતા હોય તે લક્ષમા રાખવુ, જેમકે બે લીટીઓ સમાન્તર સિદ્ધ કરવાની હોય તો તે ૪થો, ૫મો, ૬ઠ્ઠો, કે ૭મો સિધ્ધાંત સૂચવે છે, વગેરે

(૪) આપેલા પક્ષ પરથી જે સત્યતા સિદ્ધ થઇ શકતી હોય તે શોધી કાઢવી, અને તેને લગતી સત્યતા પણ લક્ષમા રાખવી, કે કદાચ તેમાથી માગેલુ પરિણામ નીકળી શકે, એટલે કે પ્રતિજ્ઞા ઉપરથી થોડા પદ આગળ ચલાવવા અને સાધ્ય પરથી થોડા પદ પાછળ ચલાવવા.

(૫) જો એમ છતા પણ સાબિતી પુરેપુરી ન મળે તો કોઈપણ ઉપલકીઆ રીત કામ લાગતી નથી અને વિદ્યાર્થીએ પોતાની શકિત વધારે વાપરવી

(૬) પ્રતિજ્ઞા ઉપરથી નીકળતી સઘળી સત્યતાઓનો ઉપયોગ કર્યા વિના ઘણુખરૂ પ્રશ્ન છોડી શકાય નહિ.

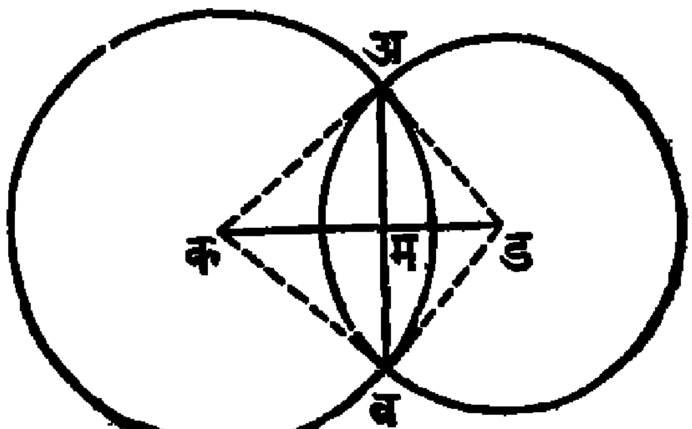
સામાન્ય રીતે પ્રશ્ન છોડવાની શક્તિ પોપટીઆ જ્ઞાનથી આવતી નથી, પણ એ કામમા હોશિઆરી મેળવવાને વિદ્યાર્થીએ અતિશય મ્હાવરો પાડવો જોઇએ અને ઘણીજ કુનેહનો ઉપયોગ કરવો જોઇએ આ પ્રમાણે આપેલા પક્ષ અને માગેલા સાધ્યનુ કારણ સહિત પૃથક્કરણ કરી તે પક્ષને એવી રીતે પદબંધ ગોઠવવો કે માગેલો સાધ્ય લાવવાને એક પછી એક પદ મુકી એકીકરણ લક્ષમા આવી જાય.

નીચેના પ્રશ્નો પૃથક્કરણથી કરી બતાવ્યા છે.

પ્રશ્ન अ

જો બે વર્તુળો એક બીજાને છેદે તો તેઓની મધ્ય બિંદુ લીટી તેઓની સામાન્ય જ્યાને કાટખુણે દુભાગે છે.

क, ड મધ્યબિંદુના બે વર્તુળો अ, बमा છેદે છે, ત્યારે कड, अबने કાટખુણે દુભાગશે



પૃથક્કરણ આકૃતિમા બે વર્તુળો છે ∵ कअ = कब અને डअ = डब. વળી अम = मब અને ∠अमक = ∠बमक થવા જોઇએ તે પરથી માલમ પડે છે કે જો બે પાસેપાસેના ખૂણા સરખા થાય તો अमक△ ≡ △बमक વળી △ अमक ≡ △ बमक થવાને માટે △ઓમા अक = कब અને कम સામાન્ય છે, તેથી ∠अकम = ∠बकम થવો જોઇએ

પણ ∠अकम = ∠बकम થવાને માટે △अकड ≡ △ बकड જોઇએ. અને આ △ઓમા એકના ત્રણ અંગ = બીજાના ત્રણ અંગ છે, તેથી નીચે પ્રમાણે સિદ્ધતા આવી શકે છે

એકીકરણ. રચના कअ, कब, डअ, डब સાધો.

સિદ્ધતા अकड △ અને बकड △મા अक = बक, अड = बड અને कड સામાન્ય છે, ∴ △ઓ સર્વસમાન છે, (પ્ર૦ સિ૦ ૧૪)

∴ ∠अकम = ∠बकम.

વળી अकम △ અને बकम △માં अक = बक, कम સામાન્ય છે, અને ∠अकम = ∠बकम, ∴ △ઓ સર્વસમાન છે (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

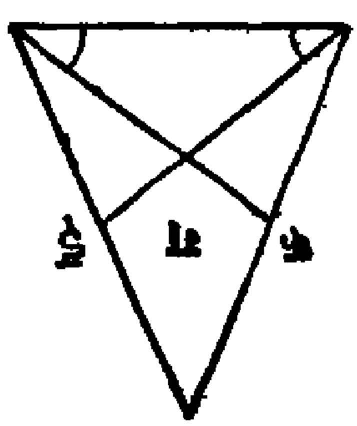
∴ मज = मब અને ∠अमक = ∠बमक = ૧ L. પ્ર૦ સિ૦

ટીપ ૧. એકીકરણમા પૃથક્કરણમાંના પદોનો ક્રમ ઉલટો હોય છે.

ટીપ ૨ પ્રશ્નની સિદ્ધતા લખવામા પૃથક્કરણનો ભાગ ન આપતા રચના અને સિદ્ધતાનાજ ભાગોની જરૂર છે

પ્રશ્ન ब

જો કોઇ ત્રિકોણમાં બે મધ્યગાઓ બરાબર હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે



अबक △મા बइ મધ્યગા = कफ મધ્યગા છે ત્યારે △ अबक સમદ્વિબાજુ થશે.

પૃથક્કરણ ધારો કે अबक △ સમદ્વિબાજુ છે.

∵ अब = अक. ∴ बफ = कइ

અને ∠फबक = ∠इकब

∴ △ फबक ≡ △ इकब

∴ ∠गबक = ∠ गकब,

અને ∴ गक = गब,

અને વળી गब = ⅔ बइ અને गक = ⅔ कफ, ∴ इब = कफ

એકીકરણ. મધ્યગાઓને गमा મળવા દો

∵ बइ = कफ અને गक = ⅔ कफ ને गब = ⅔ बइ

∴ गक = गब છે.

∴ વળી गबक સમદ્વિબાજુ △મા

∠गबक = ∠गकब (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)

વળી ∵ इबक △ અને फकब △મા

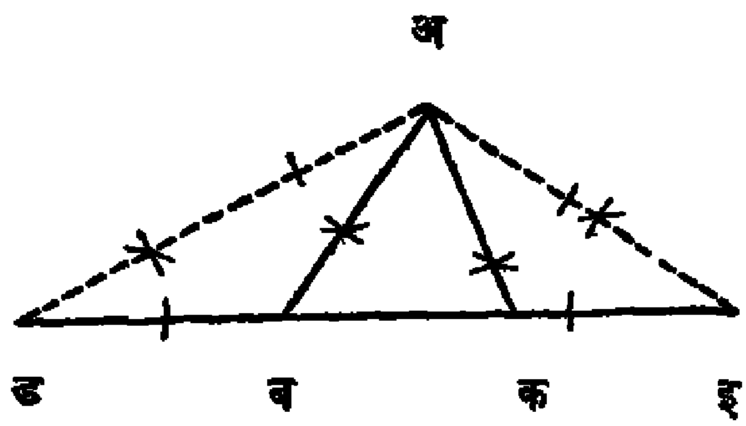
बइ = कफ અને बक સામાન્ય છે,

અને ∠इबक = ∠फकब ∴ △ઓ સર્વસમાન છે, (પ્ર સિ. ૧૦)

∴ बफ = कइ; ∴ अब = अक. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્ન क.

પરિમિતિ, ∠ब અને ∠क આપ્યાં હોય તો अबक △ બનાવો.



પૃથક્કરણ ધારો કે अबक માગેલો △ છે.

અ + બ + ક, ∠ब, ∠क આપેલા છે

कबने બંને બાજુ લંબાવી बअ = बड અને अक = कइ કરો.

જો अड, अइ સાંધીએ તો अबड △, अकइ △ સમદ્વિબાજુ છે.

∴ ∠ड = ∠ बअड અને ∠इ = ∠कअइ.

અને ∠अबक = ∠डअब + ∠ड = २ ∠ड.

અને ∠अकब = ∠इअक + ∠इ = २ ∠इ

∴ ∠ ड = ½ ∠ब અને ∠इ = ½ ∠क છે.

અને डब + बक + कइ = અ + બ + ક

એકીકરણ આપેલી પરિમિતિ = डइ લો.

ड આગળ ½ ∠ब = ∠ड કરો

અને इ આગળ ½ ∠क = ∠इ કરો.

જો डक, इअ, अમા મળે તો अ આગળ

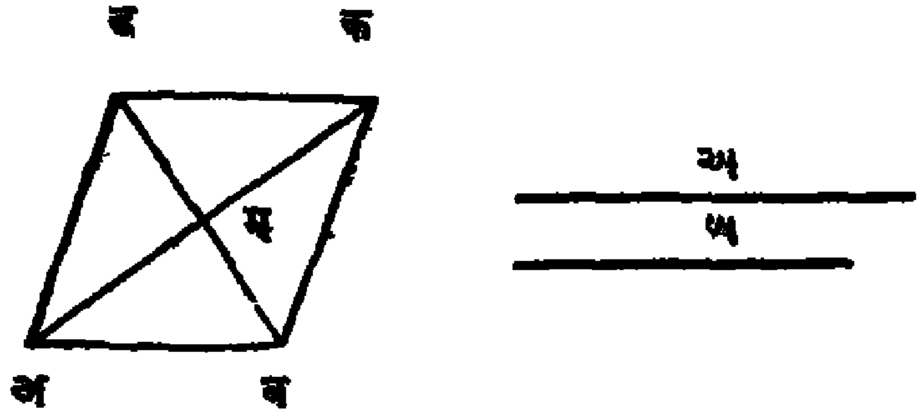
∠ड = ∠बअड અને ∠इ = ∠कअइ કરો.

ત્યારે △ अबक માગેલો △ છે

સિધ્ધતા વિદ્યાર્થીએ પૂરી કરવી. કૂ૦ કૂ૦

પ્રશ્ન ख

કર્ણોની લંબાઈ આપી હોય તો રોમ્બસ બનાવો.



પૃથક્કરણ રેામ્બસના કર્ણો એક બીજાને કાટખુણે છેદે છે, આ સત્યતા ધ્યાનમા રાખી કૃત્ય તરત થશે.

એકીકરણ બે સીધી લીટીઓ અરસપરસ ⊥ દેારી મअ = ½ અ અને मब = ½ બ કરેા अम, बम લબાવી मअ = मक અને मब = मड કરેા, अबकड સાધેા, ત્યારે अबकड માગેલેા રેામ્બસ છે

સિદ્ધતા. अक અને बड એક બીજાને કાટખુણે દુભાગે છે,

. अब = बक = कड = डअ કૃ૦ કૃ૦

§ ૨૬ પહેલા ભાગના પરચુરણ પ્રશ્નેા.

૧. अब, अक ૮૦°નેા ખુણેા કરે છે अब = ૨·૩" અને अक = ૨·૩" છે. ∠अ ને દુભાગનારી લીટી बकને डમા મળે છે તેા ∠ब, ∠ क માપેા અને ∠ अडबના એક કાટખુણપૂર્ણી અને દ્વિકાટખુણપૂર્ણી ખુણા કહેા.

૨. એક સમબાજુ △ની બાજુ ઉપર બહારથી સમબાજુ ત્રિકેાણેા બનાવ્યા હેાય તેા આ પ્રમાણે થતી આકૃતિ પણ સમબાજુ આકૃતિ છે.

૩ એકજ પાયા ઉપર બે સમદ્વિબાજુ △એા છે તેા તેના શિરેાબિંદુને સાધનારી લીટી પાયાને દુભાગનાર લબ છે

૪ એકજ બાજુ ઉપર अबक, डबक △એામા अब = डक અને अक = डब તેા अड ∥ बक છે.

૫ પ્રશ્ન ૩જામા પાયા ઉપર ત્રીજો સમદ્વિબાજુ △ દેાર્યો હેાય તેા પાયાને દુભાગનાર લબ આ ત્રિકેાણુના સામેના ખુણાને દુભાગે છે.

૬ અ = ૩·૭", ∠ब = ६१° અને ક = ૪ ૧"છે તેા ત્રિકેાણ બનાવેા.

૭. अबकड સ૦ ચ૦મા अक કર્ણું ઉપર प, म એવા બિંદુ છે કે अप = कम તેા बपडम સ૦ ચ૦ છે

૮ વિષમબાજુ ટ્રાપિઝ્યમમા વિષમ બાજુએાના મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી બીજી બાજુને સમાન્તર છે

૯ अबक △ની अब, बक, कअને ड, इ, फમા દુભાગેા; ड, इ, फमाथी अब, बक, अक ઉપર લબ દેારેા, આ લબ એક બિંદુગામી છે એમ બતાવેા.

૧૦. એકજ પાયા ઉપર અને એકજ બાજુએ अबकड, अबपम બે સ૦ચ૦ છે તેા कडमप પણ સ૦ ચ૦ છે

૧૧ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમા બાજુઓનાં મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ કરે છે

૧૨ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમા સામસામેની બાજુના મધ્ય બિંદુને જોડનારી લીટી અરસપરસ દુભાગે છે.

૧૩. સમદ્વિબાજુ △ના શિરોબિંદુથી પાયાના મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી પાયાને લબ છે અને પાયાની સામેના ખુણાને દુભાગે છે.

૧૪ એકજ પાયા ઉપર બે સમદ્વિબાજુ △ઓ अबक, डबक છે તો ∠ अबड = ∠ अकड.

૧૫ કોઇપણ સમદ્વિબાજુ △ના પાયા ઉપર પાયાના છેડાથી સરખે અતરે આવેલા બે બિંદુઓ શિરોબિંદુથી પણ સરખે અતરે છે.

૧૬. સમબાજુ ત્રિકોણની બાજુના મધ્ય બિંદુ જોડવાથી થતો ત્રિકોણ પણ સમબાજુ છે

૧૭, બે ત્રિકોણોમા ∠ ब = ब′ = ૩૭° क = क′ = ૫.૯ સે મી. અને બ = બ′ ૬.૭ સે મી છે તો ત્રિકોણો બનાવો અનિશ્ચિત રચના છે ? કારણ આપો

૧૮ ૩.૫″ ત્રિજ્યાના વર્તુળના મધ્યબિંદુ આગળ ૧૧૨°નો ખુણો કરતા કોસને દુભાગો.

૧૯. अबक સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની સરખી બાજુ बअ, कअने इ, फ સુધી લબાવી છે, જો अइ = अफ હોય તો फब = इफ

૨૦ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના શિરોબિંદુમાથી પાયાને સમાન્તર દોરેલી લીટી બહારના ખુણાને દુભાગે છે.

૨૧ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના પાયાની બહારના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ બીજો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કરે છે.

૨૨ ૩.૧″ની બાજુ ઉપરના છ સમબાજુ ત્રિકોણો સાથે મુકી એક સમષટ્કોણ કરી બતાવો કે તેનો દરેક ખુણો ૧⅓ કાટખુણા બરાબર છે.

૨૩ ત્રિકોણમા कब પાયો અને પાયા ઉપરનો લબ આપ્યા છે તો એ અગોવાળા કેટલા ત્રિકોણ બનાવી શકશો ?

૨૪ એક સીડી એક ઘરના પાયાથી ૨૩ ફુટ દૂર છે, અને તેનો ઉપલો છેડો બારીના ઉપલા ભાગને દિવાલ પર અડે છે. સીડીના પાયાને

દિવાલથી ૨૭ ફુટ દૂર ખસેડતા ઉપલો છેડો બારીના નીચેના ભાગને અડે છે જો સીડી ૪૧ ફુટ લાંબી હોય તો બારીની ઉંચાઈ કેટલી ?

૨૫ अबकड સ૦ચ૦ની अक બાજુને લંબાવતા कइ = कअ; कब ∥ इफ, डकને લંબાવતા फमा મળે છે તો अबफक સ૦ ચ૦ છે.

૨૬ એક હોડી પશ્ચિમમા ૨૫૦ વાર જાય છે, અને પછી ૩૦° ઉત્તરમા વળી જઈ ૩૬૦ વાર જાય છે અને પછી ઉત્તરમા ૧૨૦ વાર જાય તો પહેલી જગ્યાએથી તે કેટલે અંતરે ગઈ? બન્ને સ્થાનોનું કોણઅંતર કાઢો.

૨૭ જ્યારે સૂર્ય ૪૨° ક્ષિતિજની ઉપર છે ત્યારે જમીનમા દાટેલી એક ઉભી કાઠી ૩૦ ફુટ લાંબો પડછાયો નાખે છે તો કાઠીની ઉંચાઇ શી?

૨૮ એક મોજણીદાર अથી પૂર્વમા ૧૫૦ વાર જાય છે; પછી ત્યાથી (बथી) क સુધી ઉત્તરમા ૩૦૦ વાર જાય છે અને પછી ड સુધી પશ્ચિમમા ૪૫૦ વાર જાય તો अड કેટલું ? अथી डનુ કોણઅંતર શુ ?

૨૯ अबकड સ ચ ની બાજુ પર અનુક્રમે इ, फ, ग, य ચાર બિંદુઓ છે, જો अय = कफ અને अइ = कग તો इफगय સ૦ ચ૦ છે.

૩૦ अबक સમદ્વિબાજુ △ના પાયા ઉપરના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ સામેની બાજુને इ, फમા મળે તો તે ∥ बक છે.

૩૧ अबकड ચતુષ્કોણમા अब = कड અને ∠ब = ∠क છે તો अड ∥ बक છે.

૩૨ સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજયમના કર્ણો સરખા છે

૩૩ સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમમા સમાન્તર બાજુઓ આગળના ખુણાઓ બરાબર છે

૩૪. સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમની સરખી બાજુના મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી સમાન્તર બાજુના સરવાળાથી અર્ધી છે.

૩૫ अबकड ચ મા ∠अ= ∠ब અને ∠क=∠ड તો अड=बक છે.

૩૬ કોઈપણ લંબચોરસની બાજુના મધ્ય બિંદુને જોડવાથી થતો ચતુષ્કોણ સમભુજ છે

૩૭ સ્થાનોપરિ સ્થિતિથી બતાવો કે જો બે સમાન્તર ચતુષ્કોણમાં બે પાસેપાસેની બાજુ અને અંતર્ખુણો બરાબર હોય તો બેઉ સ૦ ચ૦ સર્વ અંગમા બરાબર છે

૩૮. अबकड, इफगय એ ચતુષ્કોણુમા अब, बक, कड, डअ; इफ, फग, गय, यइनी અનુક્રમે બરાબર હોય અને ∠ अ = ∠ इ તો ચતુષ્કોણો સર્વ અંગોમા બરાબર હોઈ શકે છે.

૩૯. કોઇપણ સ૦ ચ૦ના કર્ણુંના મધ્યબિંદુમાથી બાજુ સુધી દોરેલી લીટીના તે બિંદુ આગળ બે સરખા ભાગ થાય છે.

૪૦. अबक △મા बइने फक મધ્યગા गमा છેદે છે गब, गकने અનુક્રમે य, डमा દુભાગી છે તો यडइफ સ૦ ચ૦ છે.

૪૧ अबकड સ૦ ચ૦મા अकने इ સુધી લબાવતા कइ = अक થાય છે. इ અને बमाथी इफ, बफ અનુક્રમે कब, कअ ને ‖ છે તો अबफक સ૦ ચ૦ છે,

૪૨. એક સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કાણુમા બે સામસામેના શિરોબિંદુમાંથી બીજા કર્ણું ઉપર લબ દોરી છે તો આ લબ સરખી છે.

૪૩ अबक, डइफ △ઓમા अब = ‖ डइ અને बक = ‖ इफ છે તો अक = ‖ डफ છે

૪૪ अबकड ચતુષ્કોણુમા अब ‖ डक અને अड = बक તો બતાવો કે ∠ अ + ∠ क = ૧૮૦° છે; અને अक = बड છે

૪૫ अप, बक એ સળીઆ સમાન્તર છે अप, पनी આસપાસ અને बक, बनी આસપાસ સરખા વેગથી એકજ દિશામા ફરે છે તો તેઓ હમેશાજ સમાન્તર છે અને अक અમુક સ્થિર બિંદુમાથી જાય છે.

૪૬. જો કોઈ સીધીલીટીઆકૃતિમા માહેના ખુણા બહારના ખુણાની (સરવાળાની) બરાબર હોય તો તેની કેટલી બાજુ છે? કારણ આપો

૪૭. માહેનો ∠ अ = ⅔ બહારના ∠ अ, અને ૪∠ ब = ૫∠ क છે તો ત્રિકોણુના ખુણા કાઢો

૪૮. દરેક સમબહુકોણુમા કોઇપણ અંતર્ગામી ખુણો નથી; અનુક્રમે બધી બાજુ લબાવવાથી એક વખતે ૧૫,° બીજી વખતે ૩૦°, ત્રીજી વખતે ૪૦°, અને ચોથી વખતે ૧૨૦°નો દરેક ખુણો થાય છે તો તે ચાર બહુકોણુની કેટલી કેટલી બાજુ હશે?

૪૯ કોઇપણ ત્રિકોણના શિરોબિંદુથી પાયા સુધી દોરેલી લીટીના બીજી બાજુના મધ્યબિંદુને સાધનારી લીટી બે સરખા ભાગ કરે છે.

૫૦ કોઇપણ સ૦ ચ૦ના બે સામસામેના શિરોબિંદુમાથી બહારની કોઇપણ લીટી ઉપર દોરેલી લબનો સરવાળો બાકીના શિરોબિંદુમાથી તેજ લીટી ઉપર દોરેલી લબના સરવાળા બરાબર છે

૫૧ કોઇપણ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના પાયા ઉપરના કોઇપણ બિદુમાથી જો સરખી બાજુ ઉપર લબ દોરીએ તો આ લબનો સરવાળો પાયાના છેડામાથી સામેની બાજુ ઉપરના લંબની બરાબર છે.

૫૨ કોઇપણ સમબાજુ ત્રિકોણમા અદરના કોઇપણ બિદુમાથી બધી બાજુ ઉપર દોરેલી લબનો સરવાળો ત્રિકોણની ઉચાઇની બરાબર છે.

૫૩ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની બાહેના કોઇપણ બિદુમાથી ત્રણે બાજુ ઉપર દોરેલા લબનો સરવાળો પાયાના શિરોબિદુમાથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલા કોઇપણ લબ બરાબર છે

૫૪ સરખી અને સમાન્તર લીટીઓ કોઇપણ એકજ લીટી ઉપર બે સરખા કાટખુણુ પ્રલબન કરે છે

૫૫. એક કાટખુણુ ત્રિકોણનો એક ખુણો જો ૩૦°નો હોય તો સૌથી મોટી બાજુ સૌથી નાનીથી બમણી છે

૫૬ કાટખુણો અને કર્ણ આપ્યા હોય તો કર્ણના મધ્યબિદુનું નિધાન કાઢો

૫૭ अबकड ચોરસમા अથી, बक અને कडના મધ્યબિદુ સુધી લીટી દોરી છે અને कથી, अड, अबના મધ્યબિદુ સુધી લીટી દોરી છે તો આ લીટીની વચ્ચેની આકૃતિ રોમ્બસ છે

૫૮ સમબાજુ △ अबकमा अबमा એક ड બિંદુ લો, △ની સામેની બાજુ ઉપર अड ઉપર એક સમબાજુ △ अडइ દોરો તો बइ = कड.

૫૯ अबक △ના બહારના ∠અને દુભાગનાર લીટી ઉપર જો प બિદુ લીધુ હોય તો अब + अक < पब + पक

૬૦. अबक સમદ્વિબાજુ △મા अब = अक અને डइफ લીટી अब, बक અને अकને લબાવતા છેદે છે, જો डइ = इफ, તો बड = कफ.

૬૧ ૫.૩" પાયા ઉપર ૩.૪" ઉંચાઇનેા એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકેાણુ બનાવેા તેના સર્વ અગ માપેા

૬૨ ઉંચાઇ અને શિરેાબિંદુ આગળનેા ખુણેા આપેલા છે તેા સમદ્વિબાજુ ત્રિકેાણુ બનાવેા

૬૩ એક સમબાજુ ત્રિકેાણુમા ઉચાઇ આપી હેાય તેા △ બનાવેા.

૬૪ એક વહાણુ કલાકમા દશ માઇલ પ્રમાણે ઉત્તરમા જાય છે બે વાગે તે એક દીવાદાડી ઇશાનમા જુએ છે, અને દેાઢ કલાક પછી દીવાદાડી પૂર્વની દક્ષિણે ૭½° એ દેખાય છે તેા બીજી જગ્યામા દીવાદાડીથી વહાણુનુ અતર કેટલુ ? અને ક્યારે તે દીવાદાડીની પાસેમા પાસે હતુ ?

૬૫. △अबकमा अब, अकमा प, ड, એવા બિદુ શેાધેા કે पड ‖ बक થાય અને पड = ⅓ बक થાય.

૬૬, अब, अकमा ब, क એવા બિદુ શેાધેા કે ∠ब = ૩ ∠क

૬૭ अक, बड બે સમાન્તર લીટીઓમા અનુક્રમે अ, ब બે સ્થિર બિદુ છે બીજા प, ड બે બિદુ એવા શેાધેા કે अपबड એક રૅામ્બસ બને

૬૮. ∠बअकને આ પ્રમાણે દુભાગેા –अ મધ્યબિદુથી બે વર્તુળેા એવા દેારેા કે પહેલેા बअ, कअને प, डमा અને બીજો એજ લીટીઓને म, यमा છેદે, पय, डम, लमा છેદે તેા अल, ∠અને દુભાગે છે.

૬૯ अ, ब, कडની વિરૂદ્ધ બાજુએ બે બિદુ છે તેા कडमा प એવુ બિદુ શેાધેા કે ∠ अपक = ∠ बपक

૭૦ पकरय એવેા એક રૅામ્બસ બનાવેા કે તેનેા पर કર્ણુ એક આપેલી લીટી ઉપર હેાય અને તેની पक, कर, रय ત્રણુ બાજુ ત્રણુ આપેલા બિંદુમાથી જાય.

૭૧ कडની એકજ બાજુએ अ, ब બે બિદુ છે તેા कडमा એવુ એક બિદુ प શેાધેા કે पअ, पबનેા તફાવત મેાટામા મેાટેા હેાય

૭૨ પ્રશ્ન ૭૧માં તફાવત નાનામા નાનેા હેાય તેા प બિદુ ક્યાં છે?

૭૩ એક એવેા રૅામ્બસ કાઢેા કે તેની બે બાજુએા આપેલા ત્રિકેાણુની બાજુમા હેાય અને તેનુ એક શિરેાબિદુ પાયા ઉપર હેાય

૭૪ બે આપેલી લીટી ઉપર છેડા હેાય અને એક આપેલી લીટીની સમાન્તર અને સરખી હેાય તેવી એક લીટી દેારેા.

૭૫ अकइड એક અર્ધ વર્તુળ अड વ્યાસ ઉપર છે અને ब તેનું મધ્યબિંદુ છે इ, क એવી રીતે પરિઘ ઉપર છે કે कइ લંબાવતાં अबडને फ સુધી લંબાવેલી લીટી ઉપર મળીને इफ = बइ = बक કરે છે તો બતાવો કે ∠फ = $\frac{1}{3}$∠अबक છે

૭૬ अबक△મા ∠ब આપેલો ખુણો અને ∠क બીજો આપેલો ખુણો છે અને बक ઉપર अની ઉંચાઇ આપેલી છે તો △ બનાવો.

૭૭ શિરોબિંદુ આગળના એક આપેલા ખુણાવાળો એક આપેલા પાયા ઉપર એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૭૮ એક કાટખુણુ ત્રિકોણુમા કર્ણ આપી છે અને બીજી બે બાજુનો સરવાળો આપ્યો છે તો ત્રિકોણ બનાવો

૭૯ એક સમદ્વિબાજુ કાટખુણુ ત્રિકોણુમા કર્ણ અને એક બાજુનો સરવાળો આપ્યા હોય તો ત્રિકોણ બનાવો

૮૦ એક કાટખુણુ ત્રિકોણુમા કર્ણ અને બાજુઓનો તફાવત આપ્યા હોય તો ત્રિકોણ બનાવો

૮૧ એક ત્રિકોણુમા અ, બ+ક, અને ∠ब આપ્યા છે તો ત્રિકોણ બનાવો

૮૨ એક ત્રિકોણુમા અ, ક—મ ને ∠ब આપ્યા છે તો △ બનાવો.

૮૩ જો अब, अक, અને बड આપ્યા હોય તો એક अबकड સ૦ ચ૦ બનાવો.

૮૪ એક એવો રોમ્બસ બનાવો કે તેમા એક કર્ણ = બાજુ છે.

૮૫ એક ચતુષ્કોણુમા કર્ણો બરાબર છે અને તેઓ એક બીજાને ૯૦°એ દુભાગે છે જો કર્ણ ૫.૪ સે. મી હોય તો ચતુષ્કોણ બનાવો. જો પક્ષ અધૂરો હોય તો પૂર્ણ કરો.

૮૬ પાયો, પાયાની ઉપરની મધ્યગા અને ઉંચાઇ આપ્યા હોય તો △ બનાવો. કેટલા △ઓ થશે ?

[નોંધ प ઉંચાઇએ પાયાની ‖ अब દોરો. अबને દુભાગી મધ્યબિંદુ વર્તુળનું મધ્યબિંદુ લઇ અને ક મધ્યગા ત્રિજ્યા લઇ વર્તુળ દોરો, આ વર્તુળ જો સમાન્તર લીટીને इમા છેદે તો △ अइब માગેલો ત્રિકોણ છે]

૮૭. ∠कअब એક કાટખુણો છે અને ∠कअब વચ્ચેના કોઇપણ બિંદુ ङમાથી ङइ, ङफ લબ अक, अब ઉપર છે, તો જો (૧) ङइ + ङफ = ૫.૦ સે મી, અને (૨) ङइ − ङफ = ૨.૦ સે મી હોય તો ङनुं નિધાન કાઢો.

૮૮ अबक △મા अब = ૩.૨″, अक = ૪.૨″ અને बक = ૩.૬″ છે તો अब અને अकथी સરખે અતરે અને बकथी આપેલે અતરે આવેલું બિદુ શોધી કાઢો એવા કેટલા બિદુ નીકળશે?

૮૯ પ્રશ્ન ૮૮મા अब, અને अकथी સરખે અતરે અને ब, कथी સરખે અતરે આવેલુ બિદુ શોધો

૯૦. પ્રશ્ન ૮૮મા ब, कथी સરખે અતરે અને अथी ૧.૮″ ને અતરે આવેલુ બિંદુ શોધી કાઢો. કેટલા બિદુ નીકળશે?

૯૧ अब ઉપર એક प બિદુ ફરતુ છે અને क એક બહાર સ્થિર બિંદુ છે पकને લબાવતા कङ = पक, તો ङनु નિધાન શોધી કાઢો

૯૨. પ્રશ્ન ૯૧ની મદદથી ∠बअकनी વચ્ચેના ङ બિદુમાથી એક એવી લીટી શાખાલીટી अब, अक સુધી દોરો કે તે ङ આગળ દુભાગાય.

૯૩ એક આપેલા બિદુથી આપેલે અતરે અને બે આપેલી || લીટીથી સમાન અંતરે હોય એવુ બિદુ શોધી કાઢો ઉપરની રચના ક્યારે બનશે? ક્યારે નહિ બનશે? ક્યારે બે રચના અશક્ય છે?

૯૪ એક આપેલી લીટી ઉપર જેનુ શિરોબિદુ હોય અને જેની એક આપેલી ઉચાઇ હોય એવો એક આપેલા પાયા ઉપર△ બનાવો.

૯૫. એક સમદ્વિબાજુ △મા સરખી બાજુ ઉચાઇથી બમણી તો △ બનાવો

૯૬ अबक △મા ∠अ કાટખુણો અને अब, તથા बकथी अनुं અતર આપ્યા છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૯૭. એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમા ઉંચાઈ અને પાયાની સામેનો ખુણો આપ્યા છે તો ત્રિકોણ બનાવો

૯૮ એક ર્‍હોમ્બસમા બે સામસામેની બાજુનું અંતર એક બાજુથી અર્ધું છે તો ર્‍હોમ્બસ બનાવો.

૯૯ अ બિંદુમાંથી बक સુધી એવી એક લીટી દોરો કે તે એક આપેલા ખુણાની બરાબર बक સાથે अबक ખુણો કરે

૧૦૦. अब, अक, अड ત્રણ લીટીઓ अमा મળે છે તો એવી એક बकड આડી લીટી દોરો કે क આગળ તેના બે સરખા ભાગ થાય

૧૦૧ એક સમબાજુ ત્રિકોણની મદદથી એક આપેલી લીટીના ત્રણ સરખા ભાગ કરો

૧૦૨ ત્રણ બાજુના મધ્યબિંદુઓ આપ્યા હોય તો ત્રિકોણ બનાવો

૧૦૩ બે બાજુઓ અને ત્રીજી બાજુને દુભાગનારી મધ્યગા આપી હોય તો ત્રિકોણ બનાવો

૧૦૪ એક બાજુ અને બાકીની બાજુને દુભાગનારી મધ્યગા આપી હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૦૫ ત્રણ મધ્યગાઓ આપી હોય તો ત્રિકોણ બનાવો

૧૦૬ ૨·૪″ ઉંચાઇ અને પાયા આગળના ખુણા ૪૦° અને ૬૦° હોય એવો એક ત્રિકોણ બનાવો

૧૦૭ મધ્યગા અને જે બાજુને તે દુભાગે તેની અર્ધી લબાઇનો સરવાળો બીજી બે બાજુના અર્ધા સરવાળાથી મોટો છે

૧૦૮ એક બાજુ અને પાયા ઉપરની ઉંચાઇનો સરવાળો અને પાયો આપ્યા છે તો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો

૧૦૯ अबक $\triangle$મા अब $>$ अक છે अप લીટી अ ખુણાને દુભાગે છે અને अड મધ્યગા છે તો अड મધ્યગા अब અને अपनी વચ્ચે છે એમ સિદ્ધ કરો

૧૧૦ પ્રશ્ન ૧૦૯મા જો अम $\perp$ बक હોય તો अप દુભાગનાર લીટી अम અને अडनी વચ્ચે છે એમ સિદ્ધ કરો

૧૧૧ अब, कड બે આપેલી લીટી છે અને म, अबमा એક આપેલું બિંદુ છે. अबमा प એક એવુ બિંદુ શોધી કાઢો કે पम અંતર कड ઉપરના पना લબ અતર બરાબર હોય

૧૧૨ अबक△મા अब=अक છે बकને સમાન્તર डइ એવી લીટી દોરો કે તે अब, अकને, डइમા મળી डब અથવા इक બરાબર થાય

૧૧૩ अबक △મા बक પાયાને સમાન્તર डइ એવી લીટી દોરો કે તે બાજુઓને ड, इમા મળી डब અને इकના (૧) સરવાળા, અને (૨) બાદબાકી બરાબર થાય

૧૧૪ સમદ્વિબાજુ △ના પાયાને લબાવી તેના ઉપરના કોઇ પણ બિંદુમાથી સરખી બાજુઓ ઉપર લબ દોરીએ તો એ લબનો તફાવત કોઇ અમુક અતર બરાબર છે

૧૧૫ એક આપેલી લીટીને સમાન્તર એવી એક લીટી દોરો કે બીજી બે આપેલી લીટીઓની વચ્ચે છેદાતો તેનો ભાગ એક આપેલી લબાઇ બરાબર હોય

૧૧૬ બે અરસપરસ છેદતી લીટીઓ સાથે સરખા ખુણા કરતી એવી એક લીટી દોરો કે તે બે લીટીઓની વચ્ચે છેદાતો તેનો ભાગ એક આપેલા અતર બરાબર હોય.

૧૧૭ બે આપેલા બિંદુમાથી એકેક એવી લીટી દોરો કે તે લીટીઓ એક આપેલી લીટીને મળી એક સમબાજુ ત્રિકોણુ બનાવે

૧૧૮ એક આપેલા ત્રિકોણુમા એવો એક રોમ્બસ દોરો કે તેનો એક ખુણો ત્રિકોણુના એક ખુણા સાથે બરાબર મળી જાય

૧૧૯ પરિમિતિ અને એક સાકડો ખુણો આપ્યા હોય તો એક કાટખુણુ ત્રિકોણુ બનાવો

૧૨૦ ઉંચાઇ આપી હોય તો એક સમબાજુ ત્રિકોણુ બનાવો

૧૨૧ એક આપેલી ઉંચાઇનો એવો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણુ બનાવો કે તેનો પાયો એક આપેલી લીટીમા હોય અને તેની સરખી બાજુઓ બે આપેલા સ્થિર બિંદુમાથી જાય

૧૨૨ એક બાજુ અને પાયા ઉપરની ઉચાઇનો તફાવત અને પાયો આપ્યા છે તો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણુ બનાવો

૧૨૩ પાયો, પાયા ઉપરના ખુણાઓના તફાવત અને બાજુઓનો તફાવત આપ્યા છે તો ત્રિકોણુ બનાવો.

૧૨૪ પાયો, પાયા ઉપરના ખુણાઓનો તફાવત અને બાજુઓનો સરવાળો આપ્યા છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૨૫ એક સ૦ ચ૦ને એવી એક લીટીથી દુભાગો કે તે લીટી એક આપેલા બિંદુમાથી જાય,

૧૨૬ એક સ૦ ચ૦ને એવી એક લીટીથી દુભાગો કે તે લીટી સ૦ ચ૦ની એક બાજુને લબ હોય

૧૨૭ એક સ૦ ચ૦ને એવી એક લીટીથી દુભાગો કે તે લીટી એક આપેલી લીટીને સમાન્તર હોય

૧૨૮ પાયો, પાયા ઉપરની ઉંચાઇ, અને પાયાને મળતી મધ્યગા આપ્યા હોય તો ત્રિકોણ બનાવો

૧૨૯ ત્રિકોણના એક શિરોબિંદુમાથી એક એવી લીટી દોરો કે તે સામેની બાજુને છેદે અને તેના ઉપર બાકીના શિરોબિંદુઓમાથી દોરેલી લબ બરાબર થાય.

૧૩૦ એક આપેલી લીટીની બહાર આપેલા બિંદુમાથી એવી એક લીટી તે લીટી સુધી દોરો કે તે તેની સાથે એક આપેલા ખુણા બરાબર ખુણો કરે.

૧૩૧ એક આપેલા ખુણાના હાથમાથી સરખા ભાગો છેદે એવી એક લીટી આપેલા બિંદુમાથી દોરો

૧૩૨. એક એવો રોમ્બસ દોરો કે તેની બે બાજુઓ એક આપેલા ત્રિકોણની બાજુઓ ઉપર હોય અને તેનુ એક શિરોબિંદુ તેના પાયા ઉપર હોય

૧૩૩ અબકડ એક સ૦ ચ૦ છે, અને કડ = ૨ અબ અબને બન્ને બાજુ એવી રીતે લબાવી છે કે અઇ = અબ = બફ છે ત્યારે સિદ્ધ કરો કે કઇ, ડફ કાટખુણે છેદે છે

૧૩૪ અબકડ ચોરસના અમાથી બક, કડના મધ્યબિંદુ સુધી અને કમાથી ડઅ, અબના મધ્યબિંદુ સુધી, લીટીઓ દોરીએ તો આ ચાર લીટીઓ એક રોમ્બસ બનાવે છે.

૧૩૫ અબકડ સ૦ ચ૦ની બક બાજુમા પ બિંદુ લઇ તેમાથી બને સમાન્તર દોરેલી પમ લીટી અડ સુધી દોરીએ તો અબપડ ાાકૃતિ = $\frac{1}{2}$ (અબકડ સ૦ ચ૦ + અબપમ સ૦ ચ૦) છે

---

§ ૨૭. પરિશિષ્ટ क વ્યાખ્યાનુક્રમ.

અતિકાટખુણુ એક કાટખુણાથી મોટા, પણ બે કાટખુણાથી નાના ખુણાને અતિકાટખુણુ ખુણો કહે છે. (Obtuse Angle)

અતિકાટખુણુ ત્રિકોણુ એક અતિકાટખુણુ ખુણો જેમા હોય એવા ત્રિકોણુને અતિકાટખુણુ ત્રિકોણુ કહે છે (Obtuse-angled Triangle)

અતિદ્વિકાટખુણુ બે કાટખુણાથી મોટા, પણુ ચાર કાટખુણાથી નાના, ખુણાને અતિદ્વિકાટખુણુ (Reflex Angle) કે અતર્ગામી યા રેફ્લેક્ષ ખુણો કહે છે (Re-entrant Angle)

અર્ધ વર્તુળ વ્યાસ અને વર્તુળના કૈાસની વચ્ચેના ભાગને અર્ધ વર્તુળ કહે છે (Semi-circle)

અવચ્છેદક સિદ્ધતા જે સિદ્ધતામા એક સિવાય સાધ્ય બીજી બધી ને ખોટા છે એમ બતાવવામા આવે છે તેને અવચ્છેદક કે ક્રમ વિરૂદ્ધ સિદ્ધતા કહે છે (Proof of Exhaustion)

અશ એક કાટખુણાના ૯૦ સરખા ભાગ કર્યા છે અને તે દરેકને અંશ (Degree) કહે છે અશના ૬૦મા ભાગને કળા (Minute,) અને કળાના ૬૦મા ભાગને વિકળા (Second) કહે છે

અષ્ટકોણુ જે આકૃતિમા આઠ બાજુ (અને આઠ ખુણા) હોય તેને અષ્ટકોણુ કહે છે (Octagon)

ઉદ્દેશ સિદ્ધાતની સામાન્ય પ્રતિજ્ઞાને ઉદ્દેશ કહે છે (General Enunciation)

ઉન કાટખુણુ એક કાટખુણાથી નાના ખુણાને ઉન કાટખુણુ કે પાકડો ખુણો કહે છે (Acute Angle)

ઉનકાટખુણુ ત્રિકોણુ. બધા ખુણા જેમા ઉન કાટખુણુ હોય એવા ત્રિકોણુને ઉન કાટખુણુ ત્રિકોણુ કહે છે (Acute-angled T)

ઉપસિદ્ધાત. સિદ્ધાત ઉપરથી સહજ રીતે નીકળતા બીજા સિદ્ધાતને ઉપસિદ્ધાત કહે છે. (Corollary.)

એક કાટખુણુપૂર્ણી ખુણો જો બે ખુણાનો સરવાળો એક કાટખુણા બરાબર હોય તો તે દરેકને એક કાટખુણુપૂર્ણી યા કોટિ ખુણો કહે છે (Complementary Angle)

એકબિંદુગામી જે લીટીઓ એકજ • બિંદુમા અરસપરસ છેદે તેઓને એકબિંદુગામી કહે છે (Concurrent)

એકલીટીસ્થાયી જે બિંદુઓ એકજ સીધી લીટી ઉપર આવી શકે તેને એકલીટીસ્થાયી કહે છે (Collinear)

કક્ષા આપેલી શરત પ્રમાણે એક બિંદુના ખસવાથી જે લીટી દોરાય તેને કક્ષા કે નિધાન કહે છે (Locus or Orbit)

કર્ણ લીટી સામસામેના શિરોબિંદુને સાધનારી સીધી લીટી કર્ણ યા કર્ણ લીટી કહેવાય છે (Diagonal Hyotenuse)

કળા અશના ૬૦મા ભાગને કળા કહે છે (Minute)

કાટખુણો જ્યારે એક સીધી લીટી બીજી સીધી લીટી ઉપર એવી રીતે પડે કે પાસેપાસેના ખુણા બરાબર હોય તો તે દરેક ખુણો કાટખુણો કહેવાય છે (Right Anglo)

કાટખુણુ ત્રિકોણુ. જે ત્રિકોણુમા એક ખુણો કાટખુણો હોય તેને કાટખુણુ ત્રિકોણુ કહે છે (Right-angled Triangle)

કૃત્ય. જે સિદ્ધાતમા કાંઈ નવુ બનાવવુ હોય તેને કૃત્ય યા કૃત્ય સિદ્ધાત કહે છે (Problem)

કોટિખુણો. જુઓ એક કાટખુણુપૂર્ણી ખુણો (Comp. Angle)

કોણુ અતર નીચે કે ઉપરના સ્થાનને સાધનારી લીટી ક્ષિતિજ લીટી સાથે જે ખુણો કરે તેને કોણુ અતર કહે છે (Bearing)

કૌંસ પરિધના કોઇ પણુ ભાગને કૌંસ કહે છે (Arc)

ખંડ. વર્તુળમા પરિધ સુધીની કોઇપણ સીધી લીટી અને કૌસની વૃત્તોના ભાગને ખ ડ કહે છે (Segment of a circle)

ખુણો જ્યારે બે સીધી લીટીઓ એક બીજીને મળે છે ત્યારે બન્નેની વચ્ચેના ગાળાને ખુણો યા કોણ કહે છે (Angle)

ઘન વસ્તુ જેને લબાઇ, પહોળાઇ અને જાડાઇ હોય તેને ઘન વસ્તુ કે પદાર્થ કહે છે, (Solid)

ચતુષ્કોણ ચાર સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને ચતુષ્કોણ કહે છે, (Quadrilateral)

ચોરસ જે લબ ચોરસમા પાસેપાસેની બાજુઓ અરસપરસ બરાબર હોય તેને ચોરસ યા સમચોરસ કહે છે (Square.)

જ્યા જે સીધી લીટી વર્તુળમા આવી રહી પરિધ ઉપર હદ પામે છે તેને જ્યા કહે છે (Chord)

ટ્રાપિઝ્યમ જે ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુઓની એકજ જોડ સમાન્તર સીધી લીટી હોય તેને ટ્રાપિઝ્યમ કહે છે. (Trapezium)

ત્રિકોણ ત્રણ સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને ત્રિકોણ કહે છે (Triangle)

ત્રિજ્યા વર્તુળના મધ્યબિંદુથી જે સરખી લીટીઓ પરિધ સુધી દોરીએ તેને ત્રિજ્યા કહે છે (Radius.)

દશકોણ. દશ બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને દશકોણ કહે છે. (Decagon)

દ્વાદશકોણ બાર બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને દ્વાદશકોણ કહે છે. (Duodecagon.)

દ્વિકાટખુણ. બે કાટખુણાની બરાબર જે ખુણો હોય તેને દ્વિકાટખુણ કહે છે. (Straight Angle.)

દ્વિકાટખુણપૂર્ણી ખુણો. જ્યારે બે ખુણાનો સરવાળો બે કાટખુણાં બરાબર હોય ત્યારે તે દરેકને દ્વિકાટખુણપૂર્ણી યા ન્યૂનતાપૂરક ખુણો કહે છે (Supplementary Angle)

નવકોણ. નવ બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને નવકોણ કહે છે (Nonagon.)

નિગમન. સિદ્ધાતના સમાપ્તિ ભાગને નિગમન કે સમાપ્તિ કહે છે. (Conclusion.)

નિધાન કોઇપણ આપેલી શરત પ્રમાણે જુદી જુદી સ્થિતિમાં જવાથી એક બિંદુથી જે લીટી યા લીટીઓ (વક્ર યા સીધી) દોરાય તેને તે બિંદુનુ નિધાન કહે છે (Locus)

નિયમિત બહુકોણ જેમા બધી બાજુ અને બધા ખુણા સરખા હોય તેને નિયમિત બહુકોણ કહે છે (Regular Polygon)

ન્યૂનતાપૂરક ખુણો. જુઓ દ્વિકાટખુણપૂર્ણ (Supplementary Angle)

પક્ષ સિદ્ધાતમા જે ભાગ આપેલો હોય તેને પક્ષ યા પક્ષ ભાગ કહે છે (Data. Hypothesis.)

પચકોણ પાચ બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને પંચકોણ કહે છે (Pentagon)

પરિધ જે વક્ર લીટીથી વર્તુળની હદ નિયમિત થએલી હોય તેને પરિધ અથવા પરિધિ કહે છે, (Circumference)

પરિમિતિ. કોઇપણ આકૃતિની બધી બાજુના સરવાળાને પરિમિતિ કહે છે (Perimeter)

પહોળો ખુણો. એક કાટખુણાથી મોટો, પણ બે કાટખુણાથી નાનો, હોય એવા ખુણાને પહોળો ખુણો કહે છે. (Obtuse Angle)

પહોળખુણ ત્રિકોણ કોઇપણ ત્રિકોણમા જો એક ખુણો પહોળો હોય તો તેવા ત્રિકોણને પહોળખુણ ત્રિકોણ કહે છે. (Obtuse-angled Triangle.)

પાસેપાસેના ખુણા. એકજ શાખા લીટીની આસપાસ આવેલા ખુણાઓ પાસેપાસેના ખુણા કહેવાય છે. (Adjacent Angles.)

પ્રતીપ સિદ્ધાંતો જ્યારે બે સિદ્ધાંતમાં એકનો પક્ષ ભાગ બીજાનો સાધ્ય ભાગ હોય અને એકનો સાધ્ય ભાગ બીજાનો પક્ષ ભાગ હોય ત્યારે તે બન્ને સિદ્ધાંતો એક બીજાના પ્રતીપ યા વ્યત્યાસ સિદ્ધાંતો કહેવાય છે (Converse Propositions)

પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ. જે પ્રમાણની સત્યતા બીજી વધારે સાબિતી વિના પોતાની મેળે પ્રત્યક્ષ દેખાઇ આવે તેને પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ કહે છે (Axiom)

પ્રતિજ્ઞા કોઇ સિદ્ધાંતમાં જે સાબિત કરવાનું હોય અથવા રચવાનું હોય તે જ્યારે સામાન્ય શબ્દસમૂહમાં સૂચવવામાં આવે ત્યારે તેને સિદ્ધાંતની પ્રતિજ્ઞા કહે છે (Enunciation)

પ્રમેય સિદ્ધાંત જે સિદ્ધાંતમાં કાંઈ સિદ્ધ કરવાનું હોય તેને પ્રમેય યા પ્રમેય સિદ્ધાંત કહે છે. (Theorem)

બહુકોણ પાંચ અથવા વધારે સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને બહુકોણ કહે છે (Polygon)

બિંદુ. જેને ફકત સ્થિતિજ હોય પણ લંબાઇ, પહોળાઇ, જાડાઇ યા ઉંચાઇ કોઇપણ પરિમેય ન હોય તેને બિંદુ કહે છે (Point)

બેરિંગ. જુઓ કોણ અંતર (Bearing)

મધ્યગા. કોઇપણ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુ અને સામેની બાજુના મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી મધ્યમા કહેવાય છે (Median.)

મધ્યબિંદુ વર્તુળમાં જે મુકરર બિંદુથી પરિધિ સુધી સરખી લીટીઓ દોરી હોય છે તે બિંદુને વર્તુળનું મધ્યબિંદુ કહે છે (Centre of a Circle)

મળતા આવતા ખુણા એકજ દિશા તરફ જતી બબ્બે લીટીની વચ્ચેના, યા સરખી બાજુની સામસામેના, મળતા આવતા ખુણા છે. (Corresponding Angles.)

મિનિટ. જુઓ કળા (Minute)

શાખાલીટીઓ જે સીધી લીટીઓની વચ્ચે ખુણો થયો હોય તેને ખુણાની શાખાલીટીઓ કે હાથો કહે છે. (Arms of an Angle)

ષટ્કોણ છ બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને ષટ્કોણ કહે છે. (Hexagon)

સમકેંદ્ર વર્તુળો જે વર્તુળોનુ મધ્યબિંદુ એકજ હોય તેને સમકેંદ્ર વર્તુળો કહે છે. (Concentric Circles)

સમચોરસ. જુઓ ચોરસ (Square)

સપાટ આકૃતિ. સપાટ સફાઇમા આવેલી આકૃતિને સપાટ આકૃતિ કહે છે (Plane figure)

સપાટ સફાઇ સીધી લીટીની બનેલી સફાઇને સીધી યા સપાટ સફાઇ યા સમતલપૃષ્ઠ કહે છે (Plane Surface)

સપ્તકોણુ સાત બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને સપ્તકોણુ કહે છે. (Heptagon)

સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણુ જે ત્રિકોણુની ગમે તે બે બાજુઓ સરખી હોય તેને સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણુ કહે છે (Isosceles Triangle)

સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમ જે ટ્રાપિજ્યમની સમાન્તર નહિ એવી બાજુઓ સરખી હોય તેને સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમ કહે છે (Isosceles Trapezium)

સમબહુકોણુ જે બહુકોણુમા સર્વ બાજુઓ સરખી અને સર્વ ખુણાઓ સરખા હોય તેને સમબહુકોણુ કહે છે (Regular Poly)

સમબાજુ ત્રિકોણુ જે ત્રિકોણુની ત્રણે બાજુ સરખી હોય એવા ત્રિકોણુને સમબાજુ ત્રિકોણુ કહે છે (Equilateral Triangle)

સમાધાન સ્થિતિ એક આકૃતિને ઉચકીને બીજી ઉપર મૂકવામાં આવે ત્યારે તે રીત સમાધાન સ્થિતિ કહેવાય છે (Superposition)

સમાન્તર લીટીઓ કોઇપણુ લીટીઓ એકજ સફાઇમા એવી રીતે આવી હોય કે તેઓને ગમે તે બાજુએ લબાવતા કદીપણુ એક બીજીને મળે નહિ તો તેઓ સમાન્તર લીટીઓ છે (Parallel St. lines.)

સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણુ. જે ચતુષ્કોણુની સામસામેની બાજુઓ સમાન્તર હોય તેને સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણુ કહે છે (Parallelogram)

સમાપ્તિ. જ્યારે સિદ્ધાતમા માગેલી સત્યતા પૂર્ણ કરી છે એમ કહેવામા આવે છે ત્યારે તેને સમાપ્તિ કહે છે. (Conclusion.

સફાઈ. જેને લંબાઈ અને પહોળાઈ ફક્ત હોય, પણ જાડાઈ યા ઉંચાઇ ન હોય, તેને સફાઈ કહે છે. (Superficies)

સમ્મિતરૂપ આકૃતિ. આકૃતિને તેની અંદર આવેલી કોઈ સીધી લીટીની આસપાસ વાળતા જો બન્ને ભાગો બરાબર સ્થાનોપરિ સ્થિતિથી મળી જાય તો તેને સમ્મિતરૂપ આકૃતિ કહે છે, અને આવી લીટીને સમ્મિતરૂપ ધરી યા આસ કહે છે (Figure, and Axis of Symmetry)

સમ્મિતરૂપ મધ્યબિંદુ જ્યારે આકૃતિ તેની અંદર આવેલા કોઇ બિંદુની આસપાસ સમ્મિતરૂપ હોય ત્યારે એવા બિંદુને સમ્મિતરૂપ મધ્યબિંદુ કહે છે. (Centre of Symmetry)

સ્થાનોપરિ સ્થિતિ. જો એક આકૃતિને બીજી ઉપર મૂકીએ તો આવી સ્થિતિને સ્થાનોપરિ સ્થિતિ કહે છે (Superposition)

સાધન સિદ્ધાતમા જ્યારે પ્રતિજ્ઞાને આકૃતિની સાથે સબંધથી વર્ણવવામા આવે ત્યારે તેને સાધન કહે છે (Parti. Enunci.)

સાધ્ય. સિદ્ધાતમા માગેલા ભાગને સાધ્ય કહે છે (Conclusion.)

સાકડો ખુણો. એક કાટખુણાથી જે ખુણો નાનો હોય તેને સાકડો ખુણો કે ઉનકાટખુણ કહે છે (Acute Angle)

સાકડખુણ ત્રિકોણ કોઇપણ ત્રિકોણમા જો ત્રણે ખુણા સાકડા ખુણા હોય તો તેને સાકડખુણ ત્રિકોણ કહે છે (Acute-ang T.)

સામસામેના ખુણા. કોઇપણ બે સીધી લીટી એક બીજીને છેદે તો આ શિરોબિંદુ આગળ તેજ બે લીટીઓના જુદા જુદા ભાગોની વચ્ચેના ખુણા સામસામેના ખુણા છે. (Vertically Opposite Angles.)

સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા જુઓ ઉદ્દેશ (General Enunciation.)

સિદ્ધતા. સિદ્ધાંતમા જે સત્યતા સિદ્ધ કરવાની હોય અથવા રચવાની હોય તે જ્યારે સિદ્ધ કરવામા આવે અથવા રચવામાં આવે ત્યારે જે ભાગમા સિદ્ધ કરીએ તેને સિદ્ધતા કહે છે. (Proof.)

સીધી લીટી જે લીટી પોતાની આખી લબાઇમા એકથી બીજા બિદુ સુધી એકજ દિશા રાખે તેને સીધી લીટી કહે છે. (St Line)

સીધી લીટી આકૃતિ. જે આકૃતિની હદ સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી હોય તેને સીધી લીટી આકૃતિ કહે છે. (Rectilinear Fig.)

સીધી સફાઇ. જુઓ સપાટ સપાઇ (Plane Surface)

સેકન્ડ મિનિટનો ૬૦મો ભાગ (Second)

સ્વીકૃત કૃત્ય. જે કૃત્ય આપણે કબુલી લઇએ છીએ તેને સ્વીકૃત કૃત્ય કહે છે. (Postulate)

રચના સિદ્ધાતની સત્યતા બતાવવાને માટે કોઇ નવી લીટી યા આકૃતિ દોરવામા આવે ત્યારે તેને રચના કહે છે (Construction)

રીફ્લેક્સ ખુણો જુઓ અતર્ગામી ખુણો (Reflex Angle.)

રૉમ્બસ. જે સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણની પાસેપાસેની બાજુ આરસપરસ બરાબર હોય પણ ખુણા કાટખુણા ન હોય તેને રૉમ્બસ કહેવામા આવે છે. (Rhombus)

લંબ, બે સીધી લીટીઓ જો કાટખુણે છેદે તો તે દરેક એક બીજીને લબ છે એમ કહેવાય છે (Perpendicular)

લબચોરસ. જે સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમા એક ખુણો કાટખુણો હોય તેને લબચોરસ કહે છે (Rectangle)

લબછેદનબિંદુ ત્રિકોણના શિરોબિંદુમાથી સામેની બાજુઓ ઉપર દોરેલી લબ જે બિંદુમા એક બીજીને છેદે તે બિદુને ત્રિકોણનુ લબછેદનબિંદુ કે લબસંપાતબિંદુ કહે છે (Orthocentre)

લીટી જેને ફકત લબાઇજ હોય પણ પહોળાઇ અને જાડાઇ કોઇપણ ન હોય તેને લીટી કહે છે. (Line)

વક્ર લીટી જે લીટી પોતાની લબાઇમા એક બિંદુથી બીજા કોઇ બિંદુ સુધી દિશા બદલે છે તેને વક્ર લીટી કહે છે (Curved Line)

વક્ર સફાઇ. વક્ર લીટીની બનેલી સફાઇને વક્ર સફાઇ કહે છે. (Curved Surface.)

વર્તુળ. આકૃતિની એવી એક વક્ર લીટીથી હદ થએલી હોય કે તે વક્ર લીટી સુધી આકૃતિ માહેના એક મુકરર બિંદુમાંથી કોઇ પણ સીધી લીટી અતર હમેશા એકજ રહે તો તે આકૃતિને વર્તુળ કહે છે, અને આ વક્ર લીટીને વર્તુળનો પરિધ કહે છે. (Circle.) (Circumference)

વિકળા કળાનો ૬૦મો ભાગ (Second)

વિશિષ્ટ પ્રતિજ્ઞા જુઓ સાધન.(Particular Enunci.)

વિષમકોણ જે સીધી લીટી આકૃતિમા ખુણા સરખા ન હોય એવી આકૃતિ વિષમ કોણ કહેવાય છે. (Irregular Figure.)

વિષમ ચતુરસ્ત્ર જુઓ રોમ્બસ (Rhombus.)

વિષમ બહુકોણ જે બહુકોણમા બાજુ યા ખુણા બરાબર ન હોય તેને વિષમ બહુકોણ કહે છે (Irregular Polygon.)

વિષમબાજુ ત્રિકોણ. જે ત્રિકોણમા ત્રણે બાજુઓ અરસપરસ બરાબર ન હોય તેને વિષમબાજુ ત્રિકોણ કહે છે. (Scalene Tri)

વ્યાસ. વર્તુળમા જે સીધી લીટી મધ્યબિંદુમાથી થઇને પરિધ ઉપર બન્ને બાજુએ હદ પામે છે તેને વ્યાસ કહે છે (Diameter.)

વ્યત્યાસ સિદ્ધાતો. જુઓ પ્રતીપ સિદ્ધાતો. (Converse Propositions)

ગણત્રીના પ્રશ્નોના જવાબો.

પાનું ૧૮. (૪) ૧" = ૨૫·૪ મી. મી.

પાનું ૨૩. (૧) ૧૦૫, ૮૮૦, ૪૮૦ મા. (૨) ૮૫૦; ૧૦૫૦; ૫૮૦, ૫૪૦ મા. (૩) ૭ ફુટ, ૬·૨ ફુટ; ૮·૩ ફુટ. ·(૪) ૪૪૦૦ ફુટ (૧૭) ૫૦ ફુટ (૧૮) ૩૯ ફુટ. (૧૯) ૧૧·૭" (૨૦) ૧૨·૫ સે. મી. (૨૧) ૧૭·૧૬". ૨૨·૮ મા. (૨૩) ૩૧·૨ મા. (૨૪) ૩૦ મા. (૨૫) ૨૮·૬ મા. (૨૬) ૧૧·૪ મા. (૨૭) ૨૧૫·૦૫ મા. (૨૮) ૮·૪૮ મા. (૨૯) ૩૮·૨ મા. (૩૦) ૧૫૦ ફુટ.

પાનું ૫૦ (૧) ૨૮·૯ મા, ૫૦ ૨૪° ઉ૦ (૨) ૨૨ મા૦ દ૦ ૩૧° પૂ૦, પૂ૦ ૨૮½° દ૦ (૩) ૪૩·૪ મા, દ૦ ૨૨° પૂ૦ (૪) પૂ૦ ૭૫° ઉ૦, ૫૦ ૭૫° ઉ૦ (૫) ૮·૬ મા; (૬) ૯·૨ મા; ૫૦ ૫૮° દ૦ (૭) ૯·૫ મા દ૦ ૨૭½° પૂ૦ (૮) ૩૨·૮ મા, પૂ૦ ૨૭½° દ૦ (૯) ૩૨·૮ મા, ૫૦ ૪૦° ઉ૦ (૧૦) ૭૭, ૨૭૪ મા. (૧૧) ૮૭·૪ મા, પૂ૦ ૫૮½° ઉ૦ (૧૨) ૫૬·૯ ફુટ, (૧૩) ૭૦·૭ ફુટ (૧૪) ૬૧૦ ફુટ, ૪૭૦ ફુટ. (૧૫) ૪॥ ઇંચ

પાનું ૯૨. (૩૫) અનુક્રમે ૫, ૩૬, ૯, ૧૨. (૩૭) અનુક્રમે ૧૨, ૯, ૨૪, ૪, ૧૫, ૩૬

પાનું ૧૬૪. (૧૦) અનુક્રમે ૫, ૩૬, ૩૬૦, ૨૪૦. (૧૨) અનુક્રમે ૧૨, ૩૦, ૯, ૪૦, ૨૪, ૧૦, ૪, ૧૫, ૯૦, ને ૩૬.

પાનું ૧૯૦. (૫) અશક્ય.

પાનું ૨૧૦. (૧૦) એક કાટખુણો.

પાનું ૨૧૧. (૫) એક કાટખુણો

પાનું ૨૨૫. (૧) ૧૨૦° (૨) દરેક ૨·૨″ (૩) વમ = મક = ૧·૬″, અમ = મડ = ૨·૮″.

પાનું ૨૩૭. (૧૧) ૧ ઇંચ (૧૨) ·૬″, ૧·૧″

પરચુરણ પ્રશ્નો, પાનું ૨૪૮. (૧) ∠વ = ∠ક = ૫૦° (૨૪) ૪॥ ફુટ (૨૬) ૬૩૫ વાર. (૨૭) ૨૭ ફુટ. (૨૮) ૪૧૮ વાર; ૪૪°, (૪૮) ૨૪, ૧૨, ૯, ૩૦, (૬૧) બાજુ ૪·૩ ઇંચ, ખુણા ૫૨°, ૫૨°, ૭૬°.

નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧લો સમાપ્ત.

બીજાં પુસ્તકો.

૧. ભૂમિતિ ભાગ ૧લો (મંજુર છે) નવી આવૃતિ રૂા. ૦-૧૨-૦
૨ નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧લો (મંજુર છે) રૂા. ૦-૧૨-૦
૩. નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧લાનો ખુલાસો રૂા. ૧-૪-૦
૪. જ્યુનીઅર અંકગણિત (મંજુર છે) રૂા ૧-૨-૦
૫ જ્યુનીઅર અંકગણિતનો આણુપાણુનો વધારો રૂા ૦-૧-૦
૬ પ્રાથમિક અંકગણિત ભાગ ૧લો (મંજુર છે) રૂા. ૦-૯-૦
7 Senior Arithmetic (Ready) Rs 1-12-0
૮. ગુજરાતી અંકગણિત (ગુ ૫, ૬, ૭ ધોરણ માટે) રૂા. ૧-૪-૦

ઉપલાં બધાં પુસ્તકો નીચેને ઠેકાણેથી મળશે.

૧. મી. કરસનદાસ નારણદાસ (સોલ એજંટ) નાણાવટ—સુરત.
૨ મી મંગળદાસ હરકીસનદાસ, ભાગાતળાવ–સુરત
૩. ગુજરાત ન્યૂ બૂક ડીપો, મોગલ કોટ–નડીઆદ
૪ ઓરીએન્ટલ બૂક ડીપો, રીચીરોડ–અમદાવાદ
૫ મી. બેચર મેઘજી, રાજકોટ.
૬ મેસર્સ એન એમ. ત્રીપાઠી કાલબાદેવી–મુબઈ તથા
૭ તમામ શહેરોના જાણીતા બૂકસેલરો અને
૮ જી આર દેસાઈ, આ ડે. ઇ. ભરૂચ.
૯. કે ડી દેશાઇ. એલ્ફિન્સ્ટન હાઇસ્કૂલ, મુબઇ